

74.26
P-34

I. I. PERELMAN

QIZIQARLI MATEMATIKA



4.263.2

-34

Y. I. PERELMAN

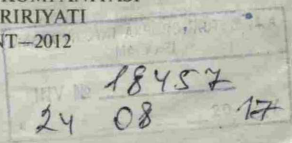
QIZIQARLI MATEMATIKA

MATEMATIKAGA DOIR
HIKOYALAR VA JUMBOQLAR

X-K



«SHARQ» NASHRIYOT-MATBAA
AKSIYADORLIK KOMPANIYASI
BOSH TAHRIRIYATI
TOSHKENT-2012



УДК: 51+372.851
ББК 74.263.2
P-34

Tarjimon A. T. XO'JAXONOV

*Mas'ul muharrir pedagogika fanlari doktori,
professor Jo'raboy IKROMOV*

Perelman, Yakov

P-34

Qiziqarli matematika. Matematikaga doir hikoyalar
va jumboqlar/Ruscha o'ninchi nashridan tarjima. — T.
«Sharq», 2012. — 176 b.

Y. I. Perelmanning bu kitobi muallifning matematikaga doir qiziqarli masalalarga bag'ishlangan mashhur kitoblari orasida eng ommabopidir. Bu kitobda matematikaga doir turli-tuman jumboqlar to'plangan bo'lib, ulardan ko'plari kichik-kichik hikoyalar tarzida berilgan. Ularni yechish uchun elementar arifmetikani bilish va geometriyadan birozgina xabardor bo'lish kifoya. Masalalarning ba'zilarigina soddaroq tenglamalar tuzish va yecha bilishni talab qiladi, xolos.

Bu kitob umumiy o'rta maktab, akademik litsey va kasb-hunar kolleji o'quvchilariga hamda dam olish paytlarida vaqtini mazmunli va foydali o'tkazishga intilgan katta yoshdagilarga mo'ljallangan.

ISBN 978-9973-00-870-0

УДК: 51+372.851
ББК 74.263.2

ISBN 978-9973-00-870-0

© «Sharq» NMAK Bosh tahririyati, 2010, 2012.

SO‘ZBOSHI

Hurmatli matematika ixlosmandlari!

Sizlarning ixtiyoringizga havola qilinayotgan ushbu kitob matematika va fizika fanlarini ommalashtirish ustida bir nechta qo‘llanmalar («Qiziqarli matematika», «Qiziqarli algebra», «Qiziqarli geometriya», «Qiziqarli fizika» va «Qiziqarli» so‘zi bilan boshlanadigan boshqa kitoblar) yaratgan Y. I. Perelmanning asarlari orasida eng sarasi hisoblanadi. Jahonda «Qiziqarli fanlar doktori» degan nomni olgan bu muallifning asarlari jahonning turli burchaklarida har xil tillarda qayta-qayta nashrdan chiqarilib, matematika ixlosmandlarining talab-ehtiyojlarini qoniqtirib kelmoqda.

«Qiziqarli matematika» kitobi taniqli tarjimon A. T. Xo‘jaxonov tomonidan qo‘shimcha va to‘ldirishlar bilan ikki marta o‘zbek tilida chop etilgan. Tarjimaning silliqligi va tanlangan so‘zlarning jozibaliligi kitobxonni unda tavsiya qilingan jumboqlarni hal qilish uchun darhol kirishib ketishga chorlaydi. Shuni aytish kerakki, muallifning asarlaridagi tanlagan epigraflari ko‘p hollarda uning ichki dunyosi, asl maqsadini ochib beradi. Bu kitobda aynan shu holni kuzatamiz. Muallif Galileo Galileyning «Tabiat matematika tilida so‘zlaydi: bu tilning harflari — doiralar, uchburchaklar va boshqa geometrik shakllardir» degan fikriga asoslanib kitobxonda geometriyaga havas uyg‘otish va uni o‘rganishga qiziqishni tarbiyalash uchun kutilmagan natijalarga olib keluvchi rang-barang masalalar tanlashni o‘z oldiga maqsad qilib qo‘yadi, kitobxonlar e’tiborini L. N. Tolstoy, A. P. Chexov, Jyul Vern, Mark Tven, N. V. Gogol va A. S. Pushkin asarlarining tegishli betlariga murojaat qilishga undaydi. Geometriyani sinf xonasidan goh ochiq havoga, goh bepoyon dalalar va o‘rmonzorlar bag‘riga

olib chiqadi, goh uzundan uzoq keng yo'l va daryo qirg'og'iga chorlaydi. Muallif I. Nyutonning «Algebra tili — tenglamalardir» degan fikriga asoslanib, jumboqlar tenglamalarga keltiriladigan asar yozib qoldirdi.

Ruscha o'ninchi nashriga muvofiq keladigan o'zbekcha ikkinchi nashri 1975-yilda «O'qituvchi» nashriyoti tomonidan chop etilgan edi. Kitob tez orada qo'lma-qo'l bo'lib ketdi.

Muallifning boshqa asarlaridan bu kitobning farqi shundaki, undagi matematikaga doir turli-tuman qiziqarli materiallar kichik-kichik hikoyalar, jumboqlar tarzida bayon qilingan. Ularni hal etish uchun arifmetika va geometriyadan umumta'lim o'rta maktablari uchun matematikadan Davlat ta'lim standartlari doirasidagi bilimga ega bo'lishgina kifoya. Buni e'tiborga olib, kitobning ushbu nashrida mazmunan eskirib qolgan «Shifrlangan yozishma» va «Matematika va to'fon haqidagi afsona» nomli boblari tushirib qoldirildi. Kitobning oxirida maxsus muharrir prof. J. Ikromov tomonidan tayyorlangan «Matematik folklor namunalari» nomli materialni ilova tarzida berish lozim deb topildi.

Bu kitob umumiy o'rta maktab, litsey va kollej o'quvchilariga, shuningdek, bo'sh vaqtlarini mazmunli va qiziqarli o'tkazishga ishtiyoqmand bo'lgan katta yoshdagilarga mo'ljallangan.

Birinchi bob

NONUSHTA PAYTIDA AYTILGAN JUMBOQLAR

1. Daraxtdagi olmaxon

Dam olish uyida nonushta vaqtida stol tevaragiga yig'ilganlardan biri:

— Men bugun ertalab olmaxon bilan bekinmachoq o'ynadim, — dedi. — Sizlar o'rmonimizdagi to'garak yalanglikni va uning o'rtasidagi yakka qayin daraxtini bilasizmi? Ana o'sha daraxt orqasiga olmaxon mendan yashirindi. O'rmon ichidan o'sha yalanglikka chiqishim bilanoq olmaxonning tumshug'ini va daraxt orqasidan menga tikilib turgan jovdiragan ko'zlarini ko'rib qoldim. Men uni ko'rish uchun yaqiniga bormasdan, sekin-asta yalanglik chetida aylana boshladim. Daraxt atrofida to'rt martacha aylandim. Biroq mug'ombir ilgarigicha faqat tumshug'ini ko'rsatib, o'zini panaga olaverdi. Xullas, olmaxon atrofida aylanib o'tishning ilojini qilolmadim.

— Biroq, — deb luqma tashladi o'tirganlardan biri, siz daraxt atrofini to'rt marta aylanib chiqdim, dedingiz-ku?!

— *Men daraxt atrofida aylandim, lekin olmaxon atrofida aylandim, deganim yo'q!*

— Olmaxon daraxtda emasmi?

— Daraxtda bo'lsa nima bo'пти?

— Siz olmaxon atrofida ham aylangan bo'lasiz-da.

— Uning orqasini biron marta ham ko'rmagan bo'lsam, qanday qilib atrofida aylangan bo'laman.

— Orqasining nima hojati bor? Olmaxon markazda, siz aylana bo'ylab yurgansiz, demak, olmaxon atrofida aylangan bo'lasiz.

— Hech unday emas. Ko‘z oldingizga keltiring, men sizning atrofingizda doira bo‘ylab yurgan bo‘lay, siz esa menga orqa o‘girmay, hamisha men bilan betma-bet turib aylanavergan bo‘ling. Ayting-chi, shunda mening atrofimda aylanayapsiz, deya olasizmi?

— Albatta shunday deyman. Boshqacha qanday bo‘lishi mumkin?

— Garchi men sizning orqa tomoningizda bo‘lmasam ham, orqangizni ko‘rmasam ham atrofingizda aylangan bo‘lamanmi?

— Bir gapni hadeb qaytaravermang! Siz mening atrofimni aylanib chiqasiz. Gap ana shunda, gap orqani ko‘rishda emas.

— Kechirasiz, biror narsaning atrofida aylanishning ma‘nosi nima? Menimcha, bu faqat bitta narsani: ana o‘sha narsa hamma tomonidan ko‘rinadigan joylarga ketma-ket tura borishni bildiradi. Axir, to‘g‘rimi, professor? — deb bahslashayotgan kishi stol yonida o‘tirgan mo‘ysafidga murojaat qildi.

— Bahslaringiz asosan so‘zlar ustida ketayotir, — javob berdi kekxa olim. — Bunday hollarda doimo hozirgina aytgan gapingizdan boshlash: so‘zlarning ma‘nosi to‘g‘risida kelishib olish kerak: «Narsaning atrofida harakat qilmoq» degan iborani qanday tushunish kerak? Bu iboraning ma‘nosi ikki xil bo‘lishi mumkin. Birinchidan, bu iboradan ichida narsa turgan yopiq yo‘l bo‘ylab harakat qilinayotganligini tushunish mumkin. Bu — bir xil tushunish. Ikkinchisi: narsaga nisbatan shunday harakat qilish kerakki, uni hamma tomonidan ko‘rish mumkin bo‘lsin. Birinchi tushunishni asos qilib olsangiz, olmaxon atrofidan to‘rt marta aylanib chiqqaningizni tan olishingiz kerak. Ikkinchi tushunishga amal qilsangiz, olmaxon atrofida bir marta ham aylanganim yo‘q, degan xulosaga kelishga majbursiz. Modomiki, ikkala tomon bir tilda so‘zlashar ekan va so‘zlarni bir xil tushunar ekan, tortishuvga o‘rin yo‘qligi ravshan.

— Juda soz, masalani ikki xil tushunish mumkin bo‘lsin. Harholda qay biri to‘g‘riroq bo‘ladi?

— Masalani bu tarzda qo'yish to'g'ri kelmaydi. Istalgan narsa haqida kelishib olish mumkin. Faqat ko'pchilikning tushunishiga uyg'un keladigan qaysi biri, deb so'rash o'rinli bo'ladi. Menga qolsa, birinchi tushunish tilning ruhi bilan yaxshiroq bog'lanadi, derdim. Nega desangiz, Quyosh o'z o'qi atrofida 25 kundan ortiqroq vaqtda to'la bir marta aylanib chiqadi.

— Quyosh aylanadimi?

— Albatta, Yer o'z o'qi atrofida aylangani singari, Quyosh ham aylanadi. Biroq siz Quyoshni sekinroq aylanadi, chunonchi, 25 kunda emas, balki 365 kun-u 6 soatda, ya'ni bir yilda bir marta aylanadi, deb tasavvur qiling. U holda Quyosh Yerga o'zining doimo bir tomoni bilan qaragan bo'lar edi. Quyoshning qarama-qarshi tomonini, «orqasi»ni biz hech qachon ko'rmagan bo'lar edik. Ammo shuning uchun birov, Yer Quyosh atrofida aylanmaydi, deb da'vo qila olarmidi?

— Ha, mana endi mening olmaxon atrofida aylanganim ravshan bo'ldi.

— O'rtoqlar! Bir taklif bor. Tarqalishib ketmanglar, — dedi tortishuvni tinglab o'tirganlardan biri. — Yomg'ir yog'ib turibdi. Shuning uchun hech kim sayrga chiqmaydi, yomg'ir esa hali-beri tinadiganga o'xshamaydi, shu yerda jumboqlar topish bilan vaqt o'tkaza qolaylik. Jumboq boshlandi. Endi har kim navbati bilan birorta jumboq o'ylab topsin yoki borini eslasin. Siz esa, professor, bizning oliy sudyamiz bo'lasiz.

— Agar jumboqlar ichida algebra yoki geometriya bo'lsa, men qatnashmayman, — dedi bir juvon.

— Men ham, — deb qo'ydi yana allakim.

— Yo'q, yo'q, hamma qatnashmog'i kerak! Biz bu yerda o'tirganlardan algebrani ham, geometriyani ham ishlatmasliklarini iltimos qilamiz. Basharti, juda sodda bo'lsa, boshqa gap. Qarshilik yo'qmi?

— Unday bo'lsa men ham qo'shilaman va birinchi bo'lib jumboq aytishga tayyorman, — dedi haligi juvon.

— Juda yaxshi, so'raymiz! Boshlayvering! — degan ovozlilar eshitildi har tomondan.

2. Umumiy o'choqboshida

Men aytadigan jumboq kommunal xonadonda turadigan oilalar orasida yuz bergan voqea. Bir nechta oila bir vaqtda foydalanadigan o'choqboshida ovqat pishirayotgan ayollardan biri (qulaylik uchun uni Uchxon deylik) o'choqqa 3 palyon o'tin yoqdi. Ikkinchisi (Beshxon) 5 palyon o'tin yoqdi. O'tinsiz degan ayol (bundan uning o'tini yo'qligini tushunasiz) ovqatini o'rtadagi qozonda pishirib olishga ruxsat oldi. O'tin haqi uchun u qo'shni ayollarga 8 tiyin* berib ketdi. Bu pulni Uchxon bilan Beshxon o'zaro qanday bo'lib olishlari kerak?

— Teng bo'lib olishadi, chunki O'tinsiz ularning olovidan bab-baravar foydalandi, — deb shosha-pisha javob berdi birov.

— Yo'g'-e, — deb uning so'zini bo'ldi boshqa birov, — ular pulni yoqqan o'tinlariga qarab olishlari kerak. 3 palyon yoqqan 3 tiyin, 5 palyon yoqqan — 5 tiyin oladi. Mana bu odilona taqsimlash bo'ladi, — dedi.

— O'rtoqlar, — deb so'z oldi o'yinni boshlagan va hozir yig'ilish raisi hisoblangan kishi. — Jumboqlarning yechimlarini hozircha e'lon qilmaylik. Bu jumboqlarni har bir kishi yana bir yaxshi o'ylab ko'rsin. To'g'ri javoblarni sudya bizga kechki ovqat vaqtida e'lon qiladi. Endigi so'z navbatdagi kishiga. Navbat Sizga, hurmatli o'quvchi!

3. Maktab to'garaklarining ishi

— Bizning maktabda, — deb so'z boshladi o'quvchi, — 5 xil to'garak bor: slesarlik, duradgorlik, foto, shaxmat va musiqa to'garaklari. Slesarlik to'garagi kunora mashg'ulot o'tkazadi, duradgorlik to'garagi 2 kun oshib uchinchi kuni, foto to'garagi har to'rtinchi kuni,

* Bu yerda va bundan keyingi o'rinlarda pul birliklari kitob yozilgan paytdagi birliklarda o'zgarishsiz qoldirildi.

shaxmat to'garagi har beshinchi kuni va xor to'garagi har oltinchi kuni mashg'ulot o'tkazadi. Birinchi yanvar kuni maktabda 5 ta to'garakning hammasida mashg'ulot o'tkazildi, keyin mashg'ulotlar rejada belgilangan kunlarda, jadvalga qattiq rioya qilingan holda olib borildi. Savol shuki, yilning birinchi choragida maktabda 5 ta to'garakning hammasi mashg'ulot o'tkazgan yana qancha kecha bo'lgan?

— Yil oddiy yilmi, kabisa yilmi? — deb birov o'quvchidan so'radi.

— Oddiy yil.

— Demak, birinchi chorakni, ya'ni yanvar, fevral, martni 90 kun deb hisoblash kerak ekan-da?

— Albatta.

— Jumboqqa yana bir savol qo'shishga ruxsat eting, — dedi professor. — Chunonchi, maktabda yilning o'sha choragida to'garak mashg'ulotlari sira o'tkazilmagan kechalar nechta bo'lgan?

— Ha, tushundim! Hiyla ishlatilgan masala, — degan ovoz eshitildi. — Bu chorakda 5 ta to'garakning hammasi baravariga yig'iladigan bir kun ham va hech bir to'garak mashg'ulot o'tkazmaydigan kun ham bo'lmaydi. Bu ravshan!

— Nega? — so'radi rais.

— Izohlab berolmayman, lekin masalaga javob topuvchi kishini chalg'itmoqchi bo'lishadi.

— Be, bu vaj emas. Sizning ko'nglingizga kelgan narsa to'g'ri yoki noto'g'riligi kechqurun ma'lum bo'ladi. Navbat sizga, o'rtoq!

4. Kim ko'p sanadi?

— Ikki kishi bir soat davomida yo'lkada yonlaridan o'tgan o'tkinchilarni sanashdi. Ulardan biri uy darvozasi oldida, ikkinchisi yo'lkada nari-beri borib-kelib turdi. O'tkinchilarni kim ko'p sanagan?

— Yurganda kishi ko‘proq sanaydi, bu ma‘lum narsa,— degan ovoz stolning narigi boshidan eshitildi.

— Javobini kechki ovqatdan keyin bilamiz, — dedi rais. — So‘z navbatdagi kishiga.

5. Bobo bilan nabira

— Men aytadigan voqea 1932-yilda yuz bergan. Tug‘ilgan yilimning so‘nggi ikki raqami qanday sonni ifodalasa, o‘sha vaqtda yoshim roppa-rosa o‘shancha edi. Men ana shu munosabatni bobomga aytsam, ular ham: tug‘ilgan yilimni ko‘rsatuvchi sonning oxirgi ikki raqami qancha bo‘lsa, men ham shuncha yoshdaman, deb meni hayron qoldirdilar. Menga bu tasodif mumkin emasday tuyuldi...

— O‘z-o‘zidan ma‘lum, mumkin emas, — deb luqma tashladi birov.

— Mumkin ekan. Bobom menga buni isbot qilib berdilar. O‘sha vaqtda har qaysimiz necha yoshda bo‘lganmiz?

6. Temir yo‘l chiptalari

— Men temir yo‘lda chipta sotaman, — deb gap boshladi navbatdagi o‘yin qatnashchisi bo‘lgan ayol. — Ko‘p kishilarga bu juda oson ish ko‘rinadi. Hatto kichkina bekatning chiptachisi ham turli xil chiptalar bilan ish ko‘rishi hech kimning xayoliga kelmaydi. Yo‘lovchilar bir bekatdan o‘sha yo‘ldagi boshqa har qanday bekatgacha va shu bilan birga ikki tomonga chipta ola bilishlari kerak. Men xizmat qiladigan yo‘lda 25 ta bekat bor. Sizningcha, temir yo‘l boshqarmasi bu yo‘lning hamma kassalari uchun har xil chiptadan qancha tayyorlagan?

— Navbat sizga, hurmatli uchuvchi, — dedi rais.

7. Vertolyotning uchishi

— Vertolyot Sankt-Peterburgdan to‘ppa-to‘g‘ri shimolga uchib ketdi. Shimol tomonga 500 km uchgach,

sharqqa burildi. Vertolyot shu tomonga 500 km uchib, janubga burildi va bu tomonga ham 500 km masofani o'tdi. Keyin u g'arbga burildi va 500 km masofani uchib, yerga qo'ndi. Vertolyotning qo'ngan joyi Sankt-Peterburgga nisbatan qay tomonda — g'arbdami, sharqdami, shimoldami yoki janubdami?

— Bizni go'l deb o'ylaysiz, shekilli, — dedi birov, 500 qadam olg'a, 500 qadam o'ngga, 500 qadam orqaga va 500 qadam chapga yursak, qayerga kelamiz? Qayerdan chiqqan bo'lsak, o'sha yerga kelamizda!

— Shunday qilib, sizningcha, vertolyot qayerga qo'ngan?

— O'sha Sankt-Peterburg aerodromiga, uchgan joyiga qo'ngan. Shunday emasmi?

— Albatta, shunday emas.

— Unday bo'lsa, men hech narsa tushunmas ekanman!

— Darhaqiqat, bu yerda bir ishkali bor, — dedi yonidagilardan biri. — Vertolyot Sankt-Peterburgga qo'nmaydimi?.. Masalani takrorlash mumkin bo'lmas-mikin?

Uchuvchi iltimosni bajonidil qondirdi. Odamlar uning so'zlarini diqqat bilan tinglab, hayron bo'lishib, birbirlariga qarashib oldilar.

— Mayli, — dedi rais. — Kechki ovqat paytigacha bu masala ustida o'ylab olishga ulguramiz, hozircha o'yinni davom ettiraveraylik.

8. Soya

— Menga ijozat bering, o'sha vertolyotni jumboqning sujeti qilib olay, — dedi navbatdagi jumboqchi. — Qaysi biri uzun: vertolyotmi yoki uning yerga tushgan to'la soyasimi?

— Butun jumboq bori shumi?

— Bori shu.

— Soya, albatta, vertolyotdan uzun bo'ladi, chunki quyosh nurlari buklama yelpig'ich singari yoyilib taraladi, — degan javob olindi.

— Menimcha, buning aksi — quyosh nurlari parallel. Shu sababli soyaning uzunligi bilan vertolyotning uzunligi bir xil, — dedi ikkinchi bir kishi.

— Qiziqmisiz? Bulut orqasiga yashiringan quyoshdan tarqalgan nurlarni ko'rmaganmisiz? Shunday paytda quyosh nurlarining barala yoyilib, tarqalib turganini ochiq-ravshan ko'rib ishonish mumkin. Bulutning soyasi bulutning o'zidan katta bo'lgani singari vertolyotning soyasi ham vertolyotdan xiyla katta bo'lishi kerak.

— Nima uchun quyosh nurlari parallel deb qabul qilinadi? Dengizchilar, astronomlar — hamma shunday deb hisoblaydi...

Rais munozarani qizitishga yo'l qo'ymay, navbatdagi jumboqchiga so'z navbatini beribdi.

9. Gugurt cho'plaridan masala

Navbatdagi notiq gugurt qutichasidagi hamma cho'pni stol ustiga to'kib, ularni uch to'pga ajrata boshladi.

Gulxan yoqmoqchimisiz? — deb hazillashib qo'yishdi o'tirganlar.

— Jumboq gugurt cho'plari bilan bo'ladi, — deb tushuntira boshladi jumboqchi. — Mana, cho'plarning soni har xil bo'lgan uch to'p. Uchala to'pda 48 ta cho'p bor. Har qaysi to'pda nechta cho'p borligini sizlarga aytmayman. Ammo shuni uqib oling: agar men birinchi to'pdan ikkinchi to'pga, shu ikkinchi to'pda bo'lgan qadar cho'pni olib qo'ysam, keyin ikkinchidan uchinchi to'pda bo'lgan qadar cho'pni olib qo'ysam, va nihoyat, uchinchi to'pdan birinchiga shu birinchida bo'lgancho'pni olib qo'ysam, hamma

to'pdagi cho'plar soni bir xil bo'ladi. Boshqa har qaysi to'pda nechta cho'p bo'lgan?

10. Sehrli to'nka

— Bu jumboq, — deb so'z boshladi so'nggi jumboqchining yonidagi odam, — butun boshli bir hikoya bo'lib, ancha qiziq. Bu jumboqni bundan bir necha yil ilgari bir qishloq matematigi menga bergan edi. Bir dehqon o'rmonda notanish bir cholni uchratib qolgan. Ikkovlari gaplashib qolishgan. Chol dehqonni boshdan oyoq ko'zdan kechirib, bunday degan:

— Bu o'rmonda bir ajoyib xosiyatli to'nka bor. Muhtojlik tortib qolgan kishiga katta yordam beradi.

— Qanday yordam beradi? Davolab tuzatadimi?

— Davolashga-ku davolamaydi-ya, lekin pulingni ikki hissa oshirib beradi. Pul solingan hamyonni shu to'nka tagiga qo'yib, birdan yuzgacha sanasang, bas: hamyondagi pul ikki baravar ko'payib qoladi. Bu to'nkaning ana shunday xosiyati bor. Ajoyib to'nka!

— Men ham bir sinab ko'rsammikan, — dedi dehqon xayol surib.

— Sinab ko'rsang bo'ladi. Lekin haqini to'lashing kerak.

— Haqi qancha? Kimga to'lanadi?

— Yo'l ko'rsatgan kishiga to'lanadi. Demak, menga. Qancha to'lash kerakligini alohida gaplashamiz.

Ikkovlari savdolasha boshlashdi. Dehqonning hamyonida pul ozligini bilgan chol pul har safar ikki hissa bo'lgandan keyin 1 so'm 20 tiyindan olishga rozi bo'ldi. Ular shu qarorga kelishdi.

Chol dehqonni o'rmon ichkarisiga boshlab kirib, u bilan uzoq vaqt kezib yurdi, nihoyat, butalar orasidan eski, ustini yo'sin bosgan qora qarag'ay to'nkani topdi. U dehqonning qo'lidan hamyonini olib, to'nkaning ildizlari orasiga qistirib qo'ydi. Ikkalalari yuzgacha sanashdi.

Chol yana to'nka atrofida aylanishib, nimalarnidir timirskilay boshladi, oxiri u yerdan hamyonni sug'urib olib, dehqonga berdi.

Dehqon hamyonni ochib qaragan edi, undagi pul darhaqiqat ikki hissa ortibdi! Cholga va'da qilgan 1 so'm 20 tiyinni hamyondan olib berdi va hamyonni yana qayta o'sha sehrli to'nka tagiga qo'yishni iltimos qildi.

Yana yuzgacha sanashdi, chol yana to'nka yonberidagi butalarni timirskilay boshladi. Bir vaqt qarasalar, hamyondagi pul yana ikki hissa bo'libdi. Chol va'da qilingan 1 so'm 20 tiyinni yana hamyondan oldi.

Hamyonni uchinchi marta to'nka ostiga yashirishdi. Bu gal ham pul ikki hissa bo'ldi. Biroq dehqon cholga va'da qilgan pulini to'lagach, hamyonda bir so'm ham qolmadi. Boyaqish dehqon bu hiyla-nayrang oqibatida bor pulidan ajradi. Ikki hissa oshirish uchun bir pul ham qolmadi, dehqon o'kina-o'kina o'rmondan chiqib ketdi.

Pulni sehr bilan ikki hissa ko'paytirish siri sizga, albatta, ma'lum: chol hamyonni topishdan oldin to'nka atrofidagi butalarni bekorga timirskilamagan. Ammo siz boshqa savolga javob bera olasizmi: sehrli to'nka yonida qilingan mash'um tajribalardan ilgari dehqonning qancha puli bo'lgan?

11. Dekabr haqida masala

— O'rtoqlar, men tilshunosman, har qanday matematikadan uzoqman, — deb gap boshladi jumboq aytishga navbati kelgan keksha odam. — Shuning uchun mendan matematika masalasini kutmanglar. O'zimga tanish sohadan bitta masala berishim mumkin. Taqvimga doir jumboq aytishga ruxsat etsangiz.

— So'raymiz!

— O'n ikkinchi oy bizda «dekabr» deb ataladi. Xo'sh, «dekabr»ning ma'nosini bilasizmi? Bu so'z yunoncha «deka», ya'ni o'n degan so'zdan kelib chiqqan bo'lib,

«dekalitr» — o'n litr, «dekada» — o'n kun va hokazolar ham ana shundandir. Shunga qaraganda, dekabr oyi «o'ninchi oy» degan so'z bo'lsa kerak. Bunday chalkashlikning sababi nima?

— Mana endi atigi bitta jumboq qoldi, — dedi rais.

12. Arifmetikaga doir fokus

— Menga hammadan keyin, o'n ikkinchi bo'lib so'z olishga to'g'ri keladi. Jumboqlar xilma-xil bo'lishi uchun sizlarga arifmetikadan fokus ko'rsataman va sizdan uning sirini ochib berishingizni so'rayman. Buning uchun birortangiz, masalan, siz, o'rtoq rais, menga bildirmasdan qog'ozga uch xonali istagan sonni yozing.

— Bu sonda nollar bo'lsa ham maylimi?

— Hech qanday shart qo'ymayman. Xohlaganingizcha uch xonali son yozavering.

— Yozdim. Endi nima qilay?

— Shu son yoniga yana o'sha sonning o'zini yozing. Albatta, soningiz olti xonali bo'ladi.

— Ha, shunday. Olti xonali son hosil bo'ldi.

— Qog'ozni mendan narigi tomonda o'tirgan qo'shningizga uzating. U kishi shu olti xonali sonni yettiga bo'lsin.

— Yettiga bo'ling, deyish oson! Balki bo'linmas.

— Tashvishlanmang, qoldiqsiz bo'linadi.

— Sonni ko'rmay-bilmay turib, bo'linadi deysiz-a.

— Avval bo'ling, keyin gaplashamiz.

— Toleyingizga, haytovur, bo'lindi.

— Chiqqan natijani yoningizdagi kishiga bering. U kishi shu sonni 11 ga bo'lsin.

— Yana qoldiqsiz bo'linadi, deb o'ylaysizmi?

— Bo'lavering, qoldiq chiqmaydi.

— Darhaqiqat, qoldiqsiz chiqdi. Endi nima qilay?

— Natijani siz ham qo'shningizga uzating. Bu natijani, 13 ga bo'la qolaylik.

— Uncha yaxshi son tanlamadingiz. 13 ga kamdan kam son qoldiqsiz bo‘linadi... Yo‘g‘-e, bo‘linar ekan. Ishingiz o‘ngidan keldi!

— Natija yozilgan qog‘ozni menga bering; qog‘ozni oldin buklang, toki men sonni ko‘rmay.

«Fokuschi» qog‘ozni ochmagan holda raisga uzatdi.

— O‘zingiz o‘ylab qo‘ygan sonni olishga marhamat eting. To‘g‘ri ekanmi?

— Juda to‘g‘ri! — dedi rais, qog‘ozga tikilgancha taajjublanib. — O‘ylagan sonimning xuddi o‘zginasiya...

— Endi so‘zga chiquvchilar qolmagani uchun majlisimizni yopishga ijozat bering. Xayriyat, yomg‘ir ham tina qoldi. Jumboqlarga beriladigan javoblar shu bugun kechki ovqatdan keyin e‘lon qilinadi. Javoblar yozilgan qog‘ozlarni menga berishlaringiz mumkin.

1—12-JUMBOQLARNING JAVOBLARI

1. Yalanglikdagi olmaxon jumbog‘ining yechilishi ilgari batafsil qarab chiqilgan edi. Ikkinchisiga o‘tamiz.

2. Har bir palyon o‘tinga 1 tiyindan, 8 palyonga 8 tiyin to‘langan, deb bo‘lmaydi. Holbuki, ko‘p kishilar shunday deb o‘ylaydi. Bu pul 8 palyonning atigi uchdan bir qismiga to‘langan, chunki olovdan uch kishi baravariga foydalangan. Bundan chiqadigan xulosa shuki, 8 palyonning hammasi 800×3 , ya‘ni 24 tiyin va bir palyonning bahosi 3 tiyin ekani chiqadi.

Endi har qaysi ayolga qancha pul tegishini bilish oson. Beshxon 5 palyon uchun 15 tiyin olishi kerak; ammo uning o‘zi o‘choqdan 8 tiyinlik foydalandi; demak, u tag‘in $15 - 8$, ya‘ni 7 tiyin olishi kerak. Uchxon o‘zining 3 palyoni uchun 9 tiyin olishi kerak, agar bundan 8 tiyinni, ya‘ni o‘choqdan foydalangan haqini chegirib tashlasak, 1 tiyin tegadi.

Shunday qilib, to‘g‘ri taqsim qilinganda, Beshxon 7 tiyin, Uchxon 1 tiyin olishi kerak.

3. Maktabda necha kundan keyin 5 ta to'garakning hammasi yana bir vaqtda yig'iladi, degan birinchi savolga, agar 2 ga, 3 ga, 4 ga, 5 ga va 6 ga qoldiqsiz bo'linadigan hamma sonlardan eng kichigini topa olsak, osongina javob beramiz. Bu son 60 ekanligini bilish qiyin emas. Demak, oltmish birinchi kuni yana 5 ta to'garak yig'iladi: slesarlik to'garagi — 30 ta ikki kunlikdan keyin, duradgorlik to'garagi — 20 ta uch kunlikdan keyin, foto to'garagi — 15 ta to'rt kunlikdan keyin, shaxmat to'garagi — 12 ta besh kunlikdan keyin va musiqa to'garagi — 10 ta olti kunlikdan keyin yig'iladi. 60 kun o'tmaguncha bunaqa kecha bo'lmaydi. Navbatdagi shunday kecha yana 60 kundan keyin, ya'ni ikkinchi chorakda bo'ladi.

Xullas, 5 ta to'garakning hammasi mashg'ulot uchun klubga yana bir vaqtda yig'iladigan kecha birinchi chorak davomida atigi bitta bo'ladi.

Masalaning: «To'garak mashg'ulotlaridan xoli bo'lgan kechalar nechta bo'ladi?» degan ikkinchi savoliga javob topish ancha mushkul. Bunday kunlarni topish uchun 1 dan 90 gacha hamma sonni yozib va shu qatordagi slesarlik to'garagi ishlaydigan kunlarni, ya'ni 1-, 3-, 5-, 7-, 9- va hokazo kunlarni o'chirish kerak. Keyin duradgorlik to'garagi ishlaydigan kunlar: 4-, 7-, 10- va hokazo kunlar o'chiriladi. Buning ketidan foto to'garagi, shaxmat va musiqa to'garaklari ishlaydigan kunlarni o'chirganimizdan so'ng birinchi chorakda hech qaysi to'garak ishlamagan kunlar o'chirilmay qoladi.

Bu ishni qilib ko'rgan kishi birinchi chorakda mashg'ulotdan xoli bo'lgan kechalar anchagina, ya'ni 24 kun ekanini biladi: yanvarda 8 kun, chunonchi: 2-, 8-, 12-, 14-, 18-, 20-, 24- va 30-kunlar. Fevralda bunday kunlar 7 ta, martda 9 ta.

4. Ikkovlari ham bir xil sonda o'tkinchilarni sanashgan. Darvoza oldida turgan kishi garchi har ikki tomonga o'tganlarni sanagan bo'lsa ham, yurib turgan kishi duch kelgan odamlarni ikki baravar ko'p ko'rgan.

INV № 18457	№ 39997
24 08 2017	30.10.12

Boshqacha fikr yuritish ham mumkin. Yo'lkada nari-beri yurib turgan sanovchi darvoza oldida turgan o'rtog'i yoniga birinchi marta qaytganda ular baravar sonda o'tkinchilarni sanashgan bo'ladi — bir joyda turgan sanovchi yonidan (xoh u yoqdan, xoh bu yoqdan) o'tgan har bir o'tkinchi nari-beri yurib turgan sanovchi yonidan ham o'tadi. Yurib turgan sanovchi har safar turgan o'rtog'i yoniga qaytganda o'rtog'i sanagancha o'tkinchilarni sanagan bo'ladi. Ular soat oxirida eng keyingi uchrashganlarida bir-birlariga sanoq natijalarini aytganlarida ham shunday bo'ladi.

5. Birinchi qarashda masala haqiqatan noto'g'ri tuzilganday ko'rinadi: go'yo bobo bilan nabiraning yoshlari baravarday tuyuladi. Biroq masalaning talabi osongina qondirilishini hozir ko'ramiz.

Nabira XX asrda tug'ilgani ma'lum. Demak, u tug'ilgan yilning oldingi ikki raqami 19: yuzlar soni shunday. Qolgan raqamlari bilan ifodalanadigan son o'z-o'zi bilan qo'shilganda 32 bo'lishi kerak. Demak, bu son 16. Bundan chiqadiki, nabiraning tug'ilgan yili 1916-yil bo'lishi kerak. 1932-yilda nabira 16 yoshda bo'lgan.

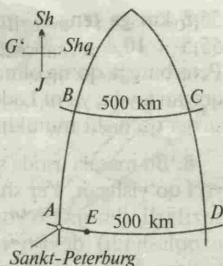
Shunday qilib, nabira bilan bobo tug'ilgan yillarining keyingi ikki raqami qanchani ifodalasa, 1932-yilda ularning yoshlari o'shancha bo'lgan.

6. Yo'lovchilar 25 ta bekatdan istagan bekatga, ya'ni 24 ta bekatga chipta talab qilishlari mumkin. Demak, $25 \times 24 = 600$ xil chipta bosib chiqarish kerak.

Agar yo'lovchilar chiptani bir tomonga («borishga») emas, balki qaytishga ham («borish-kelishga») olishni xohlasalar, u holda chipta xillarining soni yana ikki hissa ortadi, ya'ni 1200 xil chipta bosib chiqarish kerak bo'ladi.

7. Bu masalada hech qanday qarama-qarshilik yo'q. Vertolyot kvadrat konturi bo'ylab uchgan, deb o'ylamaslik lozim: Yerning sharsimon shaklini hisobga

olish kerak. Gap shundaki, meridianlar shimolga tomon borgan sari bir-biriga yaqinlashaveradi (1-rasm). Shu sababdan vertolyot Sankt-Peterburg kengligidan 500 km shimolda joylashgan parallel doira bo'ylab 500 km uchgandan, keyin yana Sankt-Peterburg kengligida bo'lib, sharqdan g'arbga tomon shuncha masofani uchib o'tganiga qaraganda *ko'proq* sondagi darajalarni o'tgan bo'ladi. Natijada vertolyot uchishini tamomlab, Sankt-Peterburgdan sharqda qo'ngan.



1-rasm.

Qancha sharqda? Buni hisoblab chiqish mumkin. 1-rasmda siz vertolyotning *ABCDE* marshrutini ko'rasiz. *N* nuqta shimoliy qutb; *AB* va *CD* meridianlari shu nuqtada birlashadi. Vertolyot avval shimolga, ya'ni *AN* meridiani bo'ylab 500 km uchdi. Meridian bo'ylab 1 darajaning uzunligi 111 km bo'lgani uchun $500 \text{ km} : 111 = 4,5^\circ$ bo'ladi. Sankt-Peterburg 60-parallelida, demak, *B* nuqta $60^\circ + 4,5^\circ = 64,5^\circ$ parallelida bo'ladi. So'ngra vertolyot sharqqa, ya'ni *BC* parallel bo'ylab uchib, 500 km yo'l bosdi. Shu parallelidagi 1 darajaning uzunligini hisoblash (yoki jadvallardan bilish) mumkin; 1° ning uzunligi taxminan 48 km. Bundan vertolyotning sharqqa tomon necha daraja uchganini aniqlash oson: $500 : 48 = 10,4^\circ$. So'ngra vertolyot janub tomonga, ya'ni *CD* meridian bo'ylab uchdi va 500 km masofani o'tib, yana Sankt-Peterburg parallelida bo'lishi kerak bo'ldi. Endi g'arbga, ya'ni *AD* bo'ylab uchishi kerak; bu yo'lning 500 kilometri *AD* masofadan qisqa ekani ravshan. *BC* masofada necha daraja bo'lsa, *AD* da ham o'shancha, ya'ni $10,4^\circ$ bo'ladi. Biroq 60° kenglikdagi 1° ning uzunligi taxminan

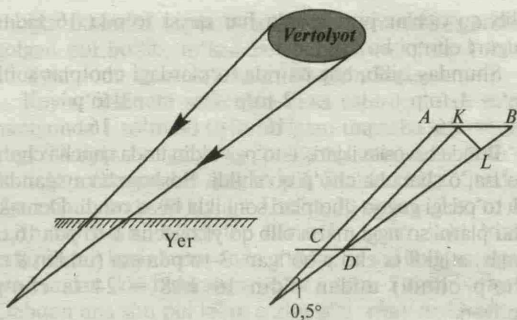
55,5 km ga teng. Demak, A bilan D orasidagi masofa $55,5 \times 10,4 = 577$ km. Ko'ramizki, vertolyot Sankt-Peterburgga qo'na olmagan. U shaharga yetishiga 77 km qolgan joyda, ya'ni Ladoga ko'li tepasida bo'lgan va faqat suvga qo'nishi mumkin bo'lgan.

8. Bu masala ustida suhbat qilganlar bir qancha xatoga yo'l qo'yishgan. Yer shariga tushayotgan quyosh nurlari sezilarli darajada yoyilib tarqaladi (bir-birlaridan uzoqlashadi) deyish noto'g'ri. Yerdan Quyoshgacha bo'lgan masofaga nisbatan Yer shu qadar kichikki, Yer yuzining biror qismiga tushayotgan quyosh nurlari bir-birlaridan sezilmaydigan darajada, g'oyat kichik burchakka uzoqlashadi; amalda esa bu nurlarni parallel deb hisoblash mumkin.

Uzun parallel chiziqlar oxiri borib tutashadiganday tuyuladi; uzoqqa cho'zilib ketgan relslar yoki uzun xiyobon ko'rinishini tasavvur qiling.

Ammo quyosh nurlari yerga parallel taram-taram bo'lib tushgani uchun vertolyotning to'la soyasining uzunligini vertolyotning o'ziga teng deb bo'lmaydi. 2-rasmga nazar solsangiz, vertolyotning fazodagi to'la soyasi yerga tomon torayib borganligini, demak, vertolyotdan yer betiga tushayotgan soya vertolyotning o'zidan qisqa (AB dan CD kichik) bo'lishi kerakligini anglaysiz.

Agar vertolyotning yerdan qancha balandlikda ekanini bilsak, bu tafovutning qanchalik katta ekanini ham hisoblab chiqishimiz mumkin. Faraz qilaylik, vertolyot yerdan 100 m balandlikda uchayotgan bo'lsin. AC va BD to'g'ri chiziqlar hosil qilgan burchak Quyoshning yerdan ko'rinadigan burchagiga teng; bu burchak ma'lum: $0,5^\circ$ chamasida. Ikkinchi tomondan, ma'lumki, $0,5$ darajali burchak ostida ko'ringan har qanday narsa ko'zdan o'z uzunligining 115 hissasi qadar uzoqlashgan bo'ladi. Demak, KL kesma (bu kesma yerdan $0,5$ darajali burchak ostida ko'rinadi) AC ning 115 dan bir ulushini tashkil etishi kerak. AC ning uzunligi A dan yer sirtigacha bo'lgan



2-rasm.

tik masofadan katta. Quyosh nurlari yoʻnalishi bilan yer sirti orasidagi burchak 45° boʻlsa, u holda AC (vertolyot 100 m balandlikda boʻlganda) 140 m chamasida boʻladi. Demak, $KL = 140/115 \approx 1,2$ m boʻladi.

Lekin vertolyotning uzunligi oʻz soyasi uzunligidan ortiq, yaʼni KB kesma KL kesmadan 1,4 marta katta, chunki KBD burchak deyarli aniq 45° ga teng. Demak, KB kesma $1,2 \times 1,4$ ga teng; bu esa 1,7 m chamasida.

Yuqorida aytilgan hamma gap vertolyotning toʻla soyasiga tegishli boʻlib, *nim soya* deb atalgan xira soyaga aloqasi yoʻq.

Hisobimiz shuni koʻrsatadiki, agar vertolyot oʻrnida diametri 1,7 m dan kichik boʻlgan havo shari boʻlsa, u hech qachon toʻla soya bermas edi; uning xiragina nim soyasi koʻrinar edi, xolos.

9. Bu masala oxiridan boshlab yechiladi. Toʻplardagi gugurt choʻplarini biridan biriga olib qoʻygandan keyin toʻpdagi choʻplar soni baravar boʻlganligiga asoslanib ish koʻramiz. Gugurt choʻplarini toʻpdan toʻpga olib qoʻyganimiz bilan choʻplarning umumiy soni oʻzgar-may, ilgari-gicha (48 ta) qolganligi sababli toʻpdan toʻpga

olib qo'yishlar pirovardida har qaysi to'pda 16 tadan gugurt cho'pi bo'ldi.

Shunday qilib, eng oxirida to'plardagi cho'plar soni:

1-to'p	2-to'p	3-to'p
16	16	16

Bunda bevosita ilgari, 1-to'pga oldin unda qancha cho'p bo'lsa, o'shancha cho'p qo'shildi. Boshqacha aytganda, bu to'pdagi gugurt cho'plari soni ikki hissa oshdi. Demak, cho'plarni so'nggi marta olib qo'yishgacha 1-to'pda 16 ta emas, atigi 8 ta cho'p bo'lgan. 3-to'pda esa (undan 8 ta cho'p olindi) undan oldin $16 + 8 = 24$ ta cho'p bo'lgan.

Endi to'plardagi cho'plar soni bunday bo'ladi:

1-to'p	2-to'p	3-to'p
8	16	24

So'ngra bundan oldin 2-to'pdan 3-to'pga shu 3-to'pda qancha bo'lsa, shuncha cho'p olib qo'yilganini bilamiz. Demak, 24 soni 3-to'pda shu olib qo'yishgacha bo'lgan cho'plarining ikki hissa oshirilgan sonidir. Bundan gugurt cho'plarining birinchi olib qo'yishdan keyingi taqsimotini bilamiz:

1-to'p	2-to'p	3-to'p
8	$16 + 12 = 28$	12

Birinchi olib qo'yishdan oldin (ya'ni 1-to'pdan 2-to'pga shu 2-to'pda bo'lgani qadar cho'p olib qo'yishdan oldin) gugurt cho'plari taqsimoti bunday bo'lgan:

1-to'p	2-to'p	3-to'p
22	14	12

To'plardagi gugurt cho'plarining dastlabki sonlari ana shunday bo'lgan.

10. Bu jumboqni ham oxiridan boshlab yechish oson. Ma'lumki, uchinchi safar ikki hissa oshirilgandan keyin hamyonda 1 so'm 20 tiyin bo'lgan (bu pulni chol so'nggi marta olgan). Shu safargi ikki hissa oshirishgacha qancha pul bo'lgan? Albatta, 60 tiyin bo'lgan. Bu 60 tiyin

cholga ikkinchi qayta 1 so'm 20 tiyin to'langandan qolgan pul bo'lib, to'lashdan oldin hamyonda 1 so'm 20 tiyin + 60 tiyin = 1 so'm 80 tiyin bo'lgan.

Keyin: ikkinchi safar ikki hissa oshirilgandan so'ng hamyonda 1 so'm 80 tiyin bo'lgan; ungacha hamyonda atigi 90 tiyin bo'lgan; bu cholga birinchi safar 1 so'm 20 tiyin to'langandan qolgan pul. Bundan biz to'lovdan ilgari hamyonda 90 tiyin + 1 so'm 20 tiyin = 2 so'm 10 tiyin borligini bilamiz. Birinchi safar ikki hissa oshirishdan keyin hamyonda o'shancha pul bo'lgan; ilgari esa bundan ikki hissa kam, ya'ni 1 so'm 5 tiyin bo'lgan. Dehqon ana shu pul bilan o'zini o'zi *chuv tushiradigan* ishga kirishgan.

Javobni tekshirib ko'ramiz:

Hamyondagi pul:

1-safar ikki hissa oshirilgandan keyin

$$1 \text{ so'm } 5 \text{ tiyin} \times 2 = 2 \text{ so'm } 10 \text{ tiyin.}$$

1-to'lovdan keyin

$$2 \text{ so'm } 10 \text{ tiyin} - 1 \text{ so'm } 20 \text{ tiyin} = 90 \text{ tiyin.}$$

2-safar ikki hissa oshirilgandan keyin

$$90 \text{ tiyin} \times 2 = 1 \text{ so'm } 80 \text{ tiyin.}$$

2-to'lovdan keyin

$$1 \text{ so'm } 80 \text{ tiyin} - 1 \text{ so'm } 20 \text{ tiyin} = 60 \text{ tiyin.}$$

3-safar ikki hissa oshirilgandan keyin

$$60 \text{ tiyin} \times 2 = 1 \text{ so'm } 20 \text{ tiyin.}$$

3-to'lovdan keyin

$$1 \text{ so'm } 20 \text{ tiyin} - 1 \text{ so'm } 20 \text{ tiyin} = 0.$$

11. Hozirgi taqvim qadimgi rimliklar taqvimidan boshlanadi. Rimliklar esa (Yuliy Sezargacha) yil boshini 1-yanvardan emas, balki 1-martdan hisoblaganlar. Demak, dekabr u zamonda o'ninchi oy bo'lgan. Yil boshi 1-yanvarga ko'chirilgani bilan oylarning nomlari o'zgarmay qolavergan. Hozirgi ba'zi oylarning nomlari bilan tartib raqamlari orasidagi uyg'unsezlik ana shundan kelib chiqqan.

Oylarning nomlari	Nomning ma'nosi	Hozirgi tartib raqami
Sentabr	yettinchi	9
Oktabr	sakkizinchi	10
Noyabr	to'qqizinchi	11
Dekabr	o'ninchi	12

12. O'ylangan son ustida nima qilinganligini kuzatib boramiz. Eng avval shu uch xonali son yoniga yana bir qayta uning o'zi yozildi. Bu esa o'ylangan son yoniga uch nol yozib, keyin dastlabki sonni qo'shish bilan birdir, masalan:

$$872\ 872 = 872\ 000 + 872$$

Endi bu son ustida nimalar qilinganligi ravshan. U son 1000 marta ko'paytirildi. Bundan tashqari, uning o'zi qo'shildi. Qisqacha aytganda, son 1001 ga ko'paytirildi.

Keyin shu ko'paytmani nima qilishdi? Uni ketma-ket 7 ga, 11 ga va 13 ga bo'lishdi. Natijada uni $7 \times 11 \times 13$ ga, ya'ni 1001 ga bo'lishdi.

Shunday qilib, o'ylangan son avval 1001 ga ko'paytirilib, keyin 1001 ga bo'lindi. Natijada yana o'sha son hosil bo'lganiga taajjublanishning hojati bormi?

* * *

Dam olish uyidagi jumboqlarga doir bobni tamomlashdan oldin men arifmetikaga doir yana uchta fokus to'g'risida gapirib beraman. Keyin o'zingiz o'rtoqlaringizning bo'sh vaqtlarini topib, ular bilan shug'ullansangiz bo'ladi. Bu fokuslardan ikkitasi sonlarni topishga, uchinchisi esa narsalarning egalarini topishga doir.

Bu fokuslar eski, balki o'zingiz biladigan fokuslardir. Shunday bo'lsa-da, ular nimalarga asoslanganligini hamma ham bilavermasa kerak. Holbuki, fokusning nazariy asosini bilmay turib, uni ongli ravishda va ishonch bilan bajarib bo'lmaydi. Oldingi ikki fokusni asoslash

bizdan boshlang'ich algebra sohasiga juda sodda va hech bir og'ir kelmaydigan sayohat qilishni talab etadi.

13. O'chirilgan raqam

Biror o'rtog'ingiz qandaydir ko'p xonali sonni, masalan, 847 ni o'ylasin. O'rtog'ingizga shu sonning raqamlari yig'indisini topishni ($8 + 4 + 7 = 19$) va o'ylangan sondan shu yig'indini ayirishni taklif eting. Quyidagi son hosil bo'ladi:

$$847 - 19 = 828$$

Hosil bo'lgan sondan bitta raqamni (qaysinisi bo'lsa ham baribir) o'chirsin va qolgan raqamlarni sizga aytsin. Siz o'ylangan sonni bilmasangiz ham va uning ustida nimalar qilinganini ko'rmagan bo'lsangiz ham o'chirilgan raqam qaysi ekanini darhol o'rtog'ingizga aytib bera olasiz.

Xo'sh, buni qanday bajara olasiz va fokusning sirini ochish nimadan iborat?

Bu juda osonlik bilan bajariladi: shunday bir raqam topish kerakki, u sizga aytilgan raqamlar yig'indisi bilan birga 9 ga qoldiqsiz bo'linadigan, eng yaqin sonni tashkil etsin. Masalan, 828 sonida birinchi raqam (8) o'chirilib, sizga 2 va 8 raqamlari aytilgan bo'lsa, u holda 2 ga 8 ni qo'shib, 9 ga bo'linadigan eng yaqin songa, ya'ni 18 ga 8 yetmasligini bilasiz. O'chirilgan raqam xuddi ana shu raqamdir.

Nega shunday bo'ladi? Chunki, agar biror sondan uning raqamlari yig'indisi ayirilsa, 9 ga bo'linadigan son, boshqacha aytganda, raqamlarining yig'indisi 9 ga bo'linadigan son qolishi kerak. Darhaqiqat, o'ylangan sondagi yuzlar raqami a , o'nlar raqami b va birlar raqami c bo'lsin. Demak, shu sonda hammasi bo'lib:

$$100a + 10b + c$$

birlik bor. Shu sonda uning $a + b + c$ raqamlari yig'indisini ayiramiz va quyidagini hosil qilamiz:

$$100a + 10b + c - (a + b + c) = 99a + 9b = 9(11a + b)$$

Ammo $9(11a + b)$, albatta, 9 ga bo'linadi. Demak, sondan uning raqamlari yig'indisini ayirganda doimo 9 ga qoldiqsiz bo'linadigan son chiqishi kerak.

Fokusni bajarishda sizga aytilgan raqamlar yig'indisining o'zi 9 ga (masalan, 4 bilan 5) bo'linishi ham mumkin. Bu esa o'chirilgan raqam 0 yoki 9 ekanligini ko'rsatadi. Siz o'chirilgan raqam 0 yoki 9 deb javob berishingiz kerak.

Shu fokusning boshqacha ko'rinishi: o'ylangan sondan uning raqamlari yig'indisini ayirish o'rniga shu sondan uning raqamlari joyini o'zgartirish bilan hosil qilingan sonni ayirish mumkin. Masalan, 8247 dan 2748 ni ayirish mumkin (agar o'ylangan sondan katta son hosil bo'lsa, kichigini kattasidan ayirish lozim). So'ngra ilgari aytilganday qilinadi: $8247 - 2748 = 5499$; agar 4 raqami o'chirilgan bo'lsa, u holda 5, 9, 9 raqamlarini bilgan holda, siz $5 + 9 + 9$ ga, ya'ni 23 ga eng yaqin va 9 ga bo'linadigan son 27 ekanligini tushunasiz. Demak, o'chirilgan raqam $27 - 23 = 4$.

14. Hech narsa so'ramay sonni topish

Siz o'rtog'ingizga istagan uch xonali son o'ylashni taklif etasiz (lekin u sonning ikki chekkasidagi raqamlarining ayirmasi 2 dan kichik bo'lmasin), keyin raqamlarning o'rinlarini teskari tartibda almashtirib qo'yishni buyurasiz. U shunday qilgandan so'ng kichik sonni katta sondan ayirishi va chiqqan ayirmani o'zining raqamlarini teskari tartibda yozishdan hosil bo'lgan son bilan qo'shishi kerak. O'rtog'ingizdan hech narsa so'ramay turib, siz unda hosil bo'lgan oxirgi natijani aytib berasiz.

Masalan, 467 soni o'ylangan bo'lsa, o'rtog'ingiz quyidagi amallarni bajarishi kerak:

$$\begin{array}{r} 764 \\ - 467 \\ \hline 297 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 297 \\ + 792 \\ \hline 1089 \end{array}$$

Bu oxirgi natijani, ya'ni 1089 ni aytib berasiz. Siz buni qanday bila olasiz?

Masalani umumiy tarzda ko'rib chiqamiz. a , b , c raqamlari bilan ifodalangan bir son olamiz. U bunday tasvirlanadi:

$$100a + 10b + c$$

Raqamlari teskari tartibda yozilgan sonning ko'rinishi bunday:

$$100c + 10b + a$$

Birinchi son bilan ikkinchi son orasidagi ayirma:

$$99a - 99c$$

Quyidagicha shakl almashtirishlarni bajaramiz:

$$\begin{aligned} 99a - 99c &= 99(a - c) = 100(a - c) - (a - c) = \\ &= 100(a - c) - 100 + 100 - 10 + 10 - a + c = \\ &= 100(a - c - 10) + 90 + (10 - a + c) \end{aligned}$$

Demak, ayirma quyidagi uch raqamdan iborat:

yuzlar raqami: $a - c - 1$;

o'nlar raqami: 9;

birlar raqami: $10 + c - a$

Raqamlari teskari tartibda joylashgan son bunday tasvirlanadi:

$$100(10 + c - a) + 90 + (a - c - 1)$$

Ikkala ifodani qo'shib:

$$100(a - c - 1) + 90 + 10 + c - a$$

$$100(10 + c - a) + 90 + a - c - 1$$

quyidagini hosil qilamiz:

$$100 \times 9 + 180 + 9 = 1089$$

a , b , c raqamlari qanday bo'lishidan qat'i nazar, hisoblash natijasi doimo bir xil son — 1089 chiqadi. Shuning uchun ana shu hisoblashlar natijasini topish qiyin emas: siz uni oldindan bilib qo'ygansiz.

Bu fokusni bir kishiga ikki marta ko'rsatish yaramaydi, sir ochilib qoladi.

15. Kim nimani olgan?

Bu ajoyib fokusni bajarish uchun cho'ntakka sig'adigan uchta kichikroq buyum, masalan, qalam, kalit va qalamtarosh bo'lishi kerak. Bundan tashqari stol ustiga 24 ta yong'oq solingan tarelka qo'ying; agar yong'oq topilmasa, shashka, domino donalari, gugurt cho'pi singarilar ham bo'laveradi.

O'zingiz uydan tashqariga chiqib turib, uchta o'rto'g'ingizga qalam, kalit, qalamtaroshdan iborat uchta narsadan kim qaysi birini xohlasa, shuni olib cho'ntagiga yashirishini taklif qilasiz. Siz kimning cho'ntagida nima yashirilganini topishga kirishasiz.

Topish tartibi bunday bo'ladi: o'rtoqlaringiz narsalarni cho'ntaklariga yashirib bo'lganlaridan keyin siz uyga kirib, tarelkadagi yong'oqni saqlab turish uchun ularga berasiz. Birinchi o'rtoqqa bitta, ikkinchisiga — ikkita, uchinchisiga — uchta yong'oq berasiz. So'ngra o'rtoqlaringizga har kim tarelkadagi yong'oqdan yana olishi kerakligini aytib, o'zingiz uydan chiqasiz. Olish tartibi bunday bo'ladi: qalam olgan kishi qo'lga qancha yong'oq berilgan bo'lsa, yana *o'shancha* oladi; kalitni yashirgan kishi qo'lga berilgan yong'oqdan *ikki hissa* ortiq oladi; qalamtaroshlik kishi qo'lga berilgan yong'oqqa qaraganda *to'rt hissa* ortiq oladi.

Ortgan yong'oqlar tarelkada qoladi.

Shu ishlar qilinish bo'lgach, uyga kirishingizga signal beriladi. Siz uyga kiringach, tarelkaga nazar tashlaysiz va kimning cho'ntagida nima borligini aytib berasiz.

Bu fokus kishilarni juda hayron qoldiradi, chunki fokus sizga yashirin signallar berib turadigan maxfiy yordamchisiz bajariladi. Unda hech qanday ko'z-bo'yamachilik yo'q: u batamom arifmetik hisob-kitobga asoslangan. Siz har bir narsani yashirgan kishini faqat qolgan yong'oq soniga ko'ra topasiz. Tarelkada yong'oq

juda oz qoladi: 1 dan 7 gacha, shu sababli bir qarash-dayoq uning nechtaligini bilish mumkin. Qolgan yong'oqlarga qarab kim nima olganligini qanday bilish mumkin?

Juda oson. Narsalarni o'rtoqlar orasida taqsimlashning har bir holi uchun qolgan yong'oqlarning boshqa soni javob beradi. Biz hozir bunga ishonch hosil qilamiz.

O'rtoqlaringizning ismlari Dilshod, Karim, Rahim bo'lsin, deylik. Ularni ismlarining bosh harfi bilan belgilaylik: *D*, *K*, *R*. Narsalarni ham harflar bilan belgilaylik: qalam — *a*, kalit — *b*, qalamtarosh — *c*. Uchta narsa uch kishi orasida necha xil taqsimlanishi mumkin?

Olti xil:

<i>D</i>	<i>K</i>	<i>R</i>
<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>c</i>	<i>b</i>
<i>b</i>	<i>a</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>

Bundan boshqa bo'lishi mumkin emasligi ravshan. Jadvalimiz hamma kombinatsiyani batartib o'z ichiga oladi.

Endi ana shu 6 holdan har biriga qanday qoldiqlar javob berishini ko'rib chiqamiz:

<i>DKR</i>	Olingan yong'oqlar soni	Jami	Qoldiq
<i>abc</i>	$1 + 1 = 2$; $2 + 4 = 6$; $3 + 12 = 15$	23	1
<i>acb</i>	$1 + 1 = 2$; $2 + 8 = 10$; $3 + 6 = 9$	21	3
<i>bac</i>	$1 + 2 = 3$; $2 + 2 = 4$; $3 + 12 = 15$	22	4
<i>bca</i>	$1 + 2 = 3$; $2 + 8 = 10$; $3 + 3 = 6$	19	5
<i>cab</i>	$1 + 4 = 5$; $2 + 2 = 4$; $3 + 6 = 9$	18	6
<i>cba</i>	$1 + 4 = 5$; $2 + 4 = 6$; $3 + 3 = 6$	17	7

Ikkinchi bob

O'YINLARDA MATEMATIKA

DOMINO

16. 28 ta domino toshlaridan zanjir

Nima uchun dominoning 28 ta toshini o'yin qoidalariga rioya qilgan holda uzluksiz bir zanjir tarzida tizish mumkin?

17. Zanjirning boshi va oxiri

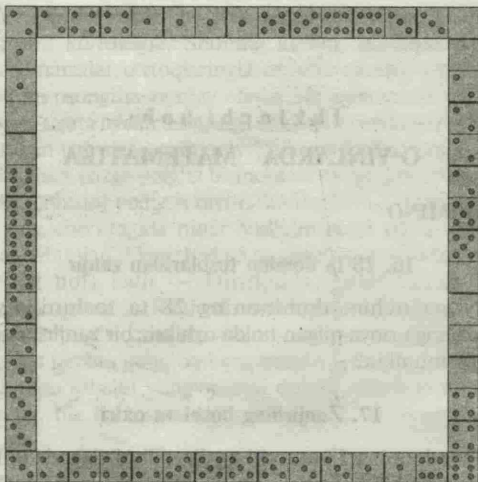
Dominoning 28 ta toshi zanjir qilib tizilganda uning uchlaridan birida 5 ochko bo'ldi. Ikkinchi uchida nechta ochko bo'ldi?

18. Dominoda fokus

O'rtog'ingiz domino toshlaridan birini olib, qolgan 27 tasidan uzluksiz zanjir tizishni taklif etadi. Bunda u har qanday tosh olinsa ham, buni bajarish mumkinligini ta'kidlaydi. O'zi esa sizning zanjir tizishingizni ko'rmaslik uchun narigi xonaga chiqib ketadi.

Siz ishga kirishasiz va o'rtog'ingiz haqli ekaniga ishonch hosil qilasiz: 27 ta tosh bir zanjirga tizildi. Yana qizig'i shundaki, o'rtog'ingiz narigi xonada turib, sizning zanjiringizni ko'rmagani holda, uning uchlaridagi ochkolar sonini aytib beradi.

O'rtog'ingiz buni qanday bila oladi? Nima uchun u dominoning har qanday 27 toshidan uzluksiz zanjir tizilishiga ishonadi?



3-rasm.

19. Ramka

3-rasmdagi o'yin qoidalariga rioya qilingani holda domino toshlaridan tizilgan kvadrat ramkani tasvirlaydi. Ramka tomonlarining uzunliklari teng, lekin ochkolar yig'indisi bir xil emas: yuqori va chap qatorlarda 44 tadan ochko, qolgan ikki qatorda esa 59 va 32 ochko bor.

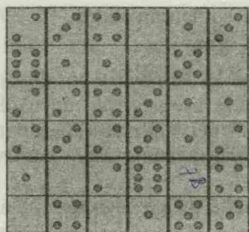
Siz hamma tomonlarida bir xil sonda, ya'ni 44 tadan ochko bo'lgan kvadrat ramka yasay olasizmi?

20. Yetti kvadrat

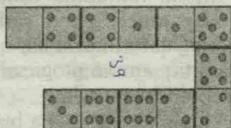


4-rasm.

Har qaysi tomonidagi ochkolarining yig'indisi bir xil kvadratcha yasaladigan to'rtta domino toshlarini tanlab olish mumkin. (Bunday kvadratcha namunasini 4-rasmda ko'rasiz: kvadratchaning har qaysi tomonidagi ochkolarni qo'shsangiz, doim 11 chiqadi.)



5-rasm.



6-rasm.

Siz butun dominodan bir vaqtning o'zida shunday kvadratlardan *yettitasini* yasay olasizmi? Bir tomondagi ochkolar yig'indisi hamma kvadratlarda bir xil chiqishi shart emas; faqat har bir kvadratning to'rttala tomoni-dagi ochkolar yig'indisi bir xil bo'lsa bas.

21. Dominodan sehrli kvadratlar yasash

5-rasmda dominoning 18 ta toshidan yasalgan kvadrat ko'rsatilgan. Bu kvadratning shunisi qiziqki, uning istalgan qatoridagi (uzunasiga, ko'ndalangiga yoki diagonaliga) ochkolar yig'indisi bir xil, ya'ni 13. Bunday kvadratlar qadim zamonlardan beri «sehrli kvadratlar» deb atalib kelinadi.

Sizga ham shunday 18 ta toshdan sehrli kvadrat yasash taklif etiladi, lekin shart shuki, 18 ta toshdan yasalgan sehrli kvadrat qatorlaridagi ochkolarning eng kichik yig'indisi 13, eng katta yig'indisi 23 bo'lsin.

22. Dominodan progressiya

Siz 6-rasmda dominoning oltita toshini ko'rasiz. Bu toshlar o'yin qoidalariga muvofiq tizilgan, toshlardagi (har qaysi toshning ikkala yarmidagi) ochkolar soni 1 tadan oshib borishi bilan farq qiladi: qator 4 tadan

boshlanib, ochkolar quyidagi sonlardan iborat:

4; 5; 6; 7; 8; 9.

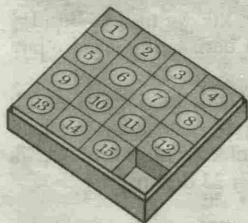
Bir xil miqdorda oshib (yoki kamayib) boradigan bunday sonlar qatori «arifmetik progressiya» deyiladi. Bizning qatorimizda har qaysi son o'zining oldingisidan 1 ta ortiq; ammo progressiyaning «ayirma»si har qanday son bo'lishi mumkin.

Vazifa 6 toshli yana bir necha progressiya tuzishdan iborat.

«15 O'YINI» YOKI TAKEN

Raqamlangan 15 ta kvadrat shashka teriladigan qutichaning qiziq tarixi borligini o'yinchilarning ko'plari bilmasalar kerak. Uning tarixini o'yinlarning tadqiqotchisi, nemis matematigi B. Arens so'zi bilan hikoya qilamiz.

«1870-yillarning oxirida Amerika Qo'shma Shtatlarida «15 o'yini» paydo bo'lib qoldi. U tez tarqaldi va bu o'yin ishqibozlari hisobsiz darajada ko'payib ketganligidan u chinakam ijtimoiy ofatga aylandi.



7-rasm.

Okeanning berigi tomonida, ya'ni Yevropada ham shunday hol yuz berdi. Bu yerda hatto ko'nkalarda* ham passajirlar qo'lida 15 ta shashkali qutichalarni ko'rish mumkin edi (7-rasm). Idoralarda va do'konlarda xo'jayinlar o'z xizmatchilarining o'yinga berilib ketganligidan g'azablanib, mashg'ulot va savdo vaqtida

* Ko'nka (konka) shahar ichida otlar qo'shib yuritiladigan shahar temir yo'l transporti; uning o'rnini keyinchalik tramvay olgan (*Tarjimon*).

bu o'yinni o'ynashni taqiqlab qo'yishga majbur bo'lgan edilar. O'yin-kulgi muassasalarining egalari odamlarning bu qadar zo'r ishqibozliklaridan foydalanib, katta-katta o'yin turnirlari uyushtirardilar.

O'yin hatto Germaniya reyxsstagining muhtasham zallarigacha kirib bordi. «Reyxsstagda oppoq sochli mo'ysafidlarning o'z qo'llaridagi kvadrat qutichaga diqqat bilan tikilib o'tirganlari hali ham ko'z oldimdan ketmaydi», — deb eslaydi o'sha o'yin avjiga chiqqan yillarda deputat bo'lgan mashhur geograf va matematik Zigmund Gyunter.

«Parijda bu o'yin ochiq joylarda, xiyobonda ham o'ynaladigan bo'lib qolib, tez fursatda poytaxtdan butun chekka joylarga tarqaldi. Qishloqlarda bu o'rgimchakning inidan xoli bo'lgan uy yo'q edi; u hamma joyda o'z o'ljalarini tuzog'iga ilintirib olish payida edi», — deb yozgan edi bir fransuz muallifi.

«1880-yil o'yin vasvasasining eng avjiga chiqqan yili bo'lsa kerak. Biroq shundan sal keyin bu zo'ravon matematika qurolidan shikastlanib, mag'lub bo'ldi. O'yinning matematik nazariyasi shuni fosh qildiki, taklif etilishi mumkin bo'lgan juda ko'p masalalardan faqat yarminigina yechish mumkin; ikkinchi yarmini esa har qanday hiyla-nayrang bilan ham yechib bo'lmas ekan.

«Nima uchun ba'zi masalalarni har qancha zo'r berish bilan ham yechib bo'lmasligi va nima uchun turnir uyushtiruvchilarning masalalarni yechishga juda katta-katta mukofotlar belgilashga botirlik qilganliklari ochilib qoldi. Bu xususda o'yin ixtirochisi hammadan o'tib tushdi: u Nyu-Yorkda chiqadigan bir gazetaning noshiriga shu gazetaning yakshanbalik soni ilovasida yechib bo'lmaydigan bu masalani bosib chiqarishni va uni yechgan kishiga 1000 dollar mukofot va'da qilishni taklif qilgan; noshir ikkilangani sababli ixtirochi shu aytilgan 1000 dollarni o'z yonidan to'lashga tayyor

ekanini bildirgan. Ixtirochining nomi Samuel (Sem) Loyd. U xilma-xil ajoyib masalalar va allaqancha jumboqlar yaratish bilan zo'r shuhrat qozongan. Shunisi qiziqki, u o'ylab chiqargan o'yiniga Amerikada patent ololmagan. Instruksiyaga muvofiq u sinov partiyasini o'ynab ko'rsatish uchun «ishchi modeli» topshirishi kerak edi; u patent byurosining amaldoriga masalani taklif etgan. Amaldor ixtirochidan: «Bu masalani yechib bo'ladimi?» deb so'raganda, ixtirochi: «Yo'q, matematika jihatidan bu mumkin emas», — deb javob berishga majbur bo'lgan. «Unday bo'lsa, ishchi modeli bo'lishi ham mumkin emas, model bo'lmasa, patent ham yo'q», — deb javob yozgan amaldor. Loyd shu rezolyutsiya bilan qanoatlanib qo'ya qolgan, ammo, u o'z ixtirosining shu qadar zo'r muvaffaqiyat qozonishini oldindan bilganda, balki ancha qattiq turib olgan bo'lar edi»*.

O'yin tarixidan ba'zi dalillar to'g'risida uni o'ylab chiqargan kishining o'zi qilgan hikoyasini keltiramiz: «Farosat olamining qadimiy ahlari, — deb yozadi Loyd, — 1870-yillar boshida mening «15 o'yini» degan nom bilan dong'i ketgan surilma shashkali quticham ustida butun dunyoni bosh qotirishga majbur etganligimni xotirlashlari kerak».

8-rasmda o'n beshta shashka kvadrat qutichaga to'g'ri tartibda terilgan. 9-rasmda esa faqat 14- va 15-shashkalar almashtirib qo'yilgan. Vazifa — shashkalarni ketma-ket surish bilan 14- va 15-shashkalarining tartibini to'g'rilashdan iborat.

«Shu masalani birinchi bo'lib to'g'ri yechgan kishiga va'da qilingan 1000 dollar mukofotga (garchi uni yechish ustida hamma bosh qotirgan bo'lsa ham) hech kim sazovor bo'la olmadi. Odamlarning aytishlariga ko'ra qiziq-qiziq voqealar yuz bergan: savdogarlar shu o'yinga berilib ketib, do'konlarini ochishni unutib qo'yganlar,

* Bu epizoddan Mark Tven o'zining «Amerika pretendent» degan romanida foydalangan.

katta amaldorlar bu masalani yechish yo'lini izlab, ko'cha fonarlari tagida kechalarni oppoq tong ottirib chiqqanlar. Masalani yechishni izlashdan hech kim

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

8-rasm.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	15	14	

9-rasm.

qaytmagan, chunki o'yin bilan shug'ullanuvchilarning hammasi ham muvaffaqiyat qozonishga umidvor edi. Aytishlariga qaraganda, shturmanlar o'yinga qiziqib ketib, kemalarining sayoz joyga o'tirib qolganini payqamay qolganlar, mashinistlar poyezdlarni bekatlarda to'xtatishni unutib, o'tkazib yuborganlar, dehqonlar haydab turgan qo'shlarini tashlab, o'yin bilan ovora bo'lib qolganlar».

* * *

Kitobxonni biz shu o'yin nazariyasining ibtidosi bilan tanishtiramiz. Bu nazariya to'la holda juda murakkab va oliy algebra bo'limlaridan biriga («aniqlovchilar — determinantlar nazariyasi»ga) yondashadi. Biz V. Arensning bayon etgan ba'zi bir mulohazalari bilan cheklanamiz.

O'yinning vazifasi undagi bo'sh joydan foydalanib, shashkalarni ketma-ketiga surish yo'li bilan 15 ta shashkaning istalgan dastlabki vaziyatini me'yoriy holatga keltirishdan, ya'ni shashkalarni o'z sonlari tartibida joylashtirishdan iboratdir, chunonchi: yuqoridagi chap burchakda 1, uning o'ng tomonida 2, keyin 3, so'ngra yuqoridagi o'ng burchakda 4, undan pastki qatorda chapdan o'ngga: 5, 6, 7, 8 va hokazo. Shashkalarning bunday me'yoriy joylashuvi 8-rasmda ko'rsatilgan.

Endi 15 ta shashka tartibsiz joylashgan deb ko'z oldingizga keltiring. Shashkalarni bir necha marta joydan joyga surish bilan 1-shashkani rasmda ko'rsatilgan joyiga keltirish mumkin.

Xuddi shuningdek, 1-shashkani joyidan qo'zg'atmay, 2-shashkani uning o'ng yoniga keltirib qo'yish

	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15

10-rasm.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

11-rasm.

mumkin. So'ngra 1- va 2-shashkalarga tegmasdan, 3- va 4-shashkalarni me'yoriy joylariga surib qo'yish mumkin: mabodo bular keyingi ikkita vertikal qatorda bo'lmasa, ularni shu o'ringa keltirish va keyin shashkalarni bir necha bor surish bilan istalgan natijaga erishish oson. Endi yuqori satr (1, 2, 3, 4) tartibga tushdi. Shashkalarni bundan keyingi surishda biz bu qatorga tegmaymiz. Xuddi shu yo'l bilan ikkinchi satrni ham tartibga solishga intilamiz: 5, 6, 7, 8; bu hamma vaqt mumkinligiga ishonch hosil qilish oson. Shundan so'ng oxirgi ikki qator oraliq'ida 9- va 13-shashkani me'yoriy holatga keltirish kerak; buni ham baja-

rish doim mumkin. Tartibga solingan hamma shashkalardan (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 va 13) birontasi ham endi o'rnidan qo'zg'atilmaydi; oltita katakdan iborat ixchamroq uchastka qoladi, bunda bir katak bo'sh, qolgan beshtasi ixtiyoriy tartibda joylashgan 10, 11, 12, 14, 15-shashkalar bilan band, shu olti katakli uchastka chegarasida 10, 11, 12-shashkalarni doimo me'yoriy o'rinlariga keltirish mumkin. Shunga erishilgandan keyin oxirgi qatordagi 14 va 15-shashkalar yo me'yoriy tartibda yoki teskari tartibda joylashgan bo'lib chiqadi (11-rasm). Shunday yo'l bilan (bu yo'lni kitobxonlar amalda sinab ko'rishlari oson) quyidagi natijaga kelamiz.

Har qanday boshlang'ich holat, 10-rasmdagi (I holat) yoki 11-rasmdagi (II holat) vaziyatga keltirilishi mumkin. Agar biror vaziyat (buni qisqalik uchun S harfi bilan belgilaymiz) I holatga keltirilishi mumkin bo'lsa, u holda uning teskarisiga, ya'ni I holatni S holatga keltirish mumkin. Shashkalarning hamma yurishlari teskarisiga qayta oladi; masalan: I sxemada biz 12-shashkani bo'sh katakka joylashtira olsak, shu yurishni darhol teskari harakatlar bilan olish mumkin.

Shunday qilib, biz ikki seriya joylanishni ko'ramiz: bir seriyaning holatlari I me'yoriy holatga, ikkinchi seriyaning holatlari esa II holatga keltirilishi mumkin. Va aksincha, birinchi me'yoriy joylanishdan birinchi seriyaning istalgan holatini, II joylanishdan esa ikkinchi seriyaning istalgan holatini hosil qilish mumkin. Nihoyat, bitta seriyaga tegishli istalgan ikkita joylanish bir-biriga keltirilishi mumkin.

Yana ilgari siljish va shu I va II joylanishni birlashtirish mumkin bo'lmasmikin? Bu holatlar har qancha yurish bilan ham biri ikkinchisiga aylanmasligini qat'iy isbot qilish mumkin (lekin buning tafsilotini aytib o'tirmaymiz). Shuning uchun shashkalarining juda ko'p sonda joylanishlari bir-biriga aloqasi bo'lmagan ikki seriyaga ajraladi: 1) I me'yoriy holatga keltirilishi mumkin bo'lgan seriyalar: bu — yechilishi mumkin bo'lgan holatlar; 2) II holatga keltirilishi mumkin bo'lgan seriyalar. Demak, ularni hech qanday holatda me'yoriy joylanishga keltirib bo'lmaydi: bu — yechim uchun juda katta mukofotlar tayinlangan holatlardir.

Berilgan joylanish birinchi seriyanikimi yoki ikkinchi seriyanikimi, buni qanday bilsa bo'ladi? Quyidagi misol buni ochib beradi.

Bunday joylanishni ko'zdan kechiraylik.

Birinchi qatordagi shashkalar tartibli, ikkinchi qatorda ham, so'nggi 9-dan boshqa shashkalar tartibli. Bu shashka 9- me'yoriy joylanishda 8-shashkaning o'rnini egallagan. Demak, 9-shashka 8-shashkadan *ilgari* turibdi: me'yoriy tartibdan bu kabi ilgoriga o'tish «tartibsizlik» deyiladi. 9-shashka to'g'risida aytadigan gapimiz shu: bu yerda 1 ta tartibsizlik bor. Bundan keyingi shashkalarni ko'zdan kechirsak, 14-shashkaning «ilgari» turganini ko'ramiz; bu shashka o'zining me'yoriy holatidan uch o'rin (12, 13, 11-shashkadan) oldinga qo'yilgan; bu yerda 3 ta tartibsizlikni ko'ramiz (12-dan ilgari 14; 13-dan ilgari 14; 11-dan ilgari 14). Hamma tartibsizliklar soni $1 + 3 = 4$. So'ngra 14-shashka 12-shashkadan ilgari

qo'yilgan. Xuddi shunga o'xshab, 13-shashka 11-shashkadan oldinda turibdi. Bundan yana 2 ta tartibsizlik kelib chiqadi. Hammasi bo'lib 6 ta tartibsizlikni ko'ramiz. Har bir joylanish uchun tartibsizliklarning umumiy soni shu yo'sinda aniqlanadi, lekin o'ng tomonning pastki burchagidagi oxirgi o'rin oldindan bo'shatib qo'yiladi. Agar tartibsizliklarning umumiy soni hozir ko'rib o'tganimizdek juft bo'lsa, u holda berilgan joylanish me'yoriy holatga keltirilishi mumkin; boshqacha aytganda, u yechilishi mumkin bo'lgan masalalar qatoriga kiradi. Bordi-yu tartibsizliklar soni toq bo'lsa, u holda joylanish ikkinchi seriyaga, ya'ni yechib bo'lmaydigan masalalar qatoriga kiradi (nol tartibsizligi juft sonli tartibsizlik deb qabul qilinadi).

Matematikaning bu o'yin mohiyatini ochib berganligi natijasida ilgari vaqtda bu o'yinga bo'lgan zo'r qiziqish behuda ekanligi ravshan bo'ldi. Matematika bu o'yinning mukammal nazariyasini — hech qanday shubhali nuqta qoldirmaydigan nazariyani yaratib berdi. O'yinning oqibat natijasi, boshqa o'yinlardagi singari, biror tasodifga emas, ziyraklikka ham emas, balki shu natijaning so'zsiz to'g'ri chiqishini oldindan belgilab beruvchi matematik faktorlarga bog'liqdir».

Endi shu sohadagi jumboqlarga murojaat qilamiz.

Quyida o'yin ixtirochisi o'ylab topgan, yechiladigan bir necha masala berilgan.

23. Loydning birinchi masalasi

9-rasmda ko'rsatilgan joylanishni boshlang'ich holat deb olib, shashkalar to'g'ri tartibga keltirilsin, ammo yuqoridagi chap burchak katagi bo'sh qoldirilsin (10-rasm).

24. Loydning ikkinchi masalasi

9-rasmdagi joylanishni boshlang'ich holat deb olib, qutichani chorak aylanish o'ngga buring va shashkalar

11-rasmdagi joylanish shaklini olguncha ularni joydan joyga surishni davom ettiring.

25. Loydning uchinchi masalasi

Shashkalarni o'yin qoidalariga muvofiq qutichani chorak aylanish o'ngga buring va shashkalarni sura-sura 9-rasmning joylanishiga asoslanib, qutichani «sehrli kvadrat»ga aylantiring, ya'ni shashkalarni shunday joylashtiringki, sonlarning har qanday yo'nalishdagi yiqindisi 30 ga teng bo'lsin.

KROKET

Biz dominoga va 15 o'yiniga taalluqli jumboqlar bilan shug'ullanganimizda arifmetika doirasida ish ko'rgan edik. Kroket maydonchasidagi jumboqlarga o'tishimiz bilan qisman geometriya sohasiga qadam qo'yamiz.

Krocket o'yinchilariga quyidagi beshta masalani taqdim etaman.

26. Darvozadan o'tishmi yoki krokirovka qilishmi?

Krocket darvozalari to'g'ri to'rtburchak shaklida. Darvozaning eni shar diametridan ikki marta katta. Bunday sharoitda qay biri osonroq: darvozadan simga tegmay bimalol o'tishmi yoki sharni o'shancha masofadan krokirovka qilishmi?

27. Shar va ustuncha

Krocket ustunchasining pastki yo'g'onligi 6 sm. Sharning diametri 10 sm. Ma'lum masofadan turib sharni o'z qozig'iga tegizishga qaraganda boshqa sharga tegizish («urilish») necha marta oson?

28. Darvozadan o'tishmi yoki qoziqqa tegizishmi?

Shar to'g'ri to'rtburchak shaklidagi darvozadan ikki marta ensiz va qoziqdan ikki marta enli. Qaysi biri oson:

eng yaxshi pozitsiyada darvozadan bimalol o'tishmi yoki o'shancha masofadan qoziqqa tegizishmi?

29. Qopqondan o'tishmi yoki krokirovka qilishmi?

To'g'ri to'rtburchak shaklidagi darvozaning eni sharning diametridan uch marta katta. Qaysi biri oson: eng yaxshi pozitsiyada qopqondan bimalol o'tishmi yoki sharni o'shancha masofadan krokirovka qilishmi?

30. O'tib bo'lmaydigan qopqon

To'g'ri to'rtburchak shaklidagi darvozaning eni bilan sharning diametri o'zaro qanday nisbatda bo'lganda qopqondan o'tib bo'lmaydi?

16—30-JUMBOQLARNING JAVOBLARI

16. Masalani soddalashtirish uchun hozircha 7 ta qo'shaloq ochkoli domino toshlarini: 0—0, 1—1, 2—2 va hokazolarni, bir chekkaga olib qo'ya turamiz. Shunda 21 ta tosh qoladi. Bulardagi ochkolarning har bir soni 6 marta takrorlanadi. Masalan, bundan keyingi 6 toshdan (uning bir katagida) 4 ochko bor:

4—0; 4—1; 4—2; 4—3; 4—5; 4—6.

Demak, ochkolarning har qaysi soni juft son marta takrorlanganini ko'ramiz. Bu to'plamdagi toshlarning hammasini baravar sondagi ochkolarini bir-biriga yonma-yon tizib chiqish mumkin. Bu ish qilingandan keyin 21 ta toshimiz tizilib, uzluksiz bir zanjir shaklini olgach 0—0, 1—1, 2—2 va hokazo toshlar orasiga haligi ajratib qo'yilgan qo'shaloq toshlarni surib kiritamiz. Shundan so'ng 28 ta toshning hammasi, o'yin qoidalariga rioya qilingani holda, bir zanjirga tizilgan bo'lib chiqadi.

17. Dominoning 28 ta toshidan tizilgan zanjir qaysi son bilan boshlansa, o'sha son bilan tugashini ko'rsatish oson. Darhaqiqat, basharti shunday bo'lmaganda, zanjir

uchlaridagi ochkolar soni toq son marta qaytalangan bo'lardi (chunki zanjir ichidagi ochkolarning sonlari juft-jufti bilan turadi); bizga ma'lumki, domino toshlarining to'la to'plamida ochkolarning har bir soni 8 marta, ya'ni juft son marta takrorlanadi. Demak, zanjir uchlaridagi ochkolar sonini bir xilda emas, deyishimiz noto'g'ri; ochkolar soni bir xil bo'lishi kerak. (Bunday muhokama matematikada «teskaridan faraz qilib isbotlash» deb ataladi.)

Shu bilan birga zanjirning hozirgina isbotlangan xossasidan quyidagi qiziq natija kelib chiqadi: 28 ta domino toshidan tizilgan zanjirning uchlarini tutashtirib, halqa yasash doim mumkin. Demak, domino toshlarining to'la naboridan, o'yin qoidalariga rioya qilingani holda, faqat uchlari ochiq zanjir emas, balki yopiq halqa yasash ham mumkin.

Kitobxonni «Bunday zanjir yoki halqa necha usul bilan bajariladi?» degan savol qiziqtirishi mumkin. Hisoblashning kishini charchatadigan tafsilotiga kirishmasdan, bu yerda shuni aytamizki, 28 ta toshli zanjir (yoki halqa) tizishdagi xilma-xil usullar soni g'oyat katta: 7 trilliondan ortiq. Aniq soni mana bu:

$$7\,959\,229\,931\,520$$

(bu son mana bu ko'paytuvchilar ko'paytmasidan iborat: $2^{13} \cdot 3^8 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 4231$).

18. Bu jumboqning yechilishi hozirgina aytilgandan kelib chiqadi. Bilamizki, dominoning 28 ta toshidan hamisha yopiq halqa yasaladi; shunday bo'lgach, agar shu halqadan bitta toshni chiqarib olsak, u holda:

1) qolgan 27 ta toshdan ikki uchi ochiq uzluksiz zanjir hosil bo'ladi;

2) bu zanjir uchlaridagi ochkolarning sonlari o'sha chiqarib olingan toshdagi sonlar bo'ladi.

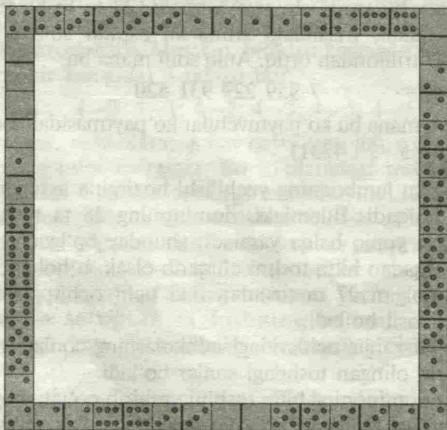
Biz dominoning bitta toshini yashirib qo'yib, boshqa toshlardan tizilgan zanjir uchlarida qanday ochkolar bo'lishini oldindan aytib bera olamiz.

19. Izlangan kvadratning hamma tomonlaridagi ochkolar yig'indisi $44 \cdot 4 = 176$ bo'lishi, ya'ni to'la domino to'plami toshlaridagi ochkolar soni yig'indisi (168) dan 8 ta ortiq bo'lishi kerak. Bu, albatta, kvadrat uchlarida turgan ochkolar sonlarining ikki qayta sanalishidan keladi. Kvadrat uchlaridagi ochkolar yig'indisining qancha bo'lishi kerakligi yuqorida aytilganlardan ma'lum bo'ladi: 8. Bu esa talab etilgan joylanishni topishni birmuncha yengillashtiradi (lekin uni topish ancha mashaqqatli). Yechimi 12-rasmda ko'rsatilgan.

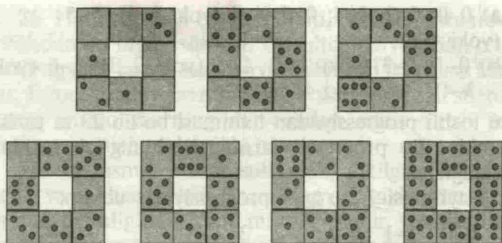
20. Bu masalaning mumkin bo'lgan ko'p turli yechilishlaridan ikkitasini keltiramiz. Birinchi yechilishda (13-rasm) quyidagilarni ko'ramiz:

Ochkolarining yig'indisi 3 bo'lgan I kvadrat.

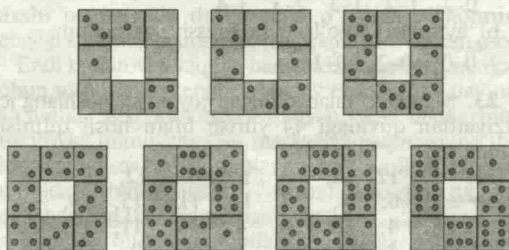
☐	☐	6	☐	1	☐
☐	☐	8	☐	1	☐
☐	☐	9	☐	2	☐
☐	☐	10	☐	1	☐
☐	☐	16	☐	1	☐



12-rasm.



13-rasm



14-rasm.

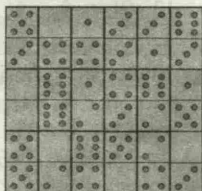
Ikkinchi yechilishda (14-rasm):

Ochkolarining yig'indisi 4 bo'lgan 2 kvadrat

☐	☐	8	☐	1	☐
☐	☐	10	☐	2	☐
☐	☐	12	☐	2	☐

21. 15-rasmda sehrli kvadrat namunasi berilgan bo'lib, har qaysi qatordagi ochkolar soni 18.

22. Misol tariqasida ayirmasi 2 ga teng bo'lgan ikki progressiya keltiramiz:



15-rasm.

a) 0-0; 0-2; 0-4; 0-6; 4-4 (yoki 3-5); 5-5
(yoki 4-6)

b) 0-1; 0-3 (yoki 1-2); 0-5 (yoki 2-3); 1-6 (yoki
3-4); 3-6 (yoki 4-5); 5-6

6 toshli progressiyadan hammasi bo'lib 23 ta tuzish
mumkin. Bu progressiyalarning boshlang'ich toshlari
quyidagicha:

a) ayirmasi 1 bo'lgan progressiyalar uchun:

0-0 1-1 2-1 2-2 3-2
0-1 2-0 3-0 3-1 2-4
1-0 0-3 0-4 1-4 3-5
0-2 1-2 1-3 2-3 3-4

b) ayirmasi 2 bo'lgan progressiyalar uchun:

0-0; 0-2; 0-1.

23. Masalada talab qilingan joylanish boshlang'ich
vaziyatdan quyidagi 44 yurish bilan hosil qilinishi
mumkin:

14, 11, 12, 8, 7, 6, 10, 12, 8, 7,
4, 3, 6, 4, 7, 14, 11, 15, 13, 9,
12, 8, 4, 10, 8, 4, 14, 11, 15, 13,
9, 12, 4, 8, 5, 4, 8, 9, 13, 14,
10, 6, 2, 1.

24. Masalada talab qilingan joylanishga quyidagi 39
yurish bilan erishiladi:

14, 15, 10, 6, 7, 11, 15, 10, 13, 9,
5, 1, 2, 3, 4, 8, 12, 15, 10, 13,
9, 5, 1, 2, 3, 4, 8, 12, 15, 14,
13, 9, 5, 1, 2, 3, 4, 8, 12,

25. Yig'indisi 30 bo'lgan sehrli kvadrat bir qancha
yurishdan so'ng hosil bo'ladi:

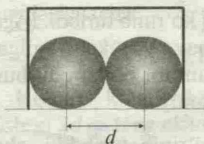
12, 8, 4, 3, 2, 6, 10, 9, 13, 15,
14, 12, 8, 4, 7, 10, 9, 14, 12, 8,
4, 7, 10, 9, 6, 2, 3, 10, 9, 6,
5, 1, 2, 3, 6, 5, 3, 2, 1, 13,
14, 3, 2, 1, 13, 14, 3, 12, 15, 3.

26. Hatto tajribali o'yinchi ham, ehtimol, krokirovka qilishdan ko'ra ko'rsatilgan sharoitda darvozadan o'tish osonroq desa kerak: axir, darvoza shardan ikki hissa keng-ku. Biroq bunday tasavvur qilish xato: darvoza shardan keng, ammo sharning darvozadan erkin o'tish yo'li krokirovka nishonidan ikki hissa tor.

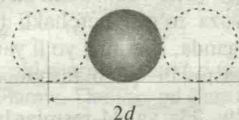
Siz 16-rasmga nazar solsangiz, aytilgan fikr sizga ochiq va ravshan bo'ladi. Sharning markazi darvoza simiga radius uzunligidan kam masofa qadar yaqinlashishi mumkin emas, aks holda shar simga tegib qoladi. Demak, shar markazi uchun darvoza kengligidan ikki radius qadar kichik nishon qoladi. Bizning masalamiz sharoitida eng yaxshi pozitsiyada darvozadan o'tishda nishonning kengligi sharning diametriga teng ekanligini ko'rish oson.

Endi krokirovka vaqtida harakatdagi sharning markazi uchun nishonning kengligi qanday ekanligiga qaraymiz. Ma'lumki, agar krokirovka qiluvchi shar markazining krokirovka qilinuvchi shar markaziga yaqinlashuvi shar radiusidan qisqa bo'lsa, sharlar bir-biriga uriladi. Demak, bu holda nishon kengligi, 17-rasmdan ko'rinib turganidek, sharning ikki diametriga teng.

Shunday qilib, o'yinchilarning fikriga zid o'laroq, bu sharoitda eng yaxshi pozitsiyada darvozadan erkinlik bilan o'tgandan ko'ra sharga urish ikki hissa osonroq.

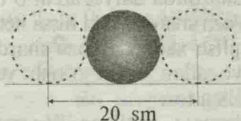


16-rasm.

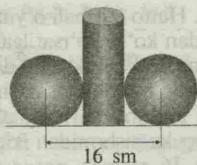


17-rasm.

27. Hozirgina aytilgan gaplardan keyin bu masalani uzoq tushuntirishga o'rin qolmaydi. Krokirovka qilishdagi nishonning kengligi sharning ikki diametriga, ya'ni 20 sm ga teng ekanligi 18-rasmdan ochiq ko'rinib turibdi; qoziqni mo'ljalga olishdagi nishon kengligi esa shar diametri bilan qoziq diametrining yig'indisiga, ya'ni 16



18-rasm.



19-rasm.

sm ga teng (19-rasm). Demak, krokirovka qilish sharga urishga qaraganda

$$20 : 16 = 1\frac{1}{4} \text{ marta,}$$

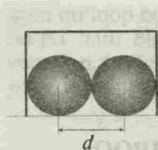
ya'ni atigi 25% yengil. O'yinchilar esa, odatda, qoziqqa tegizishga qaraganda krokirovkaga ortiqcha baho berishadi.

28. Ba'zi o'yinchilar bunday deb o'ylashadi: modomiki darvoza shardan ikki hissa keng, qoziq esa shardan ikki hissa ensiz ekan, darvozadan erkin o'tishdagi nishon qoziqqa tegishga qaraganda to'rt hissa keng bo'ladi. Yuqoridagi masalalardan tajriba hosil qilgan kitobxonimiz esa bunday xatoni qilmaydi. Qoziqni mo'ljalga olish uchun nishon eng yaxshi pozitsiyada darvozadan o'tish uchun $1\frac{1}{2}$ marta keng ekanligini kitobxon tushunadi.

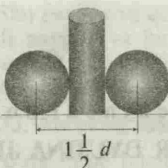
20- va 21-rasmlardan bu ochiq ko'rinib turibdi. (Agar darvoza to'g'ri burchakli bo'lmay, yoy kabi egilgan bo'lganda, sharning yo'li yana ham tor bo'lar edi; buni 22-rasmdan qarab tushunish oson.)

29. 23- va 24-rasmlardan ko'rinib turibdiki, shar markazining yo'li uchun qolgan a oraliq masalada ko'rsatilgan ancha tor. Geometriyadan xabardor kishi kvadratning AB tomoni AC diagonalidan taxminan 1,4 marta kichikligini biladi.

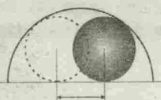
Agar darvozaning kengligi $3d$ bo'lsa (bu yerda d — sharning diametri), u holda $AB : 3d = 1,4 \approx 2,1d$ ga teng bo'ladi.



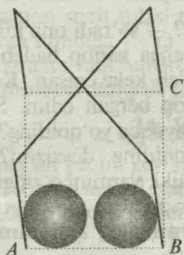
20-rasm.



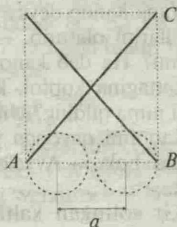
21-rasm.



22-rasm.



23-rasm.



24-rasm.

Qopqondan eng yaxshi pozitsiyadan o'tadigan shar markazi uchun nishon bo'lgan a oraliq esa yana ham tor. Bu oraliq butun bir diametr qadar kichik va quyidagiga teng:

$$2,1d - d = 1,1d$$

Holbuki, krokirovka qiluvchi sharning markazi uchun nishon $2d$ ga teng ekanini bilamiz. Demak, bu sharoitda qopqondan o'tishga qaraganda krokirovka qilish deyarli ikki marta oson.

30. Darvozaning kengligi shar diametridan 1,4 martadan ozroq oshiq bo'lgan holda qopqondan sira o'tib bo'lmaydi. Bu o'tgan masalada berilgan izohdan kelib chiqadi. Agar darvoza yoysimon bo'lsa, o'tish sharoiti yana yomonlashadi.

Uchinchibob

YANA BIR DYUJINA JUMBOQ

31. Kanop*

— Yana kanop deysanmi? — so‘radi ona jomashovdan qo‘llarini olaturib. — Senga kanop hadeb qaynab chiqadimi? Ha deb kanop deb kelaverasan. Kecha-ku senga kattagina koptok kanop bergan edim. Shuncha kanopni nima qilding? Uni qayoqqa yo‘qotding?

— Kanopni qayoqqa yo‘qotding, deysizmi? — deb javob berdi bola. — Avvalo shuki, yarmini o‘zingiz qaytib oldingiz...

— Kir solingan xaltalarning og‘zini nima bilan bog‘lagin deysan?

— Qolgan kanopning yarmini Tom oldi, qarmoq bog‘i qilarmish.

— Akang bo‘lgandan keyin berasan-da.

— Nima qilay, berdim-ku. Juda ozgina qoldi, uning ham yarmini dadam podtyajkasini chatishga oldi; avtomobil falokatga uchraganda qattiq qulaganidan podtyajkasi uzilib ketgan ekan. Uning ustiga qolgan kanopning beshdan ikki ulushini opam sochini tugishga oldi...

— Qolgan kanopni nima qilding?

— Qolganimi? Qolgani atigi 30 sm edi? Shu ikki qarich kanopdan telefon qilib ko‘ring-chi...

Boshda kanopning uzunligi qancha bo‘lgan?

32. Paypoq va qo‘lqop

Bir yashikda 10 juft jigarrang va 10 juft qora paypoq bor. Ikkinchi yashikda 10 juft jigarrang va o‘shancha juft

* Bu jumboq ingliz yozuvchisi *Barri Penga* tegishli.

qora qo'ldop bor. Shu paypoq va qo'ldoplardan qanday bo'lsa ham bir juft paypoq va bir juft qo'ldop olish mumkin bo'lishi uchun har qaysi yashikdan nechta paypoq va nechta qo'ldop olish kifoya?

33. Sochning umri

Odam boshida o'rta hisob bilan nechta soch tolasi bor? Tolalar soni hisoblab chiqilgan: 150 000 chamasida tola bo'lar ekan*. Shuningdek, o'rta hisob bilan bir oyda 3000 chamasida soch tolasi to'kilishi ham aniqlangan.

Shu ma'lumotga ko'ra boshdagi har bir soch tolasi boshda qancha vaqt, albatta, o'rta hisob bilan, turishini qanday hisoblab chiqish mumkin?

34. Ish haqi

Mening ish haqim keyingi oyda sverxurochniy** bilan birga 130 so'mni tashkil etadi. Asosiy oyligim sverxurochniydan 100 so'm ortiq. Mening sverxurochniysiz oyligim qancha?

35. Chang'i poygasi

Chang'ichi hisoblab ko'rdi: agar soatiga 10 km dan yo'l bossa, belgilangan marraga kun yarmidan bir soat keyin yetib kelar ekan; soatiga 15 km dan yo'l bossa, kun yarmidan bir soat oldin yetib kelar ekan.

Belgilangan marraga qoq kun yarmida yetib kelish uchun u qanday tezlik bilan yugurishi kerak?

* Ko'p kishilar: Buni qanday bilishgan ekan: nahotki odam boshidagi hamma soch tolalarini bittalab sanab chiqishgan bo'lsa? — deb hayron bo'lishadi. Yo'q, bunday qilinmagan: boshning 1 kv. sm. joyidagi soch tolalarigina sanab chiqilgan. Buni va terining soch bilan qoplangan sathini bilgach, boshdagi soch tolalarining umumiy sonini aniqlash oson. Qisqacha aytganda, o'rmonshunoslar o'rmondagi daraxtlarning hisobini olishda qanday yo'l tutsalar, soch tolalari sonini hisoblab chiqishda anatomlar ham xuddi shunday yo'l tutganlar.

** Ish vaqtidan tashqari bajarilgan ish uchun to'lanadigan haq. (*Tarjimon.*)

36. Ikki ishchi

Bir kekxa ishchi bilan bir yosh ishchi bir uyda turishadi va bir zavodda ishlashadi. Yosh ishchi uydan zavodga 20 minutda, kekxa ishchi 30 minutda boradi. Agar kekxa ishchi yosh ishchidan 5 minut oldin uydan chiqqan bo'lsa, yosh ishchi necha minutda unga yetib oladi?

37. Ma'ruzani ko'chirish

Ma'ruzani ko'chirish ikki teruvchiga topshirildi. Tajribalirog'i butun ishni 2 soatda, tajribasi ozrog'i esa 3 soatda bajara oladi.

Agar ular ishni eng qisqa muddatda bajaradigan qilib taqsimlashsa, shu ma'ruzani qancha vaqtda ko'chirib bo'lishadi?

Bu xildagi masalalarni, odatda, hovuzlar haqidagi mashhur masala yo'sinida yechishadi. Chunonchi, masalamizda har bir teruvchi bir soatda butun ishning qanday ulushini bajarishi topiladi; ikkala kasr qo'shiladi va bir butun shu yig'indiga bo'linadi. Siz bu kabi masalalarni yechishning bu shablon usuldan boshqacha yangi usulini o'ylab topa olmaysizmi?

38. Ikki shesternya

8 tishli shesternya 24 tishli shesternya bilan tishlashgan. Katta shesternya aylanganda kichigi uning atrofida aylanadi.

Kichik shesternya kattasi atrofida to'la bir marta aylanib chiqquncha o'z o'qi atrofida necha marta aylanadi?

39. Yoshi nechada?

Jumboq havaskoridan necha yoshdaligi so'raldi. U g'alati javob qildi:

— Mening uch yildan keyingi yoshimning uch baravarini oling-da, bundan uch yil ilgari yoshimning

uch baravarini ayiring, — shunda raso mening yoshim chiqadi.

Hozir u necha yoshda?

40. Odil ota necha yoshda?

— Qani, bir fikr yuritib ko'raylik. Bundan o'n sakkiz yil ilgari Odil ota o'g'lidan roppa-rosa *uch baravar* katta edi. Xotiramda bor, chunki shu yili aholi ro'yxatga olingan edi.

— Hozir u o'z o'g'lidan *ikki baravar* katta ekanini bilaman. Bu boshqa o'g'limi?

— Yo'q, o'shaning o'zi. Uning faqat bitta o'g'li bor. Ana shuning uchun ham hozir Odil otaning yoshi nechada, o'g'lining yoshi nechada ekanini aniqlash qiyin emas.

Kitobxon, siz necha yoshda deb o'ylaysiz?

41. Eritma tayyorlash

Bir menzurkada ozgina xlorid kislota bo'lib, ikkinchisida shuncha suv bor.

Eritma tayyorlash uchun oldin birinchi menzurkadan ikkinchisiga 20 g kislota quyildi. So'ngra ikkinchi menzurkada hosil bo'lgan eritmaning uchdan ikki qismi birinchiga quyildi. Shundan keyin birinchi menzurkadagi suyuqlik ikkinchidagiga qaraganda to'rt baravar ko'p bo'lgan.

Dastlab qancha kislota va qancha suv olingan?

42. Xarid

Bozorga ketayotganimda karmonimda bir so'mlik va yigirma tiyinlik tangalardan hammasi bo'lib 15 so'mcha pulim bor edi. Qaytishimda dastlab yigirma tiyinlik tangadan qancha bo'lsa, shuncha bir so'mlik va nechta bir so'mlik pulim bo'lsa, shuncha yigirma tiyinlik tanga bilan qaytib keldim. Xarid uchun olib ketgan pulimning uchdan biri qolibdi.

Qancha pullik narsa xarid qilibman?

31—42-JUMBOQLARNING JAVOBLARI

31. Ona kanopning yarmini olgandan keyin $1/2$ ulushi qoldi. Akasi olgandan so'ng $1/4$ ulushi qoldi; dadasi olgandan keyin $1/8$, opasi olgandan keyin $1/8 \times 3/5 = 3/40$ ulushi qoldi. Agar 30 sm dastlabki uzunlikning $3/40$ ulushini tashkil etsa, butun kanopning uzunligi: $30 : 3/40 = 400$ sm ga yoki 4 m ga teng.

32. 3 ta paypoq olish kifoya, chunki ulardan 2 tasining rangi hamisha bir xil bo'ladi. Qo'lpopning ishi uncha oson emas, chunki ular bir-biridan yolg'iz rangi bilangina emas, qo'lpoplarning yarmi o'ng qo'lniki, yarmi chap qo'lniki ekanligi bilan ham farq qiladi. Bunda 21 ta qo'lpop olish kerak bo'ladi. Agar bundan kam, masalan, 20 ta olinsa, u holda shu 20 ta qo'lpopning hammasi bir qo'lniki (10 ta jigarrangi chap qo'lniki va 10 ta qorasi ham chap qo'lniki) bo'lib chiqishi mumkin.

33. Bugun hammadan yosh bo'lgan, ya'ni 1 kun yashagan soch tolasi, albatta, eng keyin to'kiladi. Uning tushib ketishiga qancha vaqtdan keyin navbat yetishini bir qarab o'taylik. Hozirda boshda turgan 150000 soch tolasidan birinchi oyda 3 mingi, birinchi ikki oyda 6 mingi, birinchi yil davomida 3 mingdan 12 marta, ya'ni 36 ming tola to'kiladi. Demak, eng so'nggi tolaning to'kilish payti kelguncha to'rt yildan sal ziyodroq vaqt o'tadi. Odam sochining o'rtacha umri 4 yildan sal ziyodroq ekanligi ana shunday aniqlangan.

34. Ko'plar o'ylamay-netmay 100 so'm deb javob berishadi. Bu noto'g'ri. Axir, u holda asosiy oylik sverxurochniydan 100 so'm emas, atigi 70 so'm ortiq bo'ladi.

Masalani bunday yechish kerak. Agar sverxurochniy ish haqiga 100 so'm qo'shsak, asosiy oylik kelib chiqishini bilamiz. Shuning uchun agar 130 so'mga 100 so'mni qo'shsak, u holda ikki asosiy oylik kelib chiqishi kerak. Ammo $130 + 100 = 230$. Demak, ikki baravar asosiy oylik 230 so'm bo'ladi. Bundan sverxurochniysiz bir

oylik ish haqi 115 so'mga teng, sverxurochniy esa 130 so'mdan qolganini, ya'ni 15 so'mni tashkil etadi.

Tekshirib ko'raylik: bir oylik ish haqi, ya'ni 115 so'm sverxurochniydan, ya'ni 15 so'mdan 100 so'm ortiq. Masalaning sharti ham shuni talab qiladi.

35. Bu masala ikki jihatdan qiziq: birinchidan, u izlangan tezlik soatiga 10 km bilan 15 km orasidagi o'rtacha tezlikka, ya'ni soatiga 12,5 km ga teng, degan fikrga olib kelishi mumkin. Bunday deb o'ylash noto'g'ri ekanligiga ishonish qiyin emas. Darhaqiqat, o'tiladigan masofaning uzunligi a kilometr bo'lsa, chang'ichi soatiga 15 km tezlik bilan yurganda $a/15$ soat yo'lda bo'ladi, 10 km tezlikda $a/10$ soat, 12,5 km tezlikda esa $a/12,5$ yoki $2a/25$ soat yo'lda bo'ladi. Biroq bunday holda quyidagi tenglik bo'lishi kerak:

$$\frac{2a}{25} - \frac{a}{15} = \frac{a}{10} - \frac{2a}{25}$$

Chunki bu ayirmalarning har biri bir soatga teng. a ga qisqartirib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{2}{25} - \frac{1}{15} = \frac{1}{10} - \frac{2}{25}$$

Yoki boshqacha:

$$\frac{4}{25} = \frac{1}{15} + \frac{1}{10}$$

Noto'g'ri tenglik hosil bo'ldi:

$$\frac{1}{15} + \frac{1}{10} = \frac{1}{6}, \text{ ya'ni } \frac{1}{24}, \text{ ammo } \frac{1}{25} \text{ emas.}$$

Masalaning ikkinchi xususiyati shuki, u tenglamalar yordamisiz hal qilinishi bir yoqda tursin, hatto soddagina og'zaki hisob bilan ham yechilishi mumkin.

Bunday fikr yuritamiz: agar chang'ichi 15 km tezlik bilan harakat qilib, yo'lda 2 soatdan ko'proq (ya'ni 10 km tezlik bilan yurganiday) bo'lganda edi, o'tgan yo'ldan 30 km ortiq yo'l bosgan bo'lar edi. Chang'ichi bir soatda 5 km ortiq yo'l bosishini bilamiz; demak, u yo'lda $30 : 5 = 6$ soat bo'lar edi. Bundan 15 km tezlik bilan yo'l bosish vaqti $6 - 2 = 4$ soat bo'lishi aniqlanadi.

Shu bilan birga o'tilgan masofa ham ma'lum bo'lib qoladi:
 $15 \times 4 = 60 \text{ km.}$

Chang'ichi kunning qoq yarmida marraga yetib kelishi uchun, boshqacha aytganda, yo'lga 5 soat sarflashi uchun qanday tezlikda harakat qilishini topish endi oson:

$$60 : 5 = 12 \text{ km}$$

Tekshirib ko'rilsa, bu javobning to'g'riligiga ishonch hosil qilish oson.

36. Bu masalani tenglamaga murojaat qilmasdan va shu bilan birga turli usullar bilan yechish mumkin.

Birinchi usul. Yosh ishchi 5 minutda yo'lning $\frac{1}{4}$ ulushini, keksa ishni — $\frac{1}{6}$ ulushini yuradi, ya'ni keksa ishchi yosh ishchidan

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

kam masofani o'tadi. Keksa ishchi yosh ishchidan yo'lning $\frac{1}{6}$ ulushi qadar oldinda bo'lgani sababli yosh ishchi keksaga

$$\frac{1}{6} : \frac{1}{12} = 2$$

besh minutlik muddatda, boshqacha aytganda, 10 minutda yetib oladi.

Ikkinchi usul soddaroq. Butun yo'lni o'tish uchun keksa ishchi yosh ishchiga qaraganda 10 minut ortiq vaqt sarf qiladi. Agar keksa ishchi yosh ishchidan 10 minut ilgari chiqqanda edi, ikkovlari zavodga bir vaqtda yetib kelishgan bo'lar edi. Agar keksa ishchi atigi 5 minut ilgari chiqqan bo'lsa, yosh ishchi unga yo'lning qoq yarmida, ya'ni 10 minutdan keyin yetib olishi kerak (yosh ishchi butun yo'lni 20 minutda o'tadi).

Arifmetika yo'li bilan yechishning boshqa usullari ham bo'lishi mumkin.

37. Masalani shablonsiz yechish yo'li bunday. Avvalo shunday savol qo'yamiz; teruvchilar ishni bir vaqtda tamomlash uchun ishni o'zaro qanday taqsimlashlari kerak? (Ma'lumki, faqat shunday holda, ya'ni bekor o'tirilmagandagina ish eng qisqa muddatda bajariladi.)

Tajribali teruvchi kam tajribali teruvchiga qaraganda 1,5 baravar tez yozganligi sababli birinchisining ulushi ikkinchisidan 1,5 baravar ortiq bo'lishi kerakligi ravshan, ana shunda yozishni ikkovi baravar tugatadi. Bundan birinchi teruvchi ma'ruzaning $\frac{3}{5}$ ulushini, ikkinchisi $\frac{2}{5}$ ulushini yozishi kerakligi chiqadi.

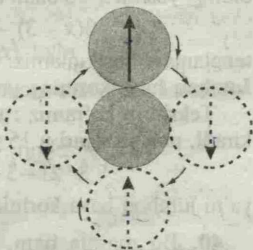
Ochig'ini aytganda, masala deyarli yechilib qoldi. Endi birinchi teruvchi o'z ishini (butun ishning $\frac{3}{5}$ ulushini) qancha vaqtda bajarishini topishgina qoladi. Uning hamma ishni 2 soatda bajara olishini bilamiz; demak, ishning $\frac{3}{5}$ ulushi $2 \times \frac{3}{5} = 1\frac{1}{5}$ soatda bajariladi. Ikkinchi teruvchi ham o'z ulushini xuddi shuncha vaqtda bajarishi kerak.

Shunday qilib, ma'ruzani ikkala teruvchi ko'chirib tamomlashi mumkin bo'lgan eng qisqa muddat 1 soat-u 12 minutdir.

Yechishning boshqa usulini berish ham mumkin. Birinchi teruvchi 6 soatda ma'ruzani uch marta ko'chirishi, ikkinchisi esa shuncha vaqtda ikki marta ko'chirishi mumkin. Demak, ular birga 6 soatda ma'ruzani 5 marta ko'chirishlari (ya'ni 6 soatda ma'ruza dagiga qaraganda 5 marta ko'p betni ko'chirishlari mumkin). U holda ma'ruzani ko'chirish uchun ularga 6 soatga qaraganda 5 marta kam vaqt kerak, ya'ni $6 \text{ soat} : 5 = 1 \text{ soat } 12 \text{ minut}$ kerak bo'ladi.

38. Agar siz kichik shes-ternya uch marta aylanadi, deb o'ylasangiz, xato qilasiz: u uch marta emas, to'rt marta aylanadi.

Buni ochiq tasavvur etish uchun bir parcha silliq qog'ozni stolga qo'yib, ustiga ikkita bir xil doirani 25-rasmda ko'rsatilgandek



25-rasm. Harakatdagi doira harakatsiz doira tevaragini bir marta aylanib chiqquncha o'zi bir marta emas, ikki marta aylanadi.

qilib qo'ying. Pastki doirani barmog'ingiz bilan bosib turib, uning aylanasi bo'ylab ustki doirani g'ildirating. Shunda kutilmagan bir hodisani ko'rasiz: ustki doira pastkisining yarmini aylanib, uning tagiga to'g'ri kelganda o'z o'qi atrofida to'la bir marta aylanadi: bu esa doiradagi strelkaning vaziyatidan ko'rinib turadi. Bu doira barmoq tagidagi harakatsiz doiraning atrofidan bir marta emas, ikki marta aylanib chiqadi.

Umuman, jism aylana bo'ylab g'ildirab harakat qilganda u bevosita hisoblanganidan bir marta ortiq aylanadi. Xuddi shu sababga ko'ra bizning Yer sharimiz ham Quyosh atrofini aylanib chiqishda agar aylanishlar Quyoshga nisbatan emas, yulduzlarga nisbatan olinsa, o'z o'qi tevaragida 365-u chorak emas, balki 366-u chorak marta aylanib chiqadi. Siz endi nima uchun yulduz kuni (sutkasi) quyosh kunidan qisqa ekanligini anglagan bo'lsangiz kerak.

39. Arifmetika yo'li bilan yechish usuli ancha chigal, ammo algebradan foydalanib tenglama tuzilsa, masala osongina yechiladi. Izlangan yillar sonini x harfi bilan belgilaymiz. Uch yil keyingi yoshni $x + 3$ bilan, uch yil oldingi yoshni $x - 3$ bilan belgilaymiz. Shunda mana bu

$$3(x + 3) - 3(x - 3) = x$$

tenglamani hosil qilamiz. Buni yechsak, $x = 18$ chiqadi. Jumboq havaskorining yoshi hozir 18 da.

Tekshirib ko'ramiz : uch yildan keyin u 21 yoshga kiradi, uch yil ilgari u 15 yoshda edi. Ayirma

$$3 \cdot 21 - 3 \cdot 15 = 63 - 45 = 18$$

ya'ni jumboq havaskorining hozirgi yoshiga teng.

40. Bu masala ham, oldingisi singari, soddagina tenglama yordami bilan yechiladi. Agar o'g'il hozir x yoshda bo'lsa, ota $2x - 18$, o'g'li $x - 18$ yoshda edi. Bunda shu narsa ma'lumki, u vaqtda ota o'g'lidan uch marta katta edi:

$$3(x - 18) = 2x - 18$$

Bu tenglamani yechib, $x = 36$ ni hosil qilamiz. O'g'il hozir 36 yoshda, ota 72 yoshda.

41. Boshda birinchi menzurkada x g xlorid kislota, ikkinchi menzurkada x g suv bo'lgan deylik. Birinchi quyilgandan keyin birinchi menzurkada $(x + 20)$ g kislota, ikkinchisida kislota bilan suv $(x + 20)$ g bo'ldi. Ikkinchi marta quyilgandan keyin ikkinchi menzurkada $\frac{1}{3}(x + 20)$ g suyuqlik qoladi, birinchida esa

$$x - 20 + \frac{2}{3}(x + 20) = \frac{5x - 20}{3} \text{ bo'ladi.}$$

Ikkinchi menzurkaga qaraganda birinchi menzurkadagi suyuqlik to'rt hissa kam bo'lgani uchun

$$\frac{4}{3}(x + 20) = \frac{5x - 20}{3}.$$

Bundan $x = 100$; ya'ni har qaysi menzurkada 100 g suyuqlik bo'lgan.

42. Bir so'mliklarning dastlabki sonini x bilan, yigirma tiyinlik tangalar sonini y bilan belgilaymiz. Bozorga borishda karmonimda $(100x + 20y)$ tiyin bor edi. Qaytganimda esa

$$(100y + 20x) \text{ tiyin}$$

qoldi. Oxirgi pul dastlabki puldan uch hissa kamligini bilamiz: demak,

$$3(100y + 20x) = 100x + 20y.$$

Bu ifodani soddalashtirsak,

$$x = 7y$$

hosil bo'ladi. Agar $y = 1$ bo'lsa, $x = 7$ bo'ladi. Shunday deb faraz qilinganida menda dastavval 7 so'm 20 tiyin bo'lgan bo'ladi; bu esa masalaning shartiga to'g'ri kelmaydi («15 so'm chamasida»).

$y = 2$ ni sinab ko'ramiz; u holda $x = 14$. Dastlabki pul 14 so'm 40 tiyin bo'ladi, bu esa masalaning shartiga juda mos keladi.

$y = 3$ deb faraz qilganda pul ancha ko'p chiqadi: 21 so'm 60 tiyin.

Demak, birdan bir to'g'ri keladigan javob 14 so'm 40 tiyin. Xarid qilingandan keyin 2 ta bir so'mlik va 14 ta yigirma tiyinlik tanga, ya'ni $200 + 280 = 480$ tiyin qolgan, bu haqiqatan ham dastlabki pulning uchdan birini tashkil etadi ($1440 : 3 = 480$).

Xarjlangan pul $1440 - 480 = 960$. Demak, xarid qilingan molning qiymati 9 so'm 60 tiyin.

To'rtinchi bob

SANASHNI BILASIZMI?

43. Sanashni bilasizmi?

Uch yoshdan oshgan bolaga shunday savol berilsa, balki unga qattiq tegar. Sanashni kim bilmaydi, deysiz. Surunkasiga «bir», «ikki», «uch» deb sanayverish uchun alohida san'atning hojati yo'q. Shunday bo'lsa ham men aminmanki, juda oson ko'ringan bu ishni hamisha ham yaxshi uddalay olmaysiz. Hamma gap sanaladigan narsaga bog'liq. Qutichadagi mixlarni sanab chiqish qiyin emas. Boring-ki qutichada faqat mixning o'zi emas, balki mix bilan vintlar aralash bo'lsin: unisi qancha-yu bunisi qancha ekanini aniqlash kerak bo'lsin. Shunda siz nima qilasis? Mixlarni bir to'daga, vintlarni bir to'daga ajratib, keyin ularni sanab chiqasiz, shundaymi?

Yuviladigan kirlarni sanash to'g'ri kelganda kir yuvuvchi ayol oldiga ham ana shunday masala ko'ndalang keladi. U oldin kirlarni xillarga ajratadi: ko'ylaklarni bir to'daga, sochiqlarni ikkinchi to'daga, yostiq jildlarini uchinchi to'daga va hokazo ajratib chiqadi. Ana shu ancha ovora qiladigan ishni oxiriga yetkazgandan keyingina u har qaysi to'dadagi buyumlarni ayrim-ayrim sanab chiqishga kirishadi.

Sanashni bilmaslik deb xuddi ana shunga aytiladi. Chunki bir xilda bo'lmagan narsalarni sanash usuli ancha noqulay dahmazasi ko'p, hatto ba'zan sira amalga oshirib bo'lmaydigan bir yo'ldir. Agar sizga mix yoki kirlarni sanash to'g'ri kelsa juda yaxshi: ularni o'z xiliga ajratish oson. Lekin siz o'zingizni o'rmonshunos o'rniga qo'ying va sizga bir gektar yerda qancha qarag'ay, o'sha uchastkada qancha archa, qancha qayin va qancha terak borligini sanab chiqish kerak bo'lsin. Shuning o'zidayoq daraxtlarni

oldindan sortlarga, jinslarga ajratish mumkin bo'lmaydi. Xo'sh, siz oldin faqat qarag'aylarni, keyin faqat archalarni, so'ngra qayinlarni, undan keyin teraklarni sanab chiqasizmi? Bitta daraxtzorni to'rt marta aylanib chiqasizmi?

Bu ishni bir marta oralab chiqishda bajarish mumkin bo'ladigan osonroq yo'li yo'qmikin? Ha, shunday usul bor, o'rmon xizmatchilari bu usulni qadimdan qo'llab kelishadi. Bu usul nimaligini mix va vintlarni sanashni misolga olib ko'rsataman.

Qutichadagi mix va vintlarni oldin xillarga ajratmay turib qancha mix va qancha vint borligini bir yo'la sanab chiqish uchun qalam-qog'oz oling va quyidagi shaklni chizing:

Mixlar	Vintlar

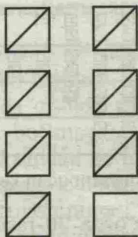
Keyin sanashni boshlang. Qutichadan qo'lingizga duch kelgan narsani oling. Agar u mix bo'lsa, qog'ozdagi mixlar grafasiga bir chiziq chizing; agar vint bo'lsa, vintlar grafasiga bir chiziq chizing. Keyin ikkinchi narsani olib, uni ham shunday qiling. Xullas, to quticha bo'shaguncha shunday qilavering. Sanoq pirovardida qutichada qancha mix bo'lsa, qog'ozdagi mixlar grafasida o'shancha chiziq, vintlar grafasida esa vintlar soni qadar chiziq bo'ladi. Endi qog'ozdagi chiziqlarni sanab chiqishgina qoladi.

Chiziqlar sanog'ini osonlashtirish va tezlatish mumkin. Buning uchun chiziqlarni bir-birining tagiga qo'ymay, 26-rasmda tasvirlangani singari, beshtadan qilib to'plash mumkin.

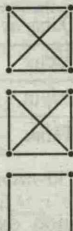
Yaxshisi bu xildagi kvadratchalarni juft-juft qilib guruhlash, ya'ni birinchi 10 ta chiziqdan keyin 11-sini yangi ustunchaga qo'yishdir; ikkinchi ustunchada 2 ta



26-rasm. Chiziqlarni beshtalab to'plash kerak.



27-rasm. Sanoq natijalari mana shunday joylashtiriladi.



28-rasm. Har bir butun kvadratcha 10 ni bildiradi.

kvadrat paydo bo'lgach, galdagi kvadratcha uchinchi ustunchadan boshlanadi va hokazo. U holda chiziqlar taxminan 27-rasmda ko'rsatilgandek joylashadi.

Bunday joylashgan chiziqlarni sanash juda oson: siz bu yerda uchta o'nlik, bitta beshlik va tag'in uch chiziqni darhol ko'rasiz, demak, hamma chiziq: $30 + 5 + 3 = 38$.

Boshqa xil shakllardan foydalanish ham mumkin: masalan, ko'pincha har bir butun kvadratchasi 10 ni bildiradigan belgilar ham ishlatiladi (28-rasm).

O'rmon uchastkasidagi turli jins daraxtlarni sanashda ham siz xuddi shunday qilishingiz kerak, ammo qog'ozdagi grafalar ikkita emas, to'rtta bo'ladi. Bunda grafalar tikka emas, yotiq bo'lgani qulayroqdir. Demak, sanashdan oldin qog'oz 29-rasmdagiday ko'rinishda bo'ladi.

Qarag'ay	1400
Archa	1000
Qayin	500
Terak	1100

29-rasm. O'rmondagi daraxtlarni sanash uchun blanka.

Qarag'ay	☒	☒	☒	☒	☒	☐			
Archa	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	
Qayin	☒	☒	☒	☒	☒	☐			
Terak	☒	☒	☒	☒					

30-rasm. Blankaning sanoqdan keyingi ko'rinishi.

Sanoq oxirida qog'ozda 30-rasmda ko'rsatilganiga o'xshash ko'rinish hosil bo'ladi.

Endi oxirgi natijani chiqarish juda oson:

Qarag'ay 53 Qayin 47
Archa 80 Terak 35

Kir yuvuvchi ayol yuviladigan kirlar ro'yxatini tuzishda ham shunday yo'l tutishi mumkin, shu yo'l bilan u mehnat va vaqtni tejagan bo'ladi.

Masalan, sizga o'tloqning kichikroq uchastkasida qanday o'simlikdan qancha borligini sanab chiqish kerak bo'lsa, bu vazifani mumkin qadar qisqa muddatda qanday qilib bajarish kerakligini biladigan bo'lib qoldingiz. Oldin siz ko'rgan o'simliklaringizning nomlarini qog'ozdagi ayni grafalarga yozib chiqasiz, uchrab qolishi ehtimol bo'lgan o'simliklar uchun yana bir necha bo'sh grafa qoldirasiz. Siz sanashni 31-rasmda ko'rsatilgan qog'oz bilan boshlaysiz.

Shundan so'ng o'rmon uchastkasida olib borilgan hisobga o'xshash ish qilinadi.

Momaqaymoq	
Ayiqtovon	
Bargizub	
Chaqirtikan	
Ochambit	

31-rasm. O'tloq uchastkasidagi o'simliklar hisobini aniqlash jadvali.

44. O'rmondagi daraxtlarni sanash nima uchun kerak?

Shaharda yashovchilar uchun bu aslo mumkin bo'lmagan ish bo'lib tuyuladi. L.N.Tolstoyning «Anna Karenina» romanida qishloq xo'jaligi bilimdoni Levin bu ishdan xabari bo'lmagan, o'rmonni sotmoqchi bo'lgan bir qarindoshidan so'raydi:

— Daraxtlarni sanab chiqdingmi?

— Daraxtlarni sanash nimasi? — deb ajablanib javob beradi u. — Qum donalarini, sayyoralarni, nurlarni dono kishilarga ham sanash mahol-ku...

— Shundayku-ya, lekin Ryabinin (savdogar) sanab oladi. Bironta mujik sanamasdan olmaydi.

O'rmondagi daraxtlar shu o'rmonda necha kub metr yog'och borligini aniqlash uchun sanaladi. Undagi daraxtlarning hammasini emas, balki ma'lum uchastkadagi, masalan, chorak yoki yarim gektar yerdagi daraxtlar sanab chiqiladi. Buning uchun daraxtlarning zichligi, turlari, yo'g'onligi va balandligi o'rtacha bo'lgan uchastka tanlanishi kerak. Bunday «sinash maydonchasi»ni qulay tanlash uchun, albatta, ko'z pishigan bo'lishi kerak. Sanashda har qaysi jinsga tegishli daraxtlar sonini aniqlash kifoya qilmaydi: shu bilan birga bir xil yo'g'onlikdagi yog'ochlardan, masalan, yo'g'onligi 25 santimetrli yog'ochlardan qancha, 30 santimetrlilaridan qancha, 35 santimetrlilaridan qancha va hokazo borligini ham bilish kerak. Shu sababli sanoq (hisob) vedomostida grafalar soddalashtirilgan misolimizdagi kabi atigi to'rtta emas, balki ancha ortiq bo'ladi. Agar daraxtlar bu yerda aytilganidek emas, balki odatdagi yo'l bilan sanab chiqiladigan bo'lsa, o'rmon ichini juda ko'p marta aylanib chiqish kerak bo'lishini endi ko'z oldingizga keltirsangiz kerak.

Ko'rib turibsizki, sanoq bir jinsdagi narsalarni sanashdagina sodda va yengil ish bo'ladi. Bordi-yu turli jinsdagi narsalar sonini bilish kerak bo'lsa, hozirgina tushuntirib o'tilgan maxsus usullarni qo'llash ma'qul.

Beshinchi bob

SONLARGA DOIR JUMBOQLAR

45. Besh so'mga — yuz so'm

Bir estrada hisobchisi o'z seanslarida tomoshabinlarga quyidagi hammani qiziqtiradigan taklifni qildi:

— Guvohlar oldida aytamanki, menga yigirmata tangachaqadan, ya'ni yarim so'mlik bir tangalik (20 tiyinlik) va 5 tiyinliklardan 5 so'm to'g'rilab bergan har bir kishiga 100 so'm to'layman. Besh so'mga yuz so'm! Talabgor bormi?

Jimjitlik hukm surdi.

Tomoshabinlar o'ygacha cho'mdi. Qo'yin daftarchalarining varaqlari ustida qalamlar yugura boshladi. Biroq hadeganda javob taklifi kelavermadi.

— Fahmimcha, tomoshabinlar yuz so'm olish uchun besh so'm berishga og'rinayotganga o'xshaydi. Unday bo'lsa, men ikki so'm arzon qilaman, yigirmata tanga chaqadan 3 so'm to'plab bering. 3 so'mga 100 so'm to'layman! Talabgorlar marhamat qilib navbatga turishsin!

Biroq navbatga hech kim turmadi. Bunday holatdan foydalanib qolishga tomoshabinlar kechikaverdilar.

— Nahotki 3 so'm ham og'irlik qilsa? Xo'p, yana bir so'm chegiraman; aytilgan yigirmata chaqa-tangadan 2 so'm to'lang, shu pulni keltirgan kishining qo'liga darhol 100 so'm tutqizaman.

Hech bir talabgor chiqmagach, hisobchi so'zida davom etdi:

— Balki yoningizda mayda pul yo'qdir? Bundan xijolat chekmang, men nasiyaga ham ko'naman. Faqat menga necha tiyinlikdan qancha berishga va'da qilganingizni bir parcha qog'ozga yozib uzatsangiz, bas!

46. Ming

Siz 1000 sonini sakkizta bir xil raqam bilan ifodalay olasizmi? (Raqamlardan tashqari amallarning belgilari-dan foydalanishga ham ruxsat etiladi.)

47. Yigirma to'rt

24 sonini uchta sakkiz raqami bilan ifodalash juda oson: $8 + 8 + 8$. Ammo siz sakkiz raqamlaridan emas, balki boshqa uchta bir xil raqamdan foydalanib shunday qila olasizmi? Masala yechilishining bir nechta yo'li bor.

48. O'ttiz

O'ttiz sonini uchta besh raqami bilan ifodalash oson: $5 \times 5 + 5$. Buni uchta boshqacha bir xil raqamlar bilan bajarish qiyinroq. Unnab ko'ring. Siz balki yechishning bir necha xil usulini toparsiz?

49. Yetishmagan raqamlar

Ko'paytirishning bu misolida raqamlarning yarmidan ko'prog'i o'rniga yulduzchalar qo'yilgan.

$$\begin{array}{r} \times 115 \\ 382 \\ \hline 3820 \\ + 3920 \\ 1245 \\ \hline 158530 \end{array}$$

Yetishmagan raqamlarni tiklay olasizmi?

50. Qanday sonlar?

Misolda qanday sonlar bir-biriga ko'paytirilishini aniqlash talab etiladi:

$$\begin{array}{r} \times 185 \\ 355 \\ \hline 2845 \\ + 1320 \\ \hline 48775 \end{array}$$

51. Qanday son bo'lingan?

Bo'lishning quyidagi misolida yetishmagan raqamlarni tiklang:

$$\begin{array}{r|l} 425 & 325 \\ \underline{325} & 13 \\ 100 & \\ \underline{90} & \\ 10 & \\ \underline{10} & \end{array}$$

52. 11 ga bo'lish

To'qqiz xonali shunday bir son yozingki, unda takrorlanadigan raqamlar bo'lmasin (ya'ni hamma raqamlar har xil bo'lsin) va 11 ga qoldiqsiz bo'linsin.

Shunday sonlardan eng kattasini yozing.

Shunday sonlardan eng kichigini yozing.

53. Ko'paytirishning g'alati hollari

Ikki sonni ko'paytirishning quyidagi holini tekshirib ko'ring:

$$48 \times 159 = 7632$$

Bu holning shunisi qiziqki, unda to'qqizta qiymatli raqamning hammasi bir martadan qatnashadi.

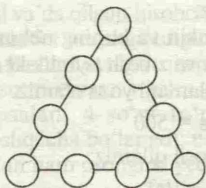
Siz ham shunday misollardan yana bir nechtasini topa olasizmi? Agar shunday misollar umuman bor bo'lsa, ular nechta?

54. Sonli uchburchak

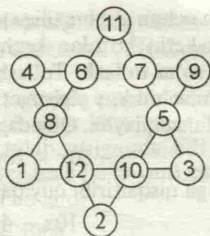
Shu uchburchak doirachalariga (32-rasm) to'qqizta qiymatli raqamning hammasini shunday joylashtiringki, ularning har qaysi tomondagi yig'indisi 20 ga teng bo'lsin.

55. Yana sonli uchburchak

Hamma qiymatli raqamlarni o'sha uchburchak (32-rasm) doirachalari ichiga shunday joylashtirish kerakki, ularning har qaysi tomondagi yig'indisi 17 ga teng bo'lsin.



32-rasm. Shu doiracha ichiga
9 ta raqam yozing.



33-rasm. Olti burchakli
sonli yulduz.

56. Sehrli yulduz

33-rasmda tasvirlangan olti burchakli sonlar yulduzi-ning «sehrli» xossasi bor: olti qatordagi hamma sonlar yig'indisi bir xil:

$$4 + 6 + 7 + 9 = 26$$

$$4 + 8 + 12 + 2 = 26$$

$$9 + 5 + 10 + 2 = 26$$

$$11 + 6 + 8 + 1 = 26$$

$$11 + 7 + 5 + 3 = 26$$

$$1 + 12 + 10 + 3 = 26$$

Lekin yulduz uchlaridagi sonlar yig'indisi boshqacha:

$$4 + 11 + 9 + 3 + 2 + 1 = 30$$

Doirachalar ichidagi sonlarni faqat to'g'ri qatorlar-ning yig'indilarigina (26) emas, hatto yulduz uchlaridagi sonlar ham o'sha son (26)ni tashkil etadigan qilib joylashtirish bilan bu yulduzni takomillashtira olasizmi?

45—56-JUMBOQLARNING JAVOBLARI

45. Masalalarning uchalasi ham yechib bo'ladigan emas: bu masalalarni yechishga hisobchi hech qo'rqmay har qancha mukofot va'da qila oladi. Bunga ishonch hosil

qilish uchun algebra tiliga murojaat qilamiz va masalalarni birin-ketin ko'zdan kechiramiz.

5 so'm to'lash. To'lash mumkin va buning uchun x yarim so'mlik, y yigirma tiyinlik va z besh tiyinlik kerak deb faraz qilaylik. Quyidagi tenglamani yoza olamiz.

$$50x + 20y + 5z = 500$$

5 ga qisqartirib, quyidagini hosil qilamiz:

$$10x + 4y + z = 100$$

Bundan tashqari, tanga-chaqalarning umumiy soni shartga ko'ra 20 ta bo'lgani uchun x , y va z yana boshqa tenglama:

$$x + y + z = 20$$

bilan bog'langan. Bu tenglamani birinchi tenglamadan ayirib, quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$9x + 3y = 80$$

Bu tenglamani 3 ga bo'lib, quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$$3x + y = 26\frac{2}{3}$$

Ammo yarim so'mlikning uch hissasi bo'lgan $3x$ soni ham, y dan iborat 20 tiyinliklar soni ham butun son. Ikkita butun sonning yig'indisi esa kasr son ($2\frac{2}{3}$) bo'la olmaydi. Bizning bu masalani yechish mumkinligi to'g'risidagi farazimiz bema'nilikka olib kelganini ko'rib turibsiz. Demak, masalani yechib bo'lmaydi.

Kitobxon shu yo'l bilan qolgan ikkita masalaning, ya'ni 3 so'm va 2 so'm to'lash masalalari ham yechilmasligiga ishonch hosil qiladi. Birinchi masala

$$3x + y = 13\frac{1}{3}$$

tenglamaga olib keladi. Ikkinchisi esa

$$3x + y = 6\frac{2}{3}$$

tenglamaga olib keladi. Ikkala tenglama ham butun sonlar sohasida yechilmaydi.

Ko'rdingizki, bu masalalarni yechganlarga katta-katta pul va'da qilgan hisobchi sira yutqizmaydi. Hech qachon mukofot berishga to'g'ri kelmaydi.

Basharti aytilgan qiymatdagi yigirmata tanga-chaqa bilan 5 so'm emas, 3 so'm emas, 2 so'm ham emas, balki masalan, 4 so'm to'plash talab etilganda edi, ish boshqacha bo'lar edi: u holda masala hatto yetti xil usul bilan ham osongina yechilgan bo'lardi*.

46. $888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1000$

Boshqa yechilishlari ham bor.

47. Ikki xil usulda quyidagicha yechilishi mumkin:

$$22 + 2 = 24; \quad 3^3 - 3 = 24.$$

48. Masalaning uch xil yechilishini keltiramiz:

$$6 \times 6 - 6 = 30; \quad 3^3 + 3 = 30; \quad 33 - 3 = 30$$

49. Agar quyidagicha muhokama yuritib borilsa, yetishmagan raqamlar asta-sekin tiklana boradi.

Qulay bo'lishi uchun satrlarni raqamlab chiqamiz:

$$\begin{array}{rcl}
 & *1* & \dots\dots\dots \text{I} \\
 \times & 3*2 & \dots\dots\dots \text{II} \\
 \hline
 & *3* & \dots\dots\dots \text{III} \\
 + & 3*2* & \dots\dots\dots \text{IV} \\
 & *2*5 & \dots\dots\dots \text{V} \\
 \hline
 & 1*8*30 & \dots\dots\dots \text{VI}
 \end{array}$$

III satrdagi so'nggi yulduzcha 0 raqami ekanligini payqash oson: bu esa VI satr oxirida 0 turganligidan ochiq ko'rinadi.

Endi I satr oxiridagi yulduzchaning qiymati aniqlanadi; bu shunday raqamki, 2 ga ko'paytirganda nol bilan tugaydigan sonni, 3 ga ko'paytirganda esa 5 bilan tugaydigan sonni beradi (V satr). Bunday raqam faqat bitta, ya'ni 5 raqamidir.

IV satr oxirida 0 raqami turishi ravshan. (III va IV satrlarda oxiridan ikkinchi o'rinda turgan raqamlarni taqqoslang!)

* Mumkin bo'lgan yechilishlardan biri: 6 ta yarim so'mlik, 2 ta 20 tiyinlik va 12 ta 5 tiyinlik.

II satrdagi yulduzcha tagida nima yashirinib yotganini fahmlash qiyin emas: bu — 8, chunki faqat 8 soni 15 ga ko'paytirilganda 20 bilan tugaydigan natijani beradi (IV satr).

Nihoyat, I satrdagi birinchi yulduzchaning qiymati ma'lum bo'ladi: bu raqam 4, chunki faqat 4 ni 8 ga ko'paytirganda 3 bilan boshlanadigan natijani beradi (IV satr).

Endi qolgan noma'lum raqamlarni topishning hech qanday qiyinligi yo'q: oldingi ikki satrning allaqachon aniq bo'lib qolgan sonlarini bir-biriga ko'paytirish kifoya.

Natijada ko'paytirishning bunday misolini hosil qilamiz:

$$\begin{array}{r}
 415 \\
 \times 382 \\
 \hline
 830 \\
 + 3320 \\
 1245 \\
 \hline
 158530
 \end{array}$$

50. Hozirgina tatbiq etilgan muhokama usulini qo'l-lab, bu holda ham yulduzchalarning qiymatini ochamiz.

Quyidagi ko'rinishda hosil bo'ladi:

$$\begin{array}{r}
 325 \\
 \times 147 \\
 \hline
 2275 \\
 + 1300 \\
 325 \\
 \hline
 47775
 \end{array}$$

51. Bo'lishning izlangan holi mana shu:

$$\begin{array}{r}
 - 52650 \overline{) 325} \\
 \underline{325} \\
 2015 \\
 \underline{1950} \\
 650 \\
 \underline{650} \\
 0
 \end{array}$$

52. Bu masalani yechish uchun 11 ga bo'linish alo-matini bilish kerak. Agar juft o'rinlarda turgan raqamlar yig'indisi bilan toq o'rinlarda turgan raqamlar yig'indisi orasidagi ayirma 11 ga bo'linsa yoki nolga teng bo'lsa, son 11 ga bo'linadi.

Misol uchun 23 658 904 sonini sinab ko'ramiz.

Juft o'rinlarda turgan raqamlar yig'indisi:

$$3 + 5 + 9 + 4 = 21$$

Toq o'rinlarda turgan raqamlar yig'indisi:

$$2 + 6 + 8 + 0 = 16$$

Ularninig ayirmasi (katta sondan kichik sonni ayirish kerak):

$$21 - 16 = 5$$

Bu ayirma (5) 11 ga bo'linmaydi: demak, olingan son ham 11 ga qoldiqsiz bo'linmaydi.

Boshqa sonni, chunonchi, 7 334 535 ni sinab ko'raylik:

$$3 + 4 + 3 = 10$$

$$7 + 4 + 5 + 5 = 21$$

$$21 - 10 = 11$$

11 soni 11 ga bo'linadi, shuning uchun sinaluvchi son 11 ga karralidir.

Endi 11 ga karrali bo'lgan va masalaning talablariga javob beradigan son hosil bo'lishi uchun to'qqizta raqamni qanday tartibda yozish kerakligini fahmlash oson

Misol:

$$352\,049\,786.$$

Sinab ko'ramiz:

$$3 + 2 + 4 + 7 + 6 = 22$$

$$5 + 0 + 9 + 8 = 22$$

Ayirma $22 - 22 = 0$. Demak, biz yozgan son 11 ga karralidir.

Shunday sonlarning eng kattasi:

987 652 413

Eng kichigi:

102 347 586

53. Bardoshli kitobxon bunday ko'paytirishning to'qqiz turini izlab topa oladi. Ular quyidagilardir.

$$12 \times 483 = 5796$$

$$42 \times 138 = 5796$$

$$18 \times 297 = 5346$$

$$27 \times 198 = 5346$$

$$39 \times 186 = 7254$$

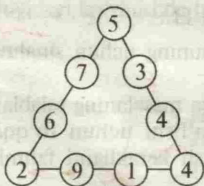
$$48 \times 159 = 7632$$

$$28 \times 157 = 4396$$

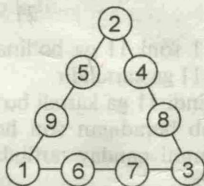
$$4 \times 1738 = 6952$$

$$4 \times 1963 = 7852$$

54–55. Masalalarning yechilishlari 34- va 35-rasmlarda ko'rsatilgan. Har qaysi qatorning o'rtasidagi raqamlarning joylarini almashtirish va shu yo'l bilan yana bir qancha yechilishlarni topish mumkin.



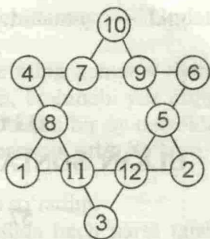
34-rasm.



35-rasm.

56. Sonlarning talab etilgan tarzdagi joylashuvini topishni yengillashtirmoq uchun quyidagicha muhokama qilamiz. Izlangan yulduzning uchlaridagi sonlar yig'indisi 26 ga teng; yulduzdagi barcha sonlar yig'indisi 78 ga teng. Demak, ichki oltiburchak sonlarining yig'indisi $78 - 26 = 52$.

So'ngra katta uchburchaklardan birini tekshirib chiqamiz. Uning har qaysi tomonidagi sonlar yig'indisi 26 ga teng; uchala tomon sonlarini qo'shsak, $26 \times 3 = 78$ chiqadi. Bunda burchaklardagi sonlardan har biri ikki martadan kiradi. Uchta ichki juft (ya'ni ichki olti burchak) sonlarining yig'indisi 52 bo'lganligi sababli har qaysi uchburchakning uchlaridagi sonlar yig'indisining ikki baravar oshirilgani $78 - 52 = 26$, bir marta olingan yig'indi esa 13 ga teng.



36-rasm.

Endi izlash maydoni ancha torayib qoladi. Masalan, 12 ham, 11 ham yulduz uchlarini egallay olmasligini bilamiz (nega?). Demak, sinovni 10 dan boshlash mumkin, shu bilan birga qanday ikki son uchburchakning qolgan uchlarini egallashi kerakligi birdaniga aniqlanadi: 1 va 2.

Shu yo'ldan boraversak, oxiri sonlarning talab etilgan tartibda joylanishini topib olamiz. Bu joylanish 36-rasmda ko'rsatilgan.

Oltinchi bob

ULKAN SONLAR HAQIDA HIKOYALAR

57. Foydali bitim

Bu voqeaning qachon va qayerda bo'lganligi ma'lum emas. Ehtimol, sira bo'lmagandir ham; bo'lmaganligi haqiqatan uzoq bo'lmasa kerak. Bu voqea bo'lgan bo'lsa ham, bo'lmagan bo'lsa ham, harholda, quloq berib eshitishga arziydi.

1. Bir millioner boy uyiga benihoyat xursand bo'lib qaytdi: yo'lda baxtli uchrashuv yuz beribdi, bu uchrashuvdan katta foydaning daragi kelib turardi.

— Shunday omad ham kelarkan-a, — dedi u uydagi-larga.— Pulni pul chaqiradi, deganlari ham bejiz emas ekan. Mana, mening pulim pul chaqirayotir. O'zi nima gap desalaring-chi! Yo'lda menga bir notanish odam uchrab qoldi. Men u bilan so'zlashmoqchi ham emasdim-ku, u mening puldorligimni payqab, o'zi gap boshlab, menda pul bor, dedi. So'z oxirida u menga shunday foydali bir ishni taklif qildiki, buni eshitgach, sevinganimdan o'zimni yo'qotib qo'yayozdim.

— Shunday bitimga kelaylik, — dedi u. — Men senga bir oygacha har kuni yuz ming so'mdan keltirib beraverraman. Ammo tekinga emas, lekin to'lovi arzimagan narsa.

Birinchi kuni bitim bo'yicha men aytsam kulasanlar, atigi bir tiyin to'lashim kerak emish.

O'z qulog'imga ishonmadim:

— Bir tiyinmi? — deb qayta so'radim.

— Ha, bir tiyin, — dedi. — Ikkinchi yuz ming so'm uchun 2 tiyin to'laysan.

— Xo'sh, — dedim sabrim chidamay. — Undan keyin-chi?

— Undan keyin uchinchi yuz ming uchun 4 tiyin, to'rtinchi yuz ming uchun 8 tiyin, beshinchi yuz ming uchun 16 tiyin to'laysan. Xullas, butun bir oy badalida har kun oldingi kungidan ikki baravar ortiq to'layverasan.

— Keyin nima bo'ladi? — deb so'radim.

— Tamom, — dedi u; — boshqa hech narsa talab qilmayman. Faqat lafzingdan qaytmasliging kerak; har kuni ertalab yuz ming so'm olib kelaman, sen esa bitimdagi pulni to'lab turasan. To'lovni bir oydan ilgari to'xtataman dema.

Bir tiyinga yuz ming so'm! Agar puli qalbaki bo'lmasa, u odamning esi joyida emas. Ammo vaqtini boy bermaslik kerak.

— Xo'p, pulni keltir, — dedim. — Men o'z to'lovimni, kanda qilmay, to'lab turaman. Tag'in meni aldama: rostakam pul olib kel.

— Xotirjam bo'l, ertaga erta bilan kutaver, — dedi.

Faqat bir narsadan xavfim bor, kelarmikin? Juda zararli ishni o'ylabman, deb aynib qolmasa edi! Mayli, ertagacha kutsam kutay-chi, nima bo'lar ekan.

2. U kun o'tdi. Erta bilan barvaqt o'sha, yo'lda uchragan notanish odam kelib, boyning derazasini taqillatdi.

— Pulingni cho'z, men o'zimga olib keldim, — dedi.

Darhaqiqat, bu g'alati odam uyga kirib, xaltadagi pullarni chiqarib qo'ya boshladi. Pullar qalbaki emas, rostakam. Rosa yuz mingni sanab bo'lib:

— Mana, va'daga muvofiq keltirganim. To'lash endi sening galing, — dedi.

Boy stol ustiga bir tiyinlik chaqani qo'yib, xavfsirab kutib turar, mehmon chaqani olarmikin, olasmikin, pulini qaytib olib ketasmikin, deb o'ylardi. Mehmon chaqani ko'zdan kechirdi, qo'lga olib salmoqlab ko'rdida, hamyoniga soldi.

— Ertaga xuddi shu vaqtda kut. Unutma, ikki tiyin tayyorlab qo'y, — dedi-da, xayrlashib, jo'nab ketdi.

Boy ko'zlariga ishonmasdi: nazarida yuz ming so'm osmondan tushganday bo'ldi! U pullarni qayta-qayta sanab chiqdi, qalbaki pul emasligiga batamom ishonadi: hammasi to'g'ri. Pulni ovloroq joyga yashirib, ertangi pulni kuta boshladi.

Kechasi boyning yuragiga g'ulg'ula tushdi: kelgan odam qaroqchi emasmikin, o'zini sodda ko'rsatib, pul yashiriladigan joyni bilib olmoqchi va keyin bir to'da qaroqchilar bilan bostirib kelmasmikin, degan vahimaga tushdi.

Boy eshiklarini mahkam yopib, kechqurundan boshlab derazaga termulganicha tashqariga quloq solib, allavaqtgacha uxlay olmadi. Erta bilan deraza yana taqilladi: notanish kishi pul keltirgan ekan. U yuz ming so'mni sanab berib, o'zining ikki tiyini oldi, chaqani hamyoniga solib bo'lib, xayrlashayotganda:

— Ertaga to'rt tiyin-a, tayyorlab qo'yishni unutma— dedi.

Boy yana o'zida yo'q xursand, chunki ikkinchi yuz ming so'm go'yo o'z oyog'i bilan keldi. Mehmon esa qaroqchiga o'xshamaydi: atrofga ko'z yugurtirmadi, sinchkovlik qilmadi, faqat o'ziga tegishli tiyinlarinigina talab etdi. Tentak! Dunyoda shunaqa nodonlar ko'proq bo'lganda edi, donolar yaxshiroq yashar edi.

Notanish odam uchinchi kuni ham keldi. Uchinchi yuz ming so'm boyga 4 tiyin badaliga keldi.

To'rtinchi kuni to'rtinchi yuz ming so'm ham xuddi shu yo'sinda (8 tiyinga) boyning qo'liga kirdi.

Beshinchi yuz ming so'm 16 tiyinga keldi.

Keyin oltinchi yuz ming so'm 32 tiyinga keldi.

Etti kun deganda boy yetti yuz ming so'm oldi-yu, lekin bu pullar badaliga arzimangina pul to'ladi:

$$1\ t + 2\ t + 4\ t + 8\ t + 16\ t + 32\ t + 64\ t = 1\ s\ 27\ t.$$

Bu narsa ochko'z millionerga yoqib tushdi, u atigi bir oy muddatga bitim tuzganidan afsuslandi. Uch

milliondan ortiq qo'lga kirmaydi. Muddatni jilla qursa yana yarim oyga cho'zish uchun tentakni ko'ndirib bo'lmasmikin? Bu esa xatarli, chunki pulni bekorga berayotganini fahmlab qolsa bormi...

Notanish odam har kuni erta bilan yuz ming so'mdan keltiraverdi. 8-kun u 1 s 28 t oldi, 9-kun — 2 s 56 t, 10-kun — 5 s 12 t, 11-kun — 10 s 24 t, 12-kun — 20 s 48 t, 13-kun — 40 s 96 t, 14-kun — 81 s 92 t oldi.

Boy bu pullarni jon deb to'layverdi: axir u 1 million 400 ming so'm oldi, buning badaliga notanish odamga atigi yuz ellik so'mcha berdi, xolos.

Biroq boyning quvonchi uzoqqa cho'zilmadi: boy ajoyib mehmon sodda odam emasligini, u bilan qilingan bitim oldin foydali bo'lib tuyulgan bo'lsa-da, butunlay foydasiz ekanini tez orada payqab qoldi. Oradan 15 kun o'tgach, navbatdagi oladigan yuz ming so'mi evaziga tiyinlab emas, yuzlarcha so'mlab to'lashga to'g'ri keldi va to'lov puli juda ham o'sib ketaverdi. Chindan ham, oyning ikkinchi yarmida boy quyidagicha pul to'ladi:

15-kun yuz ming so'm uchun — 163 s 84 t,

16-kun yuz ming so'm uchun — 327 s 68 t,

17-kun yuz ming so'm uchun — 655 s 36 t,

18-kun yuz ming so'm uchun — 1310 s 72 t,

19-kun yuz ming so'm uchun — 2621 s 44 t.

Shunday bo'lsa ham boy o'zini hali zarar ko'rmagan deb hisoblardi, garchi besh ming so'mdan ortiq pul to'lagan bo'lsa-da, 1 million 800 ming so'm oldi-ku.

Ammo foyda kundan kunga tez kamayaverdi.

Mana navbatdagi to'lovlar:

20-kun yuz ming so'm uchun — 5 242 s 88 t,

21-kun yuz ming so'm uchun — 10 485 s 76 t,

22-kun yuz ming so'm uchun — 20 971 s 52 t,

23-kun yuz ming so'm uchun — 41 943 s 04 t,

24-kun yuz ming so'm uchun — 83 886 s 08 t,

25-kun yuz ming so'm uchun — 167 772 s 16 t,

26-kun yuz ming so'm uchun — 335 544 s 32 t,

27-kun yuz ming so'm uchun — 671 088 s 64 t.

Endi olishdan ko'ra ko'proq to'lashga to'g'ri keldi.

Oldi-berdini shu yerda to'xtatish ham ma'qul edi-ku, lekin shartnomani buzishning iloji yo'q-da.

Borgan sari ahvol yomonlashaverdi. Notanish odam keltirib bergan pullaridan allaqancha ortiq pul olishini boy juda kech fahmlab qoldi...

28-kundan boshlab boy endi millionlab to'lashi kerak bo'ldi. Keyingi ikki kun esa oxiri uni bor-yo'g'idan judo qildi. Mana katta-katta to'lovlar:

28-kun yuz ming so'm uchun — 1 342 177 s 28 t,

29-kun yuz ming so'm uchun — 2 684 354 s 56 t,

30-kun yuz ming so'm uchun — 5 368 7 9 s 12 t.

Mehmon oxirgi safar kelib ketgach, birinchi qarashda shunchalik arzimagan pul badaliga kelgan uch million so'm qanchaga tushganini millioner hisoblab chiqdi. Hisobning ko'rsatishicha, notanish odamga

10 737 418 s 23 t

to'lanibdi, ya'ni salkam 11 million!.. Holbuki, ish bir tiyindan boshlangan edi. Notanish odam hatto uch yuz ming so'mdan keltirib beraverganda ham zarar ko'rmagan bo'lardi.

3. Bu hikoyaga xotima berishdan ilgari millione-rimizning ko'rgan zararini hisoblab chiqishni qaysi usul bilan tezlatish mumkinligini ko'rsatib o'tamiz: boshqacha aytganda, bir qator sonlarni qo'shishni qanday qilib tez bajarish yo'lini ko'rsatamiz:

$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64$ va hokazo.

Bu sonlarning quyidagi xususiyatini payqab olish qiyin emas:

$$1 = 1$$

$$2 = 1 + 1$$

$$4 = (1 + 2) + 1$$

$$8 = (1 + 2 + 4) + 1$$

$$16 = (1 + 2 + 4 + 8) + 1$$

$$32 = (1 + 2 + 4 + 8 + 16) + 1 \text{ va hokazo.}$$

Ko'ramizki, bu qatorning har bir soni o'zidan oldingi sonlarning hammasini birga olib, unga yana bitta

birlik qo'shilganiga teng. Shuning uchun bunday qatorning hamma sonlarini, masalan, 1 dan to 32 768 gacha bo'lgan sonlarni qo'shish kerak bo'lganda, biz undan oldingi hamma sonlar yig'indisini faqat oxirgi songa (32 768 ga) qo'shamiz, boshqacha aytganda, o'sha oxirgi songa undan bitta kam (32 768 – 1) sonni qo'shamiz, 65 535 hosil qilamiz.

Millionerimizning ko'rgan zararini shu usul bilan juda tez hisoblab chiqa olamiz. Buning uchun uning oxirgi marta qancha to'laganligini bilsak, bas. Uning oxiri, to'lovi 5 368 709 s 12 t bo'lgan. Shuning uchun 5 368 709 s 12 t ni 5 368 709 s 11 t ga qo'shsak, izlangan natija: 10 737 418 s 23 t chiqadi.

58. Shaharda tarqalgan ovoza

Shaharda ovoza g'oyat tez tarqaladi. Biror yerda allaqanday voqea yuz bersa-yu, shuni bir necha kishi ko'rgan bo'lsa, oradan ikki soat ham o'tmay, bu qiziq xabar butun shaharga tarqalib ketadi: hammaga ma'lum bo'ladi, uni hamma eshitgan bo'ladi. Xabarning benihoyat tez tarqalishi kishini juda hayron qoldiradi.

Biroq agar bu narsaga hisob yuzasidan yondashilsa, bunda hech qanday favquloddalik yo'qligi ravshan bo'ladi; buning sababi o'sha tarqalgan ovozaning sirli xususiyatlarida emas, balki sonlarning xossalari bilan ochiq izohlanadi.

Misol uchun quyidagi voqeani qarang chiqaylik.

1. Aholisi 50 ming kishilik chetroq bir shaharga ertalab soat 8⁰⁰ da poytaxtdan bir kishi keldi va hammani qiziqtiradigan bir yangi xabarni so'zlab berdi. Mehmon o'zi kelib qo'ngan uydagilarning atigi uchtasiga shu yangi xabarni so'zlab berdi: bu, masalan, chorak soat vaqtini olgan bo'lsin.

Shunday qilib, ertalab soat 8¹⁵ da bu xabar shaharda faqat to'rt kishiga, ya'ni kelgan kishi bilan yana mahalliy aholidan uchtasiga ma'lum bo'ldi.

Bu yangilikni bilgan uch kishining har biri uni boshqa 3 odamga aytishga shoshildi. Bunga ham chorak soat ketdi. Demak, shaharga yangi xabar kelganiga yarim soat bo'lganda undan $4 + (3 \times 3) = 13$ kishi xabardor bo'ldi.

Ana shu 9 kishining har biri navbatdagi chorak soat ichida xabarni 3 kishiga aytdi, natijada ertalab soat 8^{45} da bu xabar $13 + (3 \times 9) = 40$ kishiga ma'lum bo'ldi.

Agar xabar shahar bo'yicha shu taxlitda tarqalaversa, ya'ni yangi xabarni eshitgan har bir kishi har chorak soatda uni 3 odamga aytsa, xabarning shaharga tarqalishi quyidagi jadval bo'yicha davom etadi:

soat 9^{00} da yangi xabarni $40 + (3 \times 27) = 121$ kishi,

soat 9^{15} da yangi xabarni $121 + (3 \times 81) = 364$ kishi,

soat 9^{30} da yangi xabarni $364 + (3 \times 243) = 1093$ kishi biladi.

Shaharga yangi xabar kelgandan bir yarim soat o'tgach, bu xabarni qariyb 1100 kishi biladi. Bu miqdor 50 000 aholi uchun ozginadek tuyuladi. Yangilik shaharning hamma aholisiga uncha tez ma'lum bo'la qolmas, deb o'ylash mumkin. Lekin biz ovozaning bundan keyingi tarqalishiga bir nazar solaylik:

soat 9^{45} da yangi xabarni $1093 + (3 \times 729) = 3280$ kishi,

soat 10^{00} da yangi xabarni $3280 + (3 \times 2187) = 9841$ kishi biladi.

Yana chorak soatdan keyin xabarni shaharning yarmidan ko'pi eshitadi:

$$9\,841 + (3 \times 6561) = 29\,524.$$

Xullas, ertalab soat 8^{00} da atigi bir kishiga ma'lum bo'lgan yangilik soat 10^{30} ga qolmay butun shahar aholisiga borib yetadi.

2. Endi yuqoridagi hisob qanday bajarilganligini qarab chiqaylik. Bu hisob, aslini olganda, quyidagi sonlar qatorini qo'shishdan iborat bo'ladi:

$$1 + 3 + (3 \times 3) + (3 \times 3 \times 3) + (3 \times 3 \times 3 \times 3) + \dots$$

Bu yig'indini, biz ilgari $1 + 2 + 4 + 8$ va hokazo qator sonlarining yig'indisini topganimiz kabi biror qisqa yo'l

bilan bilib bo'lmasmikin? Agar bu yerda qo'shiladigan sonlarning quyidagi xususiyatini mulohaza qilib ko'rsak, bu mumkin:

$$1 = 1$$

$$3 = 1 \times 2 + 1$$

$$9 = (1 + 3) \times 2 + 1$$

$$27 = (1 + 3 + 9) \times 2 + 1$$

$$81 = (1 + 3 + 9 + 27) \times 2 + 1 \text{ va hokazo.}$$

Boshqacha qilib aytganda, bu qatorning har bir soni o'zidan oldingi hamma sonlar yig'indisining ikki baravariga qo'shilganiga teng.

Bundan shu narsa chiqadiki, agar 1 dan to qandaydir biror songacha bo'lgan qatordagi hamma sonlar yig'indisini topish kerak bo'lsa, shu oxirgi songa o'zining yarmini qo'shish kifoya (oldin oxirgi sondan birni olib tashlash kerak). Masalan:

$$1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729$$

sonlarining yig'indisi 729 ga 728 ning yarmi qo'shilganiga teng, ya'ni $729 + 364 = 1093$.

3. Biz keltirgan misoldagi voqeada yangilikni eshitgan har bir kishi uni atigi uch odamga aytadi. Ammo agar shahar odamlari oldi-qochdi gaplarga o'chroq bo'lsa va eshitgan xabarni 3 kishiga emas, masalan, 5 yoki hatto 10 kishiga yetkazsa, ovoza, albatta, tag'in ham tezroq tarqalgan bo'lardi. Bir kishi besh kishiga yetkazganda, ovozaning shaharga tarqalishi quyidagicha bo'lardi:

soat 8^{00} da — 1 kishi,

soat 8^{15} da — $1 + 5 = 6$ kishi,

soat 8^{30} da — $6 + (5 \times 5) = 31$ kishi,

soat 8^{45} da — $31 + (25 \times 5) = 156$ kishi,

soat 9^{00} da — $156 + (125 \times 5) = 781$ kishi,

soat 9^{15} da — $781 + (625 \times 5) = 3\,906$ kishi,

soat 9^{30} da — $3\,906 + (3125 \times 5) = 19\,531$ kishi.

Erta bilan soat 9^{45} ga yetmasdanoq yangilik shahardagi 50 ming aholining hammasiga ma'lum bo'ladi.

Agar yangilikni eshitgan har bir kishi uni 10 kishiga aytsa, ovoza undan ham tezlikda tarqaladi. U holda tez o'sib boruvchi ajoyib sonlar qatorini hosil qilamiz:

soat 8^{00} da — 1,
soat 8^{15} da — 11,
soat 8^{30} da — 111,
soat 8^{45} da — 1111,
soat 9^{00} da — 11111.

Bu qatorning navbatdagi soni 111111 bo'lib, bu son butun shahar aholisi yangilikdan ertalab soat 9^{00} dan biroz oshgandayoq xabardor bo'lganligini ko'rsatadi. Ovoza bir soat nari-berisida butun shaharga tarqalib ketadi!

59. Arzon velosipedlar girdobi

Xorijda bir firma egasi sotilishi qiyin bo'lgan mollarini pullash uchun g'alati usullar o'ylab chiqarardi. U ishni ko'p tarqaladigan gazeta va jurnallarga quyidagi mazmunda reklamalar, e'lonlar bostirishdan boshlardi. Masalan:

10 dollarga velosiped!

*Har bir kishi atigi 10 dollar sarflab,
velosiped olishi mumkin. Fursatdan
foydalanib qoling!*

50 DOLLAR O'RNIGA — 10 DOLLAR

Sotib olish shartlari bepul yuboriladi.

Albatta, qancha-qancha odamlar bu kabi qiziqtiruvchi e'lonlarga uchib, arzon velosiped olish shartlari yuborilishini iltimos qilardilar. Iltimoslariga javoban ularga mufassal ko'rsatma yuborilar va bu ko'rsatmadan ularga quyidagi shart-sharoitlar ma'lum bo'lar edi.

10 dollarga hozircha velosipedning o'zi emas, balki faqat 4 ta bilek yuborilib, ularni oshna-og'aynilardan to'rttasiga 10 dollardan pullash kerak bo'lardi. Shu yo'sinda yig'ilgan 40 dollarni firmaga yuborish lozim

edi, shundan keyingina velosiped qo'lga kelib tegardi. Demak, velosiped xaridorga chindan ham atigi 10 dollarga tushardi, chunki qolgan 40 dollarni u o'z cho'ntagidan to'lamasdi. To'g'ri, velosiped oluvchi 10 dollar naqdgina pul to'lashdan tashqari oshna-og'aynilariga bilek sotish ishlarini ham bajarardi. Lekin bu «azrimagan» mehnat hisobga kirmasdi.

Xo'sh, shu biletlarning mohiyati nimadan iborat edi? Ularni 10 dollarga sotib olgan kishi nimalarga ega bo'lardi? U shu biletni firmadan ana shunday 5 ta bilekga almashtirish huquqiga ega bo'lardi. Boshqacha qilib aytganda, u velosiped olish uchun 50 dollar to'plash imkoniga ega bo'lardi. Demak, velosiped unga atigi 10 dollarga, ya'ni bilek bahosiga tushardi. Bilek olgan yangi kishilar o'z navbatida firmadan 5 tadan bilek olib, ularni boshqalarga tarqatadilar va hokazo.

Yuzaki qaraganda, bu ishlarda hech qanday aldam-qaldamlik yo'qday tuyuladi. Reklama e'lonidagi va'da bajarilardi: velosiped chindan ham xaridorlarga atigi 10 dollarga tushardi. Buning ustiga firma ham zarar ko'rmasdi, chunki u o'z molining qiymatini batamom olardi.

Holbuki, bu ishlarning hammasi firibgarlik, qalloblikdan boshqa narsa emas. Bunday tovlamachilik juda ko'p kishilarni chuv tushirar, ular sotib olgan bileklarini boshqalarga o'tkazolmay sarson bo'lar edilar. Firmaga velosipedning 50 dollarlik qiymati bilan 10 dollarlik to'lov orasidagi tafovutni to'laydigan sho'ring qurg'urlar xuddi ana o'shalar edi. Bora-bora shunday payt kelardiki, bilek egalari bileklarga xaridor topolmay qolardilar. Shunday hol, albatta, yuz berishini bilishingiz qiyin emas. Buning uchun qo'lingizga qog'oz-qalam olib, shu «girdob»ga tushib qolgan odamlar sonining naqadar tez o'sib borishini hisoblab ko'rishingiz kifoya.

Bileklarni bevosita firmadan olgan birinchi guruh odamlar, odatda, xaridor topishda uncha qiynalmaydilar; bu guruhning har bir a'zosi to'rtta yangi kishini bilek bilan ta'minlaydi.

Bu to'rt kishi o'z biletlarini 4×5 kishiga, ya'ni 20 ta boshqa odamga sotishlari, buning uchun esa ularni velosiped sotib olishning foydali va qulay ekanligiga ishon tirishlari kerak. Faraz qilaylik, bunga muvaffaq bo'lindi, 20 ta xaridor ham topildi, deylik. Girdob yana kengayadi, 20 ta bilet olgan ana shu yangi xaridorlar o'z navbatida $20 \times 5 = 100$ odamga bilet tarqatishlari kerak. Shu choqqacha ishni boshlab berganlar bu ishga

$$1 + 4 + 20 + 100 = 125$$

kishini tortgan, bulardan 25 tasining bittadan velosipedi bor, 100 kishi esa velosiped olishga umidvor bo'lib yuribdi, chunki ular 10 dollardan pul to'lab qo'yishgan.

Endi bu girdob tanish-bilishlarning tor doirasidan chiqib, shaharga yoyila boshlaydi, lekin endi ish tobora qiyinlasha boradi. Bilet egalaridan keyingi yuztasi shunday biletlar bilan 500 kishini ta'minlashi kerak, bular esa o'z navbatida 2500 ta yangi qurbonlar topishi kerak. Tezda shaharni bilet xirmoni bosib ketadi, natijada biletlarga talabgor topish g'oyat qiyin bo'lib qoladi.

Ko'rasizki, girdob domiga tortilgan odamlar soni bizning ovoza tarqalishi haqidagi suhbatimizda duch kelgan qonun bo'yicha o'sadi. Ana shunday holda hosil bo'ladigan sonlar piramidasi quyidagidan iborat:

1
4
20
100
500
2500
12500
62500

Agar shahar katta bo'lsa-yu, uning velosiped minib yura oladigan hamma aholisi 62,5 ming kishini tashkil etsa, 8-turda girdob tugashi kerak, chunki hamma shunga tortilgan bo'ladi. Ammo velosiped olganlar aholining

atigi 1/5 qismini tashkil etadi, qolgan 4/5 qism aholining qo'llaridagi biletlarni oladigan kishi topilmaydi.

Aholisi yana ham ko'proq bo'lgan shahar uchun, hatto bir necha million aholisi bo'lgan hozirgi zamon poytaxt markazi uchun ham biletlar bilan to'lib ketish payti atigi bir necha tur keyingina yuz beradi. Sonli piramidamizning navbatdagi yaruslari quyidagilardir:

312500

1562500

7812500

39062500

Ko'rdingizki, girdob 12-turda butun boshli bir davlat aholisini qamrab olishi mumkin. Demak, shu aholining 4/5 qismi girdobni yasovchilarga aldangan bo'ladi.

Girdob yasash bilan firma nimalarga erishuviga yakun yasaymiz. U aholining 1/5 qismiga to'lattiradi; boshqacha aytganda, to'rt kishini beshinchi kishiga «xayr-sadaqa» qilishga majbur etadi. Bundan tashqari firma o'zining molini zo'r berib tarqatuvchi allaqancha odamlarning tekin xizmatlaridan foydalanadi. Yozuvchilarimizdan biri bu firibgarlikni to'g'ri ta'riflab, «bir-birini aldash girdobi» degan edi. Bu hazilakam o'yin orqasiga yashirilib yotgan ulkan son o'z manfaatlarini firibgarlar hujumidan qo'riqlash uchun arifmetik hisobdan foydalana olmaydiganlarni rosa chuv tushiradi.

60. Mukofot

Rivoyatlarga ko'ra bundan allaqancha asrlar ilgari qadimgi Rimda quyidagi voqea yuz bergan.

1. Terensiy nomli lashkarboshi imperatorning buyrug'i bilan g'olibona janglar qilib, Rimga behisob asirlar bilan qaytib kelgan. Poytaxtga kirib kelgach, imperator huzuriga kirishga yo'l berishlarini iltimos qilgan.

Imperator lashkarboshini ochiq chehra bilan qabul qilib, imperiyaga ko'rsatgan harbiy xizmatlari uchun

unga chin qalbdan tashakkur izhor etgan va mukofot uchun senatda yuksak martaba berishga va'da qilgan.

Lekin Terensiyning ko'nglidagi muddaosi boshqa edi. U arz qildi:

— Shohim, Sizning qudratingizni yanada yuksaltirish va shon-shavkatingizni yanada oshirish uchun ko'pg'alabalar qozondim. Men o'limdan qo'rqmadim, bir emas, ming jonim bo'lganda ham. Sizning yo'lingizda fido qilardim. Biroq urush qilaverib charchadim; yoshlik davrim o'tib ketdi, qon tomirlarim susayib qoldi. Endi menga ota-bobolarim yashab o'tgan uyda istirohat qilish va uy hayotining lazzatini totishga vaqt yetdi.

— Mendan tilaging nima, Terensiy? — deb so'radi imperator.

— Arzimni eshiting, marhamatli shohim! Uzoq yillar davomida qilichimni kun-bakun qonga bo'yab keldim, mol-mulk orttira olmadim. Qambag'alman, shohim...

— So'zlayver, botir Terensiy.

— Agar kamina qulingizga mukofot in'om qilmoqchi bo'lsangiz, — deb so'zida davom etdi ruhlangan lashkar-boshi, — Sizning saxiyligingiz mening umrim oxirigacha bola-chaqam bilan farog'atda, huzur-halovatda yashashimga yordam qilsin. Men qudratli senatdan o'zimga izzat-ikrom va oliy martaba so'ramayman. Qolgan umrimni osoyishta o'tkazish uchun amaldorlikdan va jamiyat hayotidan chetroqda o'tkazishni xohlayman. Shohim, qolgan umrimni ta'minlash uchun menga ehson qiling.

Imperator unchalik saxiy emasdi. U ko'proq olishni, kamroq berishni yaxshi ko'rardi. Lashkarboshining tilagi uni o'ygacha cho'ndirib qo'ydi.

— Chamangda senga qancha pul bo'lsa yetadi deb o'ylaysan, Terensiy? — deb so'radi u.

— Bir million dinor, shohim.

Imperator yana o'ygacha oldi. Lashkarboshi boshini quyi solgancha javob kutar edi. Nihoyat, imperator so'z boshladi:

– Shavkatli Terensiy! Sen ulug' sarkardasan, shonli g'alabalaring katta mukofotga arziydi. Men senga boylik in'om qilaman. Ertaga qiyom paytida shu yerda mening hukmimni eshitasan.

Terensiy ta'zim qilib, chiqib ketdi.

2. Ertasi lashkarboshi tayinlangan vaqtda imperator saroyida hozir bo'ldi.

– Salom senga, botir Terensiy! – dedi imperator.

Terensiy ta'zim bilan bosh egdi.

– Shohim, men hukmingizni eshitmoqqa keldim. Siz iltifot bilan menga in'om va'da qilgan edingiz.

Imperator javob berdi:

– Senday olijanob sarkardaning ko'rsatgan xizmatlari va g'alabalari badaliga arziyas mukofot olishini istamayman. Gapimga quloq sol. Mening xazinamda 5 million mis brass* bor. Endi gapimni obdan uqib ol. Sen xazinaga kirasan, bitta brass olib chiqasan va uni mening oyog'im ostiga qo'yasan. Ikkinchi kuni xazinaga yana kirib, 2 brassga teng chaqa olasan va uni oldingisining yoniga, ana shu yerga qo'yasan. Uchinchi kuni olib chiqqan puling 4 brass, to'rtinchi kuni 8 brass, beshinchi kuni 16 brass bo'lishi kerak. Xullas, har gal chaqaning qiymatini ikki baravar oshira borasan. Sening uchun har kuni tegishli qiymatga ega bo'lgan maxsus chaqa tayyorlab turishga buyruq beraman. Xazinamdan ko'tara olganingcha chaqa olib ketasan. Senga yordamlashishga hech kimning haqqi yo'q; sen faqat o'z kuchingdan foydalanishing kerak. Qachonki ko'tarishga kuching yetmay qolsa, to'xta: bitimimiz shu yerda tamom bo'ladi, shungacha xazinamdan kuching yetgancha olib chiqqan chaqalaringning hammasi seniki; bu mening senga qilgan hadyamdir.

Imperatorning har bir so'zini Terensiy zo'r diqqat bilan tingladi. Uning xayolida biri-biridan katta qanchadan

*Dinorning beshdan bir ulushi qiymatidagi chaqa.

qancha quyma pullar gavdalanar edi. U ana shu pullarni davlat xazinasidan olib ketishni umid qilar edi.

— Itifotingizdan minnatdorman, shohim, — dedi u shodiyona tabassum bilan. — Haqiqatan hadyangiz katta!

3. Terensiy davlat xazinasiga har kuni qatnay boshladi. Xazinaxona imperatorning qabulxonasiga yaqin joyda edi. Terensiyga dastlabki kunlari pul ko'tarib o'tish hech bir qiyinlik qilmadi.

U birinchi kuni xazinaxonadan atigi bitta brass olib chiqdi. Bu bir kichikroq chaqa bo'lib, diametri 21 mm va og'irligi 5 g edi. Shuningdek, ikkinchi, uchinchi, to'rtinchi, beshinchi va oltinchi o'tishlari yengil bo'ldi, bunda lashkarboshi og'irligi 2 baravar, 3 baravar, 8 baravar, 16 baravar va 32 baravar bo'lgan chaqalarni olib chiqqan edi.

Yettinchi chaqaning og'irligi bizning hozirgi o'lchovimiz bilan 320 g chamasida bo'lib, diametri 8,5 sm (aniqrog'i 84 mm) edi*.

Sakkizinchi kuni Terensiy xazinaxonadan 128 ta chaqaga baravar keladigan katta chaqani olib chiqdi. Uning og'irligi 640 g bo'lib, diametri 10,5 sm chamasida edi.

To'qqizinchi kuni Terensiy imperator zaliga 256 ta rasmana chaqaga baravar keladigan bitta yaxlit chaqa keltirdi. Uning diametri 13 sm chamasida bo'lib, 1,25 kg dan og'irroq edi.

O'n ikkinchi kuniga borganda chaqaning diametri salkam 27 sm, og'irligi esa 10,25 kg ga yetdi.

Shu choqqacha lashkarboshiga marhamat bilan qarab kelgan imperator endi o'zining shodligini yashirmadi. U lashkarboshining 12 marta qatnaganini, ammo xazinaxonadan hammasi bo'lib atigi 2000 dan sal ortiqroq mis chaqa olib chiqqanini ko'rdi.

* Agar chaqaning hajmi rasmana chaqadan 64 baravar katta bo'lsa, u atigi 4 baravar qalin bo'ladi, chunki $4 \times 4 \times 4 = 64$. Bundan keyin ham hikoyamizda aytilgan chaqalar o'lchovlarini hisoblashda buni nazarda tutish kerak.

O'n uchinchi kuni botir Terensiy 4096 ta rasmana chaqaga baravar keladigan bitta katta chaqani olib chiqdi. Uning diametri 34 sm, og'irligi 20,5 kg edi.

O'n to'rtinchi kun Terensiy xazinaxonadan kattakon bir chaqa olib chiqdi. Uning og'irligi 41 kg va diametri 42 sm ga yaqin edi.

— Charchamadingmi, ey pahlavonim Terensiy? — deb so'radi imperator kulgisini yasirib.

— Yo'q, shohim, — deb javob berdi lashkarboshi peshana terini arta turib.

O'n beshinchi kun keldi. Bu gal Terensiyning yuki og'ir edi. U 16384 ta chaqadan quyilgan kattakon chaqani ko'targanicha imperator huzuriga zo'rg'a-zo'rg'a yurib keldi. Bu chaqaning diametri 53 sm, og'irligi 80 kg, ya'ni barvasta bir askarning og'irligiga teng kelar edi.

O'n oltinchi kunga kelganda lashkarboshi yelkasidagi yukning og'irligidan gandarakladi. Bu — 32768 ta rasmana chaqaga teng bo'lgan 164 kilogrammlik ulkan chaqa bo'lib, diametri 67 sm edi.

Lashkarboshi holdan toyib, harsillar, imperator esa unga iljayib boqar edi.

Ertasi kuni Terensiy imperatorning huzuriga kirib kelganda imperator uni qahqahalar bilan qarshi oldi.

U o'z yukini qo'lda ko'tarolmay, g'ildiratib kelardi. Chaqaning ko'ndalang kesimi (diametri) 84 sm, og'irligi 328 kg bo'lib, 65536 ta rasmana chaqaga teng edi.

O'n sakkizinchi kun Terensiy boyishining oxirgi kuni edi. O'sha kuni uning xazinaxonaga kirishi va yuk bilan imperator huzuriga qatnashi tamom bo'ldi. Bu safar unga 131072 ta rasmana chaqaga teng bo'lgan ulkan chaqani olib chiqish nasib bo'ldi. Chaqaning ko'ndalang kesimi bir metrdan ortiq va og'irligi 655 kg edi. Terensiy o'z nayzasini dastak qilib, ulkan chaqani imperatorning qabulxonasiga bor kuchi bilan arang g'ildiratib keldi. Ulkan chaqa imperator oyog'i ostiga gumburlab tushdi.

Terensiy butunlay holdan toygan edi.

— Darmonim quridi... Bas, — deb pichirladi u.

Imperator o'z hiylasining muvaffaqiyatli chiqqanidan zavqlanib, o'zini kulgidan bazo'r to'xtatib qoldi. U xazinachiga Terensiyning qabulxonaga hammasi bo'lib qancha brass olib chiqqanini hisoblashni buyurdi.

Xazinachi topshiriqni bajarib bo'lib, dedi:

— Shohim, sening soyai davlatingda pahlavon sarkardang Terensiy mukofotga 262143 brass oldi.

Shunday qilib, xasis imperator lashkarboshi Terensiyga so'ragan bir million dinorning qariyb 20 dan bir ulushini berdi, xolos.

* * *

Biz xazinachining qilgan hisobini, shu bilan birga, chaqalar vaznini ham tekshirib ko'ramiz. Terensiy olib chiqqan brasslar:

- 1-kuni — 1 brass, og'irligi — 5 g
- 2-kuni — 2 brass, og'irligi — 10 g
- 3-kuni — 4 brass, og'irligi — 20 g
- 4-kuni — 8 brass, og'irligi — 40 g
- 5-kuni — 16 brass, og'irligi — 80 g
- 6-kuni — 32 brass, og'irligi — 160 g
- 7-kuni — 64 brass, og'irligi — 320 g
- 8-kuni — 128 brass, og'irligi — 640 g
- 9-kuni — 256 brass, og'irligi — 1 kg 280 g
- 10-kuni — 512 brass, og'irligi — 2 kg 560 g
- 11-kuni — 1 024 brass, og'irligi — 5 kg 120 g
- 12-kuni — 2 048 brass, og'irligi — 10 kg 240 g
- 13-kuni — 4 096 brass, og'irligi — 20 kg 480 g
- 14-kuni — 8 192 brass, og'irligi — 40 kg 960 g
- 15-kuni — 16 384 brass, og'irligi — 81 kg 920 g
- 16-kuni — 32 768 brass, og'irligi — 163 kg 840 g
- 17-kuni — 65 536 brass, og'irligi — 327 kg 680 g
- 18-kuni — 131 072 brass, og'irligi — 655 kg 360 g

Bunday qatorlar sonlarining yig'indisini qanday osongina hisoblab chiqish mumkinligini bilamiz: ikkinchi ustuncha uchun yig'indi (71-betda ko'rsatilgan qoidaga muvofiq) 262143 ga teng. Terensiy imperatordan bir

million dinor, ya'ni 5000000 brass so'ragan edi. Demak, u so'raganidan

$5\,000\,000 : 262\,143 \approx 19$ marta

kam pul olgan.

61. Shaxmat taxtasi haqidagi afsona

Shaxmat eng qadimiy o'yinlardan biridir. U ko'p asrlardan beri davom etib keladi. Bu o'yin haqida uzoq zamonlardan beri har xil afsonalar tarqalib kelganligi uchun ularning qanchalik to'g'ri ekanligini tekshirib ko'rishga imkon yo'qligi ajablanarli emas.

Shunday afsonalardan birini hikoya qilib bermoqchimiz. Unga tushunish uchun shaxmat o'ynashni bilishning keragi yo'q: o'yin 64 katakka (navbati bilan qora va oq kataklarga) bo'lingan taxta ustida o'ynalishini bilish kifoya.

1. Shaxmat o'yini Hindistonda o'ylab chiqarilgan bo'lib, Sheram nomli hind podshosi bu o'yin bilan tanishib chiqqach, uning g'oyat mohirlik bilan o'ylab topilganligiga va undagi holatlarning turli-tuman bo'lishi mumkinligiga qoyil qolgan. Shoh bu o'yinni o'z fuqarolaridan biri o'ylab chiqarganligini eshitib, unga o'z qo'li bilan in'om berib, xursand qilmoqchi bo'lib, uni qoshiga chorlatgan.

Shaxmatni o'ylab chiqargan kishi — Seta nomli donishmand podshoh huzuriga kelib, ta'zim bajo keltirdi. Bu kishi soddagina kiyingan olim bo'lib, shogirdlaridan keladigan mablag' bilan tirikchilik qilar ekan.

Podshoh olimga navozishlar ko'rsatib:

– O'ylab chiqargan ajoyib o'yining uchun seni katta mukofot bilan xursand qilmoqchiman, – dedi.

Donishmand ta'zim qildi.

– Xohlaganingni so'ra, tilagingni bajo keltirishga qudratim yetadi, – deb davom etdi shoh. – Mukofotga nimani xohlasang, shuni ayt, xohlaganingni beraman.

Seta sukut saqlab, ta'zim bilan turavergan.

— Tilagingni aytaver, qo'rqma, — deb dalda bergan shoh. — Tilagingni bajo keltirish uchun sendan hech narsani ayamayman.

— Lutf-karaming keng, shohim. Menga muhlat ber, o'ylab javob qilay. Men bafurja o'ylab ko'rib, tilagimni senga ertaga aytay.

Ertasiga erta bilan Seta podshoh huzuriga kelgan va nihoyatda kamtarona iltimosi bilan shohni ajablantirgan.

— Shohim, shaxmat taxtasining birinchi katagi uchun menga bir dona bug'doy berishni buyur, — degan Seta.

— Oddiy bug'doy donasinimi? — deb so'ragan podshoh hayron bo'lib.

— Shunday, shohim. Ikkinchi katagi uchun 2 dona bug'doy, uchinchi uchun 4 dona, to'rtinchisi uchun 8 dona, beshinchisi uchun 16 dona, oltinchisi uchun 32 dona bug'doy berishni buyur...

— Bas, — debdi podshoh zarda bilan Setaning so'zini bo'lib. — Istagingga muvofiq shaxmat taxtasining hamma (64) katagi uchun bug'doy donalarini olasan: har bir katak uchun undan oldingisiga qaraganda ikki baravar ko'p don beriladi. Lekin shuni bilginki, sening tilaging mening saxovatimga arzimaydi. Sening sariq chaqaga arzimaydigan mukofot so'raganing mening marhamatimni nazar-pisand qilmaganing bo'ladi. Haqiqatini olganda sen ustoz sifatida o'z podshohingning ezguligiga hurmat bilan qarab, boshqalarga o'rnak bo'lishing kerak edi. Eshikka chiqib tur. Navkarlarim bug'doyingni xaltaga solib chiqazib berishadi.

Seta bilinar-bilinmas tabassum bilan ta'zim bajo keltirib, qabulxonadan chiqib ketgan va saroy darvozasi yonida kuta boshlagan.

2. Podshoh tushlik ovqatni tanovul qilib o'tirgan paytida shaxmat ixtirochisi esiga tushib qolib, tentak Seta

o'zining arzimagan mukofotini olib jo'nagan-jo'namaganligini bilib kelishga odam yuborgan.

— Shohim, — degan xabar olib kelgan navkar, — amring bajo keltirilmoqda. Saroy hisobchilari mukofotga beriladigan bug'doy donalarini hisoblamoqdalar.

Podshohning qovog'i solinib ketgan. U qilgan amrining bunday sekin bajarilishini yomon ko'rardi.

Kechqurun podshoh uyquga kirish oldidan Seta yana esiga tushib, uning bug'doyini olib, saroydan qachon chiqib ketganini bilmoqchi bo'lgan.

— Shohim, — degan navkarlaridan biri, — hisobchilaringiz tinmay ishlab turishibdi, hisoblashni har qalay tong otguncha tamomlashmoqchi.

— Nega bu ishni surgashayotir?! — g'azab bilan xitob qilgan podshoh. — Ertaga tong sahar men uyg'onmasdan ilgari Setaning bironta ham donini qoldirmay qo'liga berib yuborilsin. Men ikki qayta amr qilmayman.

Erta bilan podshohga saroy hisobchilarining boshlig'i muhim xabar aytishni iltimos qilganini aytgan.

Podshoh uni ichkari kirishga buyurgan.

— Ishing to'g'risida gapirishingdan ilgari, — degan Sheram, — Setaga o'zi ep ko'rgan arzimas mukofot berildimi, yo'qmi, shuni bilmoqchiman.

— Xuddi ana shuning uchun ham men Sizning huzuringizga shunchalik barvaqt kelishga jur'at etdim, — deb javob bergan chol. — Biz Setaga beriladigan don miqdorining hammasini juda diqqat bilan hisoblab chiqdik. Bu son shu qadar kattaki...

— Har qancha katta bo'lganda ham, — deb jerkib tashlagan podshoh, — mening g'alla omborlarimdagi donlar kamayib qolmaydi. Mukofot va'da qilindimi — berilishi shart...

— Shohim, bunday tilaklarni bajarishga qodir emassiz. Sizning hamma g'alla omborlaringizda Seta so'ragan miqdorda g'alla yo'q. Butun mamlakat omborlarida ham shuncha g'alla yo'q. Hatto butun Yer yuzida ham shuncha g'alla topilmaydi. Agarda va'da qilingan mukofot, albatta, berilsin desangiz, u holda podshohlikning butun yerini

bug'doykorlikka aylantirishga buyuring, dengizlar va okeanlarni quritishni buyuring, uzoq shimoldagi cheksiz dasht-biyobonlarni qoplab yotgan qor va muzlarni eritishni buyuring. Ana shularning hammasi bug'doykorlikka aylantirilishi kerak. Shu yerlarda bitgan g'allaning hammasini Setaga berishni buyuring. Shunda u o'z mukofotini olgan bo'ladi.

Cholning so'zini podshoh hayrat bilan tinglagan.

— O'sha aqlga sig'maydigan katta sonni menga aytchi, — debdi shoh xayolga cho'mib.

— O'n sakkiz kvintillion to'rt yuz qirq olti kvadrilon yetti yuz qirq to'rt trillion yetmish uch billion yetti yuz to'qqiz million besh yuz ellik bir ming olti yuz o'n besh dona bug'doy, shohim!

3. Afsona ana shunday. Bu yerda aytilgan hikoyaning rost-yolg'onligi noma'lum, biroq afsonada aytilgan mukofot miqdori xuddi ana shu son bilan ifodalanishi kerak. Siz agar bardosh berib hisoblab chiqsangiz, darhaqiqat shunday son kelib chiqishiga ishonasiz. Buning uchun birdan boshlab 1, 2, 4, 8 va hokazo sonlarni qo'shish kerak bo'ladi. 63 marta ikkilantirish natijasi ixtirochiga shaxmat taxtasining 64 katagi uchun qancha bug'doy tegishini ko'rsatadi. Biz 81-betda tushuntirilganidek kirishib, oxirgi sonning ikki baravarini olib, undan birni ayirsak, tegishli hamma bug'doy yig'indisini osongina topamiz. Demak, hisoblab chiqish 64 ta ikkini ketma-ket ko'paytirishdangina iborat:

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ va hokazo (64 marta).

Hisoblashni osonlashtirish uchun shu 64 ta ko'paytuvchining har birida 10 ta 2 bo'lgan 6 guruhga va 4 ta ikkini oxirgi bir guruhga ajratamiz. 10 ta ikkinining ko'paytmasi, ma'lumki, 1024 ga, 4 ta ikkiniki esa 16 ga teng. Demak, izlangan natija quyidagiga teng:

$1\,024 \times 1\,024 \times 1\,024 \times 1\,024 \times 1\,024 \times 1\,024 \times 16$.
1 024 ni 1 024 ga ko'paytirsak, 1 048 576 chiqadi.

Endi quyidagini topish qoladi:

$$1\,048 \times 1\,048 \times 1\,048 \times 16$$

Chiqqan natijadan bitta birni ayirsak, bizga bug'doy donalarining izlangan soni ma'lum bo'ladi:

$$18\,446\,744\,073\,709\,551\,615$$

Agar siz bu sonning qanchalik katta ekanligini tasavvur qilmoqchi bo'lsangiz, shu miqdordagi g'allani sig'dirish uchun qanchalik katta ombor kerak bo'lishini chamalab ko'ring. Ma'lumki, bir kub metr bug'doy 15 million dona chamasida bo'ladi. Demak, shaxmat ixtirochisining mukofotga oladigan bug'doyi taxminan 12 000 000 000 000 kub m yoki 12 000 kub km hajmni egallashi kerak bo'ladi. Agar omborning balandligi 4 m, kengligi 10 m bo'lsa, uning uzunligi 300 000 000 km ga cho'zilib ketadi, ya'ni Yerdan Quyoshgacha bo'lgan masofadan ikki baravar uzoq bo'ladi!

Hind podshosi bunday mukofot berishdan o'jiz edi. Lekin u matematika borasida yetuk bo'lganda edi, shunchalik og'ir qarzdan osonlik bilan qutulib qola olgan bo'lardi. Buning uchun Setaga berilishi kerak bo'lgan bug'doy donalarini bittalab sanab olishni uning o'ziga taklif qilishi kerak edi.

Haqiqatan ham, agar Seta donlarni sanashga kirishib, kecha-yu kunduz tinmay sanaganda, sekundiga bittadan don to'g'ri kelar va birinchi kuni hammasi bo'lib 86 400 ta dona bug'doy donini sanab olgan bo'lar edi. Bir million dona bug'doyni sanab chiqish uchun, basharti tinmay sanasa, kamida 10 kun kerak bo'lardi. Bir kub metr bug'doyni taxminan yarim yil sanardi: bu esa atigi 5 chorak bo'lardi. U surunkasiga 10 yil sanaganda ham 100 chorakdan oshirolmas edi. Ko'rasizki, agar Seta qolgan umrini batamom sanoqqa bag'ishlaganda ham, o'zi talab qilgan mukofotning kichikroq bir ulushini olardi, xolos.

62. Tez urchish

Momaqaymoqning bir boshog'i har yili 100 ga yaqin urug' beradi. Agar uning hamma urug'i unib chiqsa, bunday urchir edi:

1-yilda — 1 ta o'simlik

2-yilda — 100 ta o'simlik

3-yilda — 10 000 ta o'simlik

4-yilda — 1 000 000 ta o'simlik

5-yilda — 100 000 000 ta o'simlik

6-yilda — 10 000 000 000 ta o'simlik

7-yilda — 1 000 000 000 000 ta o'simlik

8-yilda — 100 000 000 000 000 ta o'simlik

9-yilda — 10 000 000 000 000 000 ta o'simlik

Bu miqdor Yer yuzidagi butun quruqlikda mavjud bo'lgan kvadrat metrlar sonidan 70 baravar katta.

9-yilda Yer shari qit'alarining har bir kvadrat metri 70 tupdan momaqaymoq o'simligi bilan qoplangan bo'lar edi.

Nega biz haqiqatda bunday haddan tashqari tez urchishni ko'rmaymiz? Chunki urug'larning juda ko'pchilik qismi unib chiqmay, halok bo'lib ketadi: ular yo yomon tuproqqa tushib qoladi va shu sababli unib chiqmaydi, yoki unib chiqsa ham, ularni boshqa o'simliklar bosib ketadi, yo bo'lmasa, ularni chorva mollari va boshqa hayvonlar yeb, bosib-yanchib yo'q qiladi. Agar urug' va o'simliklar ko'plab nobud bo'lmaganda edi, har bir o'simlik oz vaqt ichida sayyoramizning butun sathini qoplab olar edi.

Bu aytilgan gap yolg'iz o'simliklargagina emas, balki jonivorlarga ham taalluqlidir. Agar o'lim-yitim bo'lmaganda, har qanday bir juft jonivordan tarqalgan avlodlar bora-bora butun Yer yuziga sig'may ketar edi. Basharti o'lim tirik mavjudotning ko'payishiga to'sqinlik qilmagan taqdirda nima bo'lishi haqida ko'pincha juda ulkan fazoni qoplab oladigan chigirtka galalari bizga bir qadar tassavur berishi mumkin. Ko'p emas, 20–30 yil mobaynida

million-million jonivorlar qit'alar, zich o'rmonlar va cho'llarni bosib ketib, ular bir-birlari bilan joy talashib yotar edilar. Okean baliqqa to'lib ketganidan kemalar qatnayolmay qolardi. Qushlar va hasharotlarning ko'pligidan ko'k yuzi xiralanib ketardi.

Misol uchun hammaga ma'lum uy pashshasining qanchalik tez urchishini tekshirib ko'raylik. Chunonchi, har bir pashsha 120 tadan tuxum qo'ysin va yoz davomida pashshalarning 7 avlodi urchisin, ularning yarmi urg'ochi bo'lsin Birinchi marta tuxum qo'yishning boshlanishini 15-aprel deb qabul qilaylik. Urg'ochi pashsha 20 kun ichida voyaga yetib, o'zi tuxum qo'yadigan bo'ladi, deb hisoblaylik. U holda pashshalarning urchishi quyidagicha bo'ladi:

15-aprelda — urg'ochi pashsha 120 ta tuxum qo'yadi; may boshida 120 pashsha chiqadi, shundan 60 tasi urg'ochi;

5-may har bir urg'ochi pashsha 120 tadan tuxum qo'yadi; may o'rtalarida ulardan $60 \times 120 = 7\ 200$ ta pashsha chiqadi; shundan 3600 tasi urg'ochi;

25-may 3 600 urg'ochi pashshaning har biri 120 tadan tuxum qo'yadi; iyun boshida tuxumdan $3\ 600 \times 120 = 432\ 000$ pashsha chiqadi, shundan 216 000 tasi urg'ochi;

14-iyunda 216 000 urg'ochi pashshaning har biri 120 tadan tuxum qo'yadi; iyun oxirida tuxumdan 25 920 000 pashsha chiqadi, shundan 12 960 000 tasi urg'ochi;

5-iyulda 12 960 000 urg'ochi pashshaning har biri 120 tadan tuxum qo'yadi; iyulda — 1 555 200 000 pashsha chiqadi, shundan 777 600 000 tasi urg'ochi;

25-iyulda 93 312 000 000 pashsha chiqadi, shundan 46 656 000 000 tasi urg'ochi;

13-avgustda 5 598 720 000 000 pashsha chiqadi, shundan 2 799 360 000 000 tasi urg'ochi;

1-sentabrda — 355 923 200 000 000 pashsha chiqadi.

Bir juft pashshadan biz yoz davomida hech to'sqinlikka uchramay urchib ko'payishi mumkin bo'lgan shu qadar ko'p pashshalarni aniqroq tasavvur etish uchun ular ketma-ket turib qatorga tizilgan deb faraz qilaylik. Pashshaning bo'yi (uzunligi) 5 mm bo'lgani uchun ana shu pashshalarning hammasi 2 milliard 500 million kilometrga cho'zilgan bo'lar edi. Bu masofa Yerdan Quyoshgacha bo'lgan masofadan 18 marta katta (ya'ni taxminan Yerdan juda olisdagi Uran nomli sayyoragacha bo'lgan masofaga teng).

So'zimiz oxirida jonivorlarning qulay sharoitga tushish natijasida g'oyat tez ko'payib ketganligiga doir bir necha voqeyi misollarni keltiramiz.

Amerikada ilgari vaqtda chumchuq bo'lmas ekan. Bizda oddiy qushlardan hisoblangan chumchuq Qo'shma Shtatlarga zararli hasharotlarga kushanda bo'larmikan degan maqsadda olib borilgan ekan. Ma'lumki, chumchuq bog' va poliz ekinlariga zarar yetkazuvchi qurt-qumursqalarni ko'plab terib yeydi. Yangi sharoit chumchuqlarga yoqib qolgan: Amerikada bu qushlarni qiradigan yirtqich jonivorlar bo'lmagan, shu sababli chumchuqlar tez urchib ko'payavergan. Zararli hasharotlar miqdori xiyla kamaygan, biroq ko'p o'tmay, chumchuqlar shu qadar ko'payib ketganki, yeyishga qurt-qumursqalar yetishmay qolganidan ular o'simliklarga yopirilgan va ekin-tekinlarni yeb bitira boshlagan. Chumchuqlarga qarshi kurash boshlashga to'g'ri kelgan. Bu kurash amerikaliklarga juda qimmatga tushgan. Shuning uchun bundan buyon Amerikaga boshqa qit'alardan har qanaqa jonivor olib kelishni taqiqlovchi qonun chiqarilgan.

Ikkinchi misol. Avstraliyani yevropaliklar kashf etgan davrda bu qit'ada xonaki quyon bo'lmagan. U yerga xonaki quyon XVIII asr oxirida olib kelingan. Bu yerda quyon kushandasi bo'lgan yirtqich hayvonlar yo'qligi sababli bu kemiruvchilar haddan tashqari tez sur'at bilan ko'paya borgan. Tez orada butun Avstraliyani quyon galalari bosib ketgan. Bu kemiruvchilar qishloq xo'jaligiga

juda katta zarar va ofat yetkazgan. Qishloq xo'jaligiga kelgan bu ofatga qarshi kurash uchun g'oyat katta mablag' sarflangan hamda kuch-g'ayrat bilan ko'rilgan choralar natijasidagina bu falokat daf qilingan. Shundan biroz keyin quyonlar ofati Kaliforniyada ham taxminan shu tarzda takrorlangan.

Uchinchi bir ibratli voqea Yamayka orolida sodir bo'lgan. Bu yerda zaharli ilonlar juda ko'p bo'lar ekan. Ulardan qutulish uchun orolga zaharli ilonlarning ashaddiy kushandasi bo'lgan mirzoqush (ilonxo'r)ni keltirishga qaror qilingan. Darhaqiqat, ilonlar tezda kamaygan, lekin ilgari ilonlarga xo'rak bo'lgan dala yalmonlari benihoyat ko'payib ketgan. Yalmonlar shakarqamish plantatsiyalariga shunchalik katta zarar yetkazganki, natijada yalmonlarni qirib tashlash to'g'risida jiddiy suratda bosh qotirishga to'g'ri kelgan. Ma'lumki, yalmonlarning kushandasi Hindiston mangustidir. Orolga shu jonivorlardan 4 juftini keltirib, ularning erkin ravishda ko'payishiga yo'l qo'yib berilgan. Mangustlar yangi muhitga yaxshi o'rganib, tez orada butun orolga yoyilib ketgan. Oradan o'n yil o'tar-o'tmas ular oroldagi yalmonlarning deyarli hammasini qirib bitirgan. Biroq mangustlar yalmonlarni qirib bitirgach, duch kelgan jonivorni yeb tiriklik qila boshlagan; ulardan kuchuk bolalari, echki bolalari, cho'chqa bolalari, uy parrandalari va ularning tuxumlari ham omon qolmagan. Ular tobora ko'payib, mevazorlarga, g'allazorlarga, plantatsiyalarga yopirila boshlagan. Aholi o'zlariga ittifoqchi bo'lgan bu jonivorlarni yo'q qilishga kirishgan, ammo u mangustlardan yetadigan zarar-zaxmatni bir darajaga qadar kamaytirishgagina muvaffaq bo'lganlar, xolos.

63. Tekin ovqat

O'n yigit o'rta maktabni tamomlaganliklarini nishonlash uchun restoranda kichkina ziyofat uyushtirmoqchi bo'lishdi. Hamma yig'ilib, birinchi ovqat tortilgach, stol atrofiga qanday o'tirish kerakligi to'g'risida tortishuv

boshlandi. Ba'zilar alifbe tartibida, ba'zilari har kimning yoshiga qarab, boshqa birovlar esa bo'yga qarab va hokazo tartibda o'tirishni taklif qilishdi. Tortishuv cho'zilib ketdi, sho'rva sovib qoldi, lekin stol yoniga hech kim kelib o'tirmadi. Shunda ofitsiant quyidagi taklifni qilib, ularni ko'ndirdi:

– Mening yosh do'stlarim, tortishuvlaringizni bas qiling. Har qaysingiz to'g'ri kelgan joyga o'tiring va mening taklifimga quloq soling.

Har kim to'g'ri kelgan joyga o'tirdi. Ofitsiant so'zida davom etdi:

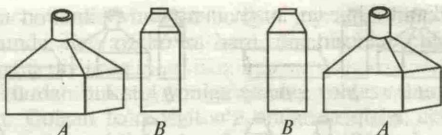
– Hozir qay tartibda o'tirganingizni orangizdan bir kishi yozib qo'ysin. Sizlar ertaga yana ovqatlangani shu yerga keling va boshqa tartibda o'tiring. Indinga yana boshqacha tartibda o'tiring va hokazo. To mumkin bo'lgan joylashishning hamma turini amalda ko'rguningizcha shunday qilavering. Siz bu yerda shu bugungiday o'tirishingizga yangidan gal kelgan kundan boshlab men sizlarni har kuni eng tansiq ovqatlar bilan bepul mehmon qilishga tantanali suratda va'da beraman.

Bu taklif yigitlarga yoqib tushdi. Har kuni shu restoranga yig'ilishga va tekin ovqatdan tezroq foydalanishni boshlash uchun stol atrofida o'tirishning hamma turlarini o'tkazishga qaror qilishdi.

Biroq ular ko'zlagan kunga erishishga muyassar bo'lmadilar. Buning sababi ofitsiantning o'z va'dasida turmaganida emas, balki stol atrofida mumkin bo'lgan o'tirishlar tartibi sonining juda ham kattaligidadir. U son oz emas — 3 628 800 ga teng. Kunlarning bunday soni qariyb 10 000 yilni tashkil etadi! Buni hisoblab chiqish qiyin emas.

Balki siz 10 kishining joy almashtirish usullari shu qadar katta son keltirib chiqarishiga ishonmassiz. Hisobni o'zingiz tekshirib ko'ring.

Eng oldin joy almashtirishlar sonini bilishni o'rganish kerak. Ma'lumki, ikki narsani faqat ikki usul bilan joylashtirish mumkin (37-rasm).



37-rasm. Ikki narsani faqat ikki usul bilan joylashtirish mumkin.

Endi bu misolni uchta narsa uchun ko'raylik. Ularni A , B va D deb nomlaylik. Biz ularni birining o'rniga ikkinchisini necha usul bilan almashtirib qo'yish mumkinligini bilishni istaymiz. Bunday muhokama yuritaylik. Agar D narsani bir chekkaga qo'ya tursak, qolgan ikkitasini atigi ikki usul bilan joylashtirish mumkin.

Endi D narsani shu juftlardan har biriga birlashtirib ko'ramiz. Biz buni 3 turli qila olamiz:

- 1) D ni juftning ortiga qo'yamiz;
- 2) D ni juftning oldiga qo'yamiz;
- 3) D ni juftdagi narsalar orasiga qo'yamiz.

Ma'lumki, D narsa uchun shu uch holatdan boshqa holat bo'lishi mumkin emas. Bizdagi juftlar ikkita, ya'ni AB va BA bo'lgani sababli narsalarni joylashtirishning hamma usuli quyidagicha bo'ladi:

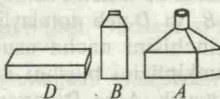
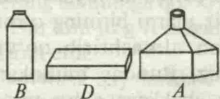
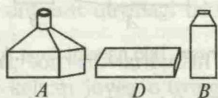
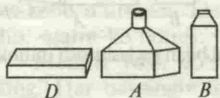
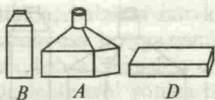
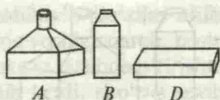
$$2 \times 3 = 6.$$

Bu usullar 38-rasmda ko'rsatilgan.

Endi bundan nariga o'tamiz, ya'ni hisobni 4 narsa uchun bajaramiz.

Bizda 4 narsa — A , B , D va E bor deb faraz qilaylik. Hozircha bir narsani, masalan, E ni yana bir chekkaga qo'ya turamizda, qolgan uchta narsaning joylarini turlicha almashtiramiz. Bu joy almashtirishlar soni 6 ta ekanini, albatta, bilamiz. To'rtinchi E narsani 6 ta uchlikdan har biriga necha usul bilan birlashtirish mumkin? To'rt usul bilan ekanligi ravshan:

- 1) E ni uchlikning ortiga qo'yish mumkin;
- 2) E ni uchlikning oldiga qo'yish mumkin;



38-rasm. Uch narsani olti usul bilan joylashtirish mumkin.

3) E ni 1- va 2-narsalar o'rtasiga qo'yish mumkin;

4) E ni 2- va 3-narsalar o'rtasiga qo'yish mumkin.

Demak, hammasi: $6 \times 4 = 24$ turli joy almashtirish bo'ladi; $6 = 2 \times 3$, $2 = 1 \times 2$ bo'lgan sababli barcha joy almashtirishlar sonini ko'paytma shaklida tasvirlash mumkin:

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$$

Narsalar 5 ta bo'lgan taqdirda ham xuddi shu yo'l bilan muhokama yurgizib, bu narsalar uchun joy almashtirishlar soni quyidagiga teng bo'lishini bilamiz:

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

6 ta narsa uchun:

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720 \text{ va hokazo}$$

Endi ovqatlanuvchi 10 kishi masalasiga qaytamiz. Agar quyidagi ko'paytmani hisoblab chiqsak, bundagi mumkin bo'lgan joy almashtirishlar soni quyidagicha aniqlanadi:

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 3\,628\,800.$$

Basharti ovqatlanuvchi 10 kishidan 5 tasi qizlar bo'lib, ular ham yigitlar yonida navbat bilan almashinib o'tirishni istaganlarida edi, hisob ishi ancha murakkab-

lashgan bo'lardi. Mumkin bo'lgan joy almashtirishlar soni bunda xiyla oz bo'lsa ham, uni hisoblab chiqish birmuncha qiyinroq.

Yigitlardan biri stol yoniga qanday xohlasa shunday o'tirsin. Qolgan to'rt yigit o'z oralarida qizlar uchun bo'sh ustullar qoldirib, $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$ ta har xil usul bilan joylasha oladilar. Hamma stul 10 ta bo'lgani uchun birinchi yigit 10 xil o'tirishi mumkin. Demak, mumkin bo'lgan barcha joy almashishlar soni yigitlar uchun $10 \times 24 = 240$.

Yigitlar orasidagi bo'sh stullarga 5 ta qiz necha usul bilan o'tira oladi? Ochiq ko'rinib turibdiki, $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$ usul bilan. Yigitlarning 240 holatidan har birini qizlarning 120 holatidan har biri bilan birlashtirib, mumkin bo'lgan joy almashtirishlar sonini topamiz:

$$240 \times 120 = 28\,800.$$

Bu son oldingisidan ko'p marta kichik va hammasi bo'lib, salkam 79 yilni talab qilar edi. Restoranga kelgan yosh xo'randalar basharti yuz yildan umr ko'rishganda edi, garchi ofitsiantning o'zidan bo'lmasa ham, uning vorislaridan tekin ovqat undirishlari mumkin bo'lar edi.

Biz joy almashtirishlarni hisoblab chiqishni o'rganib oldik. Endi «15» o'yini qutichasidagi shashkalarining joy almashinuvi necha xil bo'lishini aniqlay olamiz*. Boshqacha aytganda, shu o'yinning bizga taklif eta oladigan hamma masalalar sonini hisoblab chiqa olamiz. Hisob 15 ta narsaning joylarini almashtirish sonini aniqlashdan iborat ekanligini tushunish oson. Buning uchun

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15$ sonlarini bir-biriga ko'paytirish kerakligini bilamiz. Hisoblab chiqish natijasida mana bu son hosil bo'ladi:

$$1\,307\,674\,365\,000$$

Bu esa trilliondan ortiqdir.

*Bundan bo'sh katak doimo pastki o'ng burchakda qolishi kerak.

Bu juda katta sonli masalalardan yarmi yechilmaydigan masalalardir. Demak, bu o'yinda 600 milliarddan ortiq yechilmaydigan holatlar bor. Bundan shu qadar katta songa ega bo'lgan, hal qilib bo'lmaydigan hollar borligi haqida shubha qilmagan odamlarni o'ziga jalb etuvchi «15» o'yiniga juda berilib ketishning sababini qisman bo'lsa-da anglash mumkin.

Shuni ham aytib o'tish kerakki, agar shashkalarga har sekundda yangi holat berilganda ham, imkoni bo'lgan hamma joylashishlarni birma-bir ko'rib chiqish uchun kecha-kunduzi bilan surunkasiga ishlaganda 40 000 yildan ko'proq vaqt kerak bo'lar edi.

Joy almashtirishlar soni haqidagi suhbatimizni tamomlab, maktab hayotiga doir shunday bir masalani yechamiz.

Sinfda 25 o'quvchi bor. Ularni partalarga necha usul bilan o'tqazish mumkin?

Bu masalani yechish yo'li (ilgari aytilganlarning hammasini o'zlashtirib olganlar uchun) sira qiyin emas: 1 dan 25 gacha bo'lgan sonlarni bir-biriga ko'paytirib chiqish kerak:

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times \dots \times 23 \times 24 \times 25$$

Matematika ko'pgina hisoblashlarni qisqartirish usullarini ko'rsatib bersa ham, lekin hozirgina keltirilganga o'xshash hisoblashlarni yengillashtira olmaydi. Bu hisoblashni bajarishning shu sonlarni bir-biriga ko'paytirib chiqishdan boshqa aniq usuli yo'q*. Faqat ko'paytiruvchilarni tegishli tarzda guruhlab olishgina

*Shunisi ham borki, bu hisoblashni taqribiy bajarish uncha murakkab emas. Matematikada ko'pincha 1 dan to biror n songacha hamma butun sonlar ko'paytmasini hisoblash kerakligi uchrab turadi. Bu ko'paytma $n!$ simvol bilan belgilanadi va « n faktorial» deb ataladi. Masalan, yuqorida yozilgan ko'paytma qisqacha $25!$ bilan belgilanadi. XVIII asrda ingliz matematigi Stirling faktoriallarni taqribiy hisoblash formulasini berdi. Bu formula quyidagicha:

hisoblashga ketadigan vaqtni birmuncha qisqartishga imkon beradi. Natija g'oyat katta chiqadi: 26 ta raqamdan iborat shunday ulkan son kelib chiqadiki, uning kattaligini tasavvur qilishga ongimiz ojizlik qiladi.

O'sha son mana shu:

15 511 210 043 330 985 984 000 000

Bizga hozirgacha uchragan hamma sonlarga qaraganda bu son, albatta, eng katta son va boshqa sonlarga nisbatan «ulkan son» deb nom olishga haqlidir. Yer sharining butun okeanlari va dengizlaridagi suvlar eng mayda tomchilarga aylantirilganda hosil bo'ladigan tomchilar soni ham bunday ulkan songa nisbatan hech narsa emas.

64. Tangalarni joydan joyga olib qo'yish

Bolalik chog'imda akamning menga tangalar bilan qiziq bir o'yin ko'rsatgani hali esimda. Akam uchta likopchani yonma-yon qo'yib, chekkadagi birinchi likopchaga 5 ta har xil tangani quyidagi tartibda — eng tagiga 1 so'mlik tangani; uning ustiga 50 tiyinlikni; uning ustiga 20 tiyinlikni, keyin 10 tiyinlikni, eng ustiga esal tiyinlikni qo'ydi. Quyidagi uchta qoidaga rioya qilgan holda bu tangalarni uchinchi likopchaga ko'chirish kerak. Birinchi qoida: bir martada yolg'iz bitta tangani ko'chirish kerak. Ikkinchi qoida: hech qachon katta tangani kichik tanga ustiga qo'ymaslik kerak. Uchinchi qoida: ikkala qoidaga rioya qilgan holda tangalarni o'rtadagi likopchaga vaqtincha qo'yib turish mumkin, lekin o'yin pirovardida hamma tanga uchinchi likopchada dastlabki tartibda turishi lozim.

$$n! \approx \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n,$$

bunda $\pi = 3,141\dots$, $e = 2,718\dots$ Matematikaning turli masalalarida muhim rol o'ynovchi ba'zi bir sonlar logarifm jadvallaridan foydalanib, Stirling formasiga asosan quyidagilarni osongina topish mumkin:

$$26! \approx 1,55 \cdot 10^{25}$$

Qoidalar qiyin emasligini ko'rdik. Qani, endi ishga kirish, dedi akam.

Men tangalarni ko'chirishni boshladim. 50 tiyinlikni uchinchi likopchaga qo'ydim, 10 tiyinlikni o'rtadagi likopchaga qo'ydim-u, taqqa to'xtab qoldim. 20 tiyinlikni qayoqqa qo'ysam ekan? Axir u 1 tiyinlikdan ham, 10 tiyinlikdan ham katta-ku.

— Nega hayron bo'lib qolding?!

— 1 tiyinlikni o'rtadagi likopchaga, 10 tiyinlik ustiga qo'y. Shunda 20 tiyinlik uchun uchinchi likopcha bo'shaydi, — dedi akam. Men ham akamning aytganiday qildim. Ammo keyin yana qiynalib qoldim. 50 tiyinlikni qayoqqa qo'ysam ekan? Biroq tezda fahmladim: avval 1 tiyinlikni birinchi likopchaga, 10 tiyinlikni uchinchi likopchaga va keyin 1 tiyinlikni ham uchinchi likopchaga olib qo'ydim. Endi 50 tiyinlikni bo'sh turgan o'rta likopchaga olib qo'ysa bo'ladi. So'ngra tangalarni bir necha marta u yoqdan-bu yoqqa, bu yoqdan u yoqqa olib qo'yganimdan keyin bir so'mlikni ham birinchi likopchadan olib qo'yishga va nihoyat, hamma tangalarni uchinchi likopchaga yig'ishga muvaffaq bo'ldim.

— Tangalarni necha marta olib qo'yding? — deb so'radi akam qilgan ishimni ma'qullab.

— Sanaganim yo'q.

— Qani, sanab chiqaylik. Mumkin qadar kam yurib, maqsadga erishish mumkinligini bilish qiziq-da. Agar tangalar 5 ta bo'lmay, faqat 2 ta, ya'ni 10 tiyinlik bilan 1 tiyinlikdan iborat bo'lsa, u holda nechta yurish kerak bo'lar edi?

— Uch yurish: 1 tiyinlikni o'rtadagi likopchaga, 10 tiyinlikni uchinchi likopchaga va keyin 1 tiyinlikni uchinchi likopchaga qo'yish kerak.

— To'g'ri, endi yana bir tangani, ya'ni yigirma tiyinlikni qo'shib, shu tangalarni necha yurishda ko'chirib tamomlash mumkinligini hisoblab chiqaylik. Buning uchun avvalo ikkita kichik tangani birin-ketin o'rtadagi likopchaga olib qo'yamiz. Bunga 3 yurish kerakligini bilgan edik. So'ngra bir tangalikni bo'sh turgan uchinchi

likopchaga olib qo'yamiz. Bu 1 yurish. Shundan keyin o'rtadagi likopchadan ikkala tangani ham uchinchi likopchaga olib qo'yamiz yana 3 yurish. Hamma yurish:

$$3 + 1 + 3 = 7$$

— To'rtta tanga uchun yurishlar sonini hisoblab chiqishni o'zinga qo'yib bering. Avval 3 ta kichkina tangalarni o'rtadagi likopchaga olib qo'yamiz — 7 ta yurish, so'ngra 50 tiyinlikni uchinchi likopchaga olib qo'yamiz — 1 ta yurish, undan keyin uchta kichik tangani qaytadan uchinchi likopchaga olib qo'yamiz yana 7 ta yurish. Jami $7 + 1 + 7 = 15$ ta yurish.

— Ofarin! Beshta tanga uchun yurish nechta bo'ladi?

— $15 + 1 + 15 = 31$, — buni o'zim birdaniga o'ylab topdim.

— Ha, balli, hisoblash yo'lini bilib olibsan. Lekin senga uni yana ham soddalashtirish mumkinligini ko'rsatib qo'yaman. Shuni bilginki, biz yuqorida hosil qilgan 3, 7, 15, 31 sonlari ikkini o'z-o'ziga bir marta yoki bir necha marta ko'paytirib, chiqqan natijaning bitta kamaytirilganidan iborat. Mana bunga diqqat bilan qara,— deb akam quyidagi jadvalchani yozdi:

$$3 = 2 \times 2 - 1$$

$$7 = 2 \times 2 \times 2 - 1$$

$$15 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 1$$

$$31 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 1$$

— Tushundim: tanga necha marta joydan joyga olib qo'yilsa, ikkilik o'shancha marta ko'paytuvchi qilib olinadi, keyin natijadan birlik ayiriladi. Men endi har qanday tangalar to'plami uchun yurishlar sonini hisoblay olardim. Masalan, 7 ta tanga uchun:

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 1 = 128 - 1 = 127$$

— Ana endi sen qadimiy o'yinni yaxshi bilib olding. Lekin amaliy qoidasini ham yaxshi bilib olishing kerak: agar to'plamdagi tangalar soni toq bo'lsa, birinchi tanga uchinchi likopchaga, agar juft bo'lsa, o'rtadagi likopchaga olib qo'yiladi.

— Siz, qadimiy o'yin, dedingiz. Buni o'zingiz o'ylab chiqarmaganmisiz?

— Yo'q, men buni faqat tangalarga tatbiq etdim. Bu o'yin juda qadimiy bo'lib, Hindistondan chiqqan deyishadi. Bu o'yinga bog'langan qiziq afsona bor. Banoras shahrida bir ibodatxona bor emish. Hind xudosi Barahma dunyoni yaratganda bu ibodatxonada uchta olmos tayoqcha yaratib, ulardan biriga 64 ta oltin halqa tizib qo'ygan emish: halqalarning eng kattasi tagida bo'lib, yuqorilashgan sari biridan biri kichik emish. Ibodatxona ruhoniylari kecha-yu kunduz hech to'xtovsiz shu halqalarni bir tayoqchadan ikkinchisiga olib qo'yishga majbur emishlar. Bunda ular uchinchi tayoqchadan yordamchi sifatida foydalanar emishlar va bizning o'yinimiz qoidasiga amal qilgan holda ish ko'rarmishlar; har safar faqat bitta halqa olib qo'yilishi va kattasi kichigi ustiga qo'yilmasligi kerak emish. Afsonada aytilishicha, 64 halqaning hammasi joydan joyga ko'chirilib bo'lganda qiyomat qoyim bo'lar emish.

— O'ho, agar bu afsonaga ishonilsa, demak, dunyo allaqachon yo'q bo'lib ketgan bo'lishi kerak edi!

— 64 halqani joydan joyga ko'chirish uncha uzoqqa cho'zilmaydigan ish deb o'ylaysanmi?

— Albatta. Har sekunda bittadan yurish qilinganda ham, bir soatda 3600 yurish qilish mumkin.

— Xo'sh, nima bo'пти?

— Axir, bir kecha-kunduzda qariyb yuz ming yurish bo'ladi. O'n kunda bir million yurish qilinadi. Amin-manki, bir million yurish bilan kam deganda mingta halqani joydan-joyga ko'chirish mumkin bo'ladi.

— Yanglishasan, uka, 64 halqaning hammasini ko'chirish uchun yaxlit son bilan aytganda 500 milliard yil kerak bo'ladi!

— Nega unday bo'lar ekan? Axir, yurishlar soni faqat 64 ta ikkilikning ko'paytmasidan bitta kamiga tengku, bu esa mana shu sonni tashkil... Shoshmang, men hozir ko'paytirib chiqaman!

— Juda soz. Sen ko'paytirib bo'lguncha men o'z ishim bilan bir joyga borib kelaman.

Shunday qilib, akam hisoblash ishlarini menga qoldirib, o'zi chiqib ketdi. Men avval 16 ta ikkilik ko'paytmasini topdim, so'ngra shu natijani (65 536 ni) o'z-o'ziga ko'paytirdim, bundan chiqqan sonni yana o'ziga ko'paytirdim. So'ngra chiqqan ko'paytmadan birni ayirdim.

Natijada mana bu son hosil bo'ldi:

18 446 744 073 709 551 615*

Demak, akam haqli ekan...

Haqiqatan dunyoning yoshi qanday sonlar bilan belgilanishini bilishga qiziqsangiz kerak. Bu haqda olimlar qo'lida quyidagicha (albatta, taxminiyligina) ma'lumotlar bor:

Quyosh 5 000 000 000 000 yildan beri mavjud.

Yer shari 3 000 000 000 yildan beri mavjud.

Yerda hayot 1 000 000 000 yildan beri mavjud.

Odam 500 000 yildan beri mavjud.

65. Garov bog'lash

Dam olish uyi ovqatxonasida ovqat vaqtida voqealarning yuz berish ehtimolligi qanday hisoblab chiqarilishi haqida so'z boshlandi. Ovqatlanuvchilar orasida o'tirgan yosh matematik yonidan besh tiyinlik chaqa chiqarib, bunday dedi:

— Chaqaga qaramasdan, uni stol ustiga tashlayman. Gerb tomoni ustiga bo'lib tushishining ehtimolligi qanday?

— Siz avval «ehtimollik» nimaligini tushuntirib bering. Uni hamma tushunavermaydi, — degan ovoz eshitildi.

— Xo'p bo'ladi, juda oson gap! Chaqa stolda ikki xil yotishi mumkin: mana bunday — gerb tomoni ustiga va mana bunday — gerb tomoni ostiga.

* Kitobxonga bu son ma'lum. U shaxmat o'yining ixtirochisi tomonidan talab etilgan mukofotni belgilaydi.

Bu yerda atigi ikkita hol bo'lishi mumkin. Ulardan bizni qiziqtiruvchi voqea uchun yolg'iz birgina hol qulaydir. Ushbu nisbatni topamiz:

$$\frac{\text{Qulay hollar soni}}{\text{Ehtimolli hollar soni}} = \frac{1}{2}.$$

1/2 kasri chaqaning gerb tomoni ustda bo'lib tushish «ehtimolligi»ni ifodalaydi.

— Chaqaning ishi oson, — dedi bir kishi so'zga aralashib. — Siz birmuncha murakkabroq holni, masalan, o'yin soqqasini ko'zdan kechirib qarang.

— Qani, keling, ko'zdan kechiraylik, — deb rozilik berdi matematik. Bizda o'yin soqqasi, ya'ni yoqlariga raqamlar qo'yilgan kubcha bor bo'lsin. Tashlangan kubcha ma'lum raqam bilan, masalan, oltilik bilan yuqoriga qarab tushishining ehtimoli qanday? Bu yerda mumkin bo'lgan hollar nechta? Kubcha o'zining olti yog'idan birida yotishi mumkin; demak, hammasi bo'lib 6 hol yuz berishi mumkin. Shu 6 holdan atigi bittasi, ya'ni oltilik ustda bo'lgan hol bizga qulaydir. Shunday qilib, ehtimollik 1 ni 6 ga bo'lishdan hosil bo'ladi. Qisqacha aytganda, u (ehtimollik) 1/6 kasri bilan ifodalanadi.

— Nahotki ehtimollikni hamma hollarda ham hisoblab chiqish mumkin bo'lsa? — deb so'radi dam oluvchi ayollardan biri.

— Mana bunday bir misol oling. Oshxona derazasidan bizga ko'rinadigan birinchi o'tkinchi odam erkak bo'lishi kerak deb faraz qildim. Mening bu farazim to'g'ri chiqishiga qanday ehtimollik bor?

— Agarda chaqaloq o'g'ilni ham erkakka hukm qilsak, u holda ehtimollik, ma'lumki, yarimga teng. Dunyodagi erkaklar son jihatidan ayollarga teng.

— Dastlabki ikki o'tkinchining ikkalasi ham erkak bo'lib chiqishida qanday ehtimollik bor? — deb so'radi dam oluvchilardan biri.

— Bu hisob birmuncha murakkab. Bu yerda umuman qanday hollar bo'lishi mumkinligini qarab chiqamiz. Birinchidan, ikkala o'tkinchining erkak bo'lishi ehtimol.

Ikkinchidan, oldin erkak, uning ketidan ayol ko'rinishi mumkin. Uchinchidan, aksincha: oldin ayol keyin erkak o'tishi mumkin. Va nihoyat, to'rtinchi hol: ikkala o'tkinchi ham ayol bo'lishi mumkin, demak, mumkin bo'lgan hollarning hammasi 4 ta. Shulardan ma'lumki, faqat bitta hol, ya'ni birinchisi qulay holdir. Ehtimollik uchun $1/4$ kasrini hosil qilamiz. Ana shu bilan biz aytgan masala ham yechildi.

— Tushunarli. Ammo uchta erkak haqida ham masala qo'yish mumkin: dastlabki uch o'tkinchining hammasi ham erkak bo'lishiga qanday ehtimollik bor?

— Keling, buni ham hisoblab chiqaylik. Yana ehtimolli hollarni hisoblashdan boshlaymiz. Ikki o'tkinchi uchun hamma hollar soni to'rtta tengligini bilganmiz. Uchinchini o'tkinchining qo'shilishi bilan ehtimollik hollar soni ikki hissa ko'payadi, chunki yuqorida aytib o'tilgan 4 ta guruhning har biriga yo erkak, yoki ayol qo'shiladi. Bunda barcha hollar $4 \times 2 = 8$ bo'lishi mumkin. Izlangan ehtimollik esa, ma'lumki, $1/8$ ga teng, chunki voqeaga faqat 1 ta hol qulay. Bu yerda hisoblash qoidasini uqib olish oson: o'tkinchi ikkita bo'lgan holda

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

ehtimollikni hosil qilgan edik; o'tkinchi uchta bo'lganda esa:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

bo'lgan edi; o'tkinchi to'rtta bo'lganda ehtimollik to'rtta yarimning ko'paytmasiga teng va hokazo. Ko'rib turibsizki, ehtimollik tobora kamayib borayotir.

— Masalan, o'nta o'tkinchi uchun ehtimollik qanchaga teng?

— Ya'ni dastlabki o'nta o'tkinchining hammasi qatorasiga erkak kishilar bo'lgan taqdirda ehtimollik qanday bo'ladi? O'nta yarimning ko'paytmasini hisoblab chiqamiz. Bu esa $1/1024$, ya'ni mingdan bir ulushdan ham kichik. Demak, agar siz men bilan garov bog'lashib,

shunday bo'ladi, deb 1 so'm tiksangiz, men shunday bo'lmasligiga qat'iy ishongan holda 1000 so'm tika olaman.

— Foydali garov! — dedi allakim. — Butun ming so'm yutib olishga imkon topish uchun bir so'mni jon deb tikardim.

— Ammo sizning bitta ishonchingizga qarshi mingta imkoniyat bor, buni ham hisobga olib qo'ying.

— Uning hech ahamiyati yo'q. Hatto yuzta o'tkinchi-ning hammasi qatorasiga erkak kishi bo'lgan taqdirda ham ming so'mga tavakkal qilib bir so'mni tikar edim.

— Bunday voqeaning yuz berish ehtimoli naqadar kichik ekanligini tasavvur qilasizmi? — deb so'radi matematik.

— Milliondan bir ulush yoki shunga yaqin narsami?

— Benihoyat kichik! Milliondan bir ulush 20 ta o'tkinchi uchun chiqadi. Yuzta o'tkinchi uchun... Qani, bo'lmasa men buni qog'ozda bir chamalab ko'ray-chi. Billiondan bir ulush... Trilliondan bir ulush... Kvadrilondan bir ulush... O'ho'! Birning yonida o'ttizta nol!

— Bori shumi?

— Sizga 30 ta nol kammi? Okeandagi suvni maydamayda tomchilarga aylantirganda ham bunday sonning mingdan biricha bo'lmaydi.

— G'oyat katta son, buni inkor etib bo'lmaydi! Mening bir so'mimga siz qancha pul tikasiz?

— Ha-ha!.. Bor-yo'g'imning hammasini tikaman... Hammasini!

— Hammasi — bu juda ko'p. Siz velosipedingizni tiking. Qani, tikmaysizmi?

— Nega tikmas ekanman? Marhamat! Xohlasangiz velosipedimni tikkanim bo'lsin. Sira qo'rqmayman.

— Men ham qo'rqmayman. Bir so'm katta pul emas. Buning evaziga velosiped minib yurishim mumkin, siz bo'lsangiz deyarli hech narsa yutmaysiz.

— Shuni bilingki, siz, albatta, yutqizasiz! Velosiped hech qachon sizga tegmaydi, bir so'mingiz esa mening cho'ntagimda, deyishim mumkin.

— Nima qilayotirsiz! — deb matematikni to'xtatmoqchi bo'ldi uning og'aynisi. — Bir so'm deb velosipeddan ajrab qolasiz. Nodonlik!

— Aksincha, — deb javob berdi matematik, — bunday sharoitda bir so'mni tikish ham nodonlik bo'ladi. Axir, yutqizish ayon-ku! Undan ko'ra bir so'mni suvga oqizgan yaxshi.

— Lekin harholda biror ishonch bormi?

— Butun bir okeandan bir tomchiday, balki o'n okeandan bir tomchiday! Sizning ishonchingiz shu. Men uchun esa bir tomchiga qarshi o'n okean. Mening yutishim xuddi ikki karra ikki — to'rt singari aniq.

— Katta ketayotirsiz, yigitcha, — dedi bir chekkada tortishuvni tinchgina tinglab o'tirgan chol. — Katta ketayotirsiz...

— Nega? Siz ham, professor, shunchaki, odamlar kabi fikr yuritayotirsizmi?

— Siz bu yerdagi hamma hollar ham bab-baravar mumkin bo'lavermasligini o'ylab ko'rdingizmi? Ehtimollik hisobi qanday voqealargagina to'g'ri bo'ladi? Teng imkoniyatli voqealar uchun: shunday emasmi? Ko'rib chiqilayotgan misolda esa... Aytgandek, — dedi gapga quloq solib o'tirgan chol, — haqiqatning o'zi hozir sizga xatoyingizni tushuntirib bersa kerak. Harbiy musiqaning sadosi kelayotir, to'g'ri emasmi? — Musiqaning bunga nima daxli bor?.. — deb gapira boshladi-yu yosh matematik, birdan to'xtab qoldi. Uning aftidan qo'rquv sezilib qoldi. U irg'ib o'rnidan turib, derazaga yugurdi va boshini chiqarib qaradi. — To'g'ri ekan! — dedi u mungli tovush bilan. — Garov bog'lab yutqazibman. Xayr, velosipedim... Oradan salgina fursat o'tmay, nima gap ekanligi hammaga ayon bo'ldi. Derazalar oldidan bir batalon askar o'tib bormoqda edi.

66. Tevaragimizdagi va ichimizdagi ulkan sonlar

Ulkan sonlarga duch kelmoq uchun odatdan tashqari hollarni izlashning hojati yo'q. Ular tevarak-atrofimizda

va hatto o'zimizning ichimizda ham mavjud, faqat ularni qarab, topa bilish kerak. Tepamizdagi osmon, oyog'imiz tagidagi qum, atrofimizdagi havo, tanamizdagi qon... Bularning hammasi o'z ichida ko'zga ko'rinmaydigan ulkan sonlarni yashirib turadi.

Osmon fazolarining ulkan sonlari ko'pchilik kishilar uchun kutilmagan sonlar emas. Yaxshi ma'lumki, koinot yulduzlari soni haqida, biz bilan ular orasidagi masofalar va ularning o'zaro masofalari haqida, ularning kattaliklari, og'irliklari, yoshlari va hokazolar haqida gap borganda biz, albatta, aqlga sig'maydigan ulkan-ulkan sonlarga duch kelamiz. «Astronomik son» degan so'zning og'izdan og'izga ko'chib yurishi ham bejiz emas. Shu bilan birga, astronomlar ko'pincha «kichkina» deb atagan osmon jismlari ham asli haqiqatda ularga o'zimiz o'rganib qolgan Yer o'lchovlarini tatbiq etganda chinakam ulkan jismlar ekanligini ko'p odamlar bilishmaydi. Bizning Quyoshimiz sistemasida shunday sayyoralar borki, ular juda kichik bo'lgani sababli astronomlar ularga «kichik sayyoralar» deb nom berganlar. Ular orasida diametri atigi bir necha kilometrni tashkil etadiganlari ham bor. G'oyat katta masshtablarga o'rganib qolgan astronom nazarida bunday sayyoralar shunchalik kichik bo'lib tuyuladiki, astronom ular haqida gapirganda, ularni nazari ilmay, «jimit sayyoralar» deb ataydi. Lekin ular boshqa, juda katta osmon yoritqichlariga nisbatan «jimit» bo'lib ko'rinadi: odam qo'llaydigan odatdagi o'lchovga nisbatan ular kichik emas. Diametri 3 km bo'lgan «jimit» sayyorani olaylik: geometriya qoidalariga ko'ra bunday jismning sirti (yuzi) 28 kv km yoki 28 000 000 kv m ekanligini hisoblab chiqish oson. 1 kv m joyga yetti kishi tikka turgan holda sig'ishi mumkin. Ko'rasizki, 28 million kv m maydonda 196 million kishi uchun joy topiladi.

Oyog'imiz tagidagi qum ham bizni ulkan sonlar dunyosiga olib kiradi. Qadimgilardan qolgan «dengiz

qumiday hisobsiz» degan soʻz bejiz emas. Lekin burungi odamlar qum donalarining koʻpligiga toʻgʻri baho bermaganlar, ular bu koʻplikni yulduzlarning koʻpligi bilan baravar deb hisoblaganlar. Qadim zamonda teleskop boʻlmagan, biz esa oddiy koʻz bilan osmonda (bitta yarim sharda) atigi 3 500 tacha yulduzni koʻramiz. Dengiz qirgʻogʻidagi qum donalari qurollanmagan koʻzga koʻrinadigan yulduzlarga qaraganda million-million marta koʻpdir.

Biz nafas oladigan havoda juda ulkan sonlar yashirinib yotadi. Havoning har bir kub santimetrida, har bir angishvanada 27 kvintillion (yaʼni 27 yonida 18 ta nol) juda ham mayda zarrachalar boʻladi, bu zarrachalar «molekulalar» deb ataladi.

Bu sonning naqadar katta ekanligini tasavvur qilib ham boʻlmaydi. Agar dunyoda oʻshancha odam boʻlsa edi, ularga bizning sayyoramizda joy yetishmas edi. Darhaqiqat shunday: Yer sharining yuzini uning qitʼalari va okeanlarini qoʻshib hisoblaganda, 500 million kv km ga teng keladi. Kvadrat metr larga aylantirsak, 500 000 000 000 000 kv m boʻladi. 27 kvintillionni shu songa boʻlsak, 54 000 sonini hosil qilamiz. Bu — Yer yuzining har bir kvadrat metriga 50 mingdan ortiq odam toʻgʻri kelar edi, demakdir.

Yuqorida ulkan sonlar odam tanasi ichida ham yashirinib yotadi, degan edik. Buni biz qonimiz misolida koʻrsatamiz. Agar bir tomchi qon mikroskop ostida qaralsa, unda qizil tusda benihoyat koʻp va juda ham mayda tanachalar suzib yurganligi koʻrinadi. Qonga qizil tus beradigan narsa ham ana shu tanachalardir.

Mana shunday har bir «qizil qon tanachasi» kichkinagina dumaloq yostiqlik shaklida boʻlib, ikki tomoni botiqdir. Uni sport anjomi — gantelga oʻxshatish mumkin. Odamdagi «qizil qon tanachalari»ning hammasi taxminan bir xil kattalikda boʻlib, uzunligi 0,007 mm, qalinligi 0,002 mm chamasidadir. Lekin ularning soni juda koʻp. 1 kub mm hajmdagi kichkinagina bir tomchi qonda 5 million chamasida qizil tanacha boʻladi. Tanamizda

hammasi bo'lib qancha qizil qon tanachalari bor? Odam tanasidagi qon litrlari soni odam vaznini ifodalovchi kilogrammlar sonidan taxminan 14 marta kam. Agar sizning vazningiz 40 kg bo'lsa, tanangizdagi qon qariyb 3 litr yoki 3 000 000 kub mm bo'ladi. Har bir kub mm da 5 million qizil tanachalar bo'lganidan, ularning tanangizdagi umumiy soni:

$$5\,000\,000 \times 3\,000\,000 = 15\,000\,000\,000\,000$$

chamasida bo'ladi.

15 trillion qon tanachasi! Agar bu tanachalar bir qatorga tizilsa, uzunligi qancha bo'ladi? Bunday qatorning uzunligi 105 000 km bo'ladi, buni hisoblab chiqish qiyin emas. Qonimizning qizil tanachalaridan yasalgan ip yuz ming kilometrdan ham nariga cho'zilib ketgan bo'lar edi. Shu ip bilan Yer sharini ekvator bo'ylab

$$100\,000 : 40\,000 = 2,5 \text{ marta}$$

aylantirib chiqish mumkin bo'lardi.

Qon tanachalarining shunchalik maydaligi bizning organizmimiz uchun qanday ahamiyatga ega ekanligini tushuntirib o'tamiz. Bu tanachalarning vazifasi butun badanga kislorod eltib turishdir. Qon o'pka ichidan o'tganda ular kislorod oladi va qon oqimi ularni tanamizning to'qimalariga, o'pkadan juda uzoqda bo'lgan joylariga eltganda kislorodni yana o'zidan ajratib chiqaradi. Shu tanachalarning juda ham maydaligi ularning bu xizmatni bajarishiga yordam qiladi, chunki ular, son jihatdan juda ko'p bo'lgani holda, qancha mayda bo'lsa, ularning sirti (yuzi) shuncha katta bo'ladi, qon tanachasi esa kislorodni faqat o'z sirti bilangina yutadi va chiqaradi. Hisoblash shuni ko'rsatadiki, ularning sirti odam tanasining sirtidan ko'p marta ortiq bo'lib, 1200 kv m ga teng keladi. Uzunligi 40 m va eni 30 m bo'lgan katta polizning yuzi ana shunday maydonni tashkil etadi. Endi siz qon tanachalari juda mayda bo'lakchalarga bo'linganligi

va son jihatdan juda ko'pligining organizm tirikligi uchun qay darajada muhim ekanligini tushunasiz: ular tanamizning sirtidan ming marta katta sirtida kislorod olishi va chiqarishi mumkin.

Odam 70 yoshga to'lganicha har xil oziq-ovqatdan o'rta hisob bilan qancha yeb-ichishini hisoblab chiqsangiz, natijada hosil bo'lgan sonni ham ulkan son deb aytish juda to'g'ri bo'lardi. Odam o'z umrida yeb-ichib, hazm qilishga ulguradigan tonnalab suv, non, go'sht, parranda go'shti, baliq, kartoshka va boshqa xil sabzavotlarni, minglarcha tuxum, minglarcha litr sut va hokazolarni tashish uchun butun boshli temir yo'l poyezdi kerak bo'lar edi. Keltirilgan bu oziq-ovqatlarning vazni esa odam tanasining og'irligidan ming martadan ham ortadi. Odamning uzun poyezdga yuk bo'ladigan shu qadar ko'p miqdordagi oziq-ovqatni bahuzur yutib yubora olishiga (albatta, birdaniga emas) ishonmaysiz.

Yettinchi bob

O'LCHOV LINEYKASINI ISHLATMAY

67. Yo'lni qadamlab o'lchash

Qo'lingizda o'lchov lineykasi yoki lentasi hamisha bo'lavermaydi. Shuning uchun o'lchashni taxminan bo'lsa ham, shu asboblarsiz uddalay bilish foydalidir.

Birmuncha olis masofalarni (masalan, ekskursiya vaqtida) qadamlab o'lchash juda oson. Buning uchun har kim o'z qadamining uzunligini bilishi va qadamlarini sanay bilishi kerak. Albatta, qadamlar hamisha birday bo'lavermaydi: qadamimizni kichraytishimiz ham, kerak bo'lganda katta-katta qadam tashlashimiz ham mumkin. Ammo harholda odatdagi yurishda taxminan bir xilda qadam tashlaymiz. Agar qadamlarning o'rtacha uzunligini bilib olsak, masofalarni ancha katta xato qilmay qadamlab o'lchashimiz mumkin.

Har kim o'z qadamining o'rtacha uzunligini bilib olish uchun ko'p qadamlar uzunligini birga o'lchab, shundan bir qadam uzunligini hisoblab chiqarishi kerak. Bunda o'lchov lentasi yoki o'lchov tanobidan foydalanmay ish qilib bo'lmasligi ma'lum.

Tekis yerda lentani yozib, 20 metrlik masofani o'lchang. Lenta bo'ylab yerga shu chiziqni chizing va lentani yig'ishtirib oling. Endi shu chiziqda odatdagicha qadam tashlab, bosgan qadamlaringizni sanab boring. Bu chiziqqa qadamlar butun marta qo'yilmasligi mumkin. U holda qoldiq yarim qadamdan kichik bo'lsa, tashlab yuboriladi, qoldiq yarim qadamdan katta bo'lsa, butun qadamga hisoblanadi. 20 m uzunlikni qadamlar soniga bo'lsak, bir qadamning o'rtacha uzunligini topamiz. Bu

sonni esda tutish lozim, bir vaqti kelib masofani o'lchash uchun qo'l kelib qoladi.

Qadamlarni sanashda yanglishib ketmaslik uchun (ayniqsa, uzun masofalarda) sanoqni quyidagicha olib borish mumkin: qadam atigi 10 gacha sanaladi; sanoq o'nga yetgach, chap qo'lning bitta barmog'i bukiladi. Shu yo'sinda chap qo'lning hamma barmoqlari bukilib bo'lgach, ya'ni 50 qadam bosilgach, o'ng qo'lning bir barmog'i bukiladi. Sanoqni shu tarzda 250 gacha olib borish mumkin, undan so'ng boshqatdan boshlanadi; bunda o'ng qo'lning hamma barmoqlari necha marta bukilganligini esda tutish kerak. Masalan, siz qancha masofani o'tganingizda o'ng qo'lingizning hamma barmoqlarini ikki marta bukkani bo'lsangiz va yo'l oxirida o'ng qo'lingizda 3 barmoq, chap qo'lingizda 4 barmoq bukilgan bo'lsa, u holda siz

$$2 \times 250 + 3 \times 50 + 4 \times 10 = 690$$

qadam bosgan bo'lasiz.

Chap qo'l barmog'i oxirgi marta bukilgandan keyin bosilgan bir necha qadamni ham bunga qo'shish kerak.

Bu o'rinda quyidagi eski qoidani ham aytib o'tamiz: katta yoshdagi odam o'rtacha qadamning uzunligi uning ko'zidan tovonigacha bo'lgan masofaning yarmiga teng.

Qadimdan qolgan yana bir amaliy qoida bor: bu qoida yurish tezligiga tegishlidir: odam 3 sekundda necha qadam bossa, bir soatda o'shancha kilometr yo'l bosadi. Bu qoida faqat ma'lum uzunlikdagi qadamga va shu bilan birga xiyla katta qadam uchungina to'g'ri kelishini ko'rsatish oson. Darhaqiqat, qadam uzunligi x metr, 3 sekundda bosilgan qadamlar soni n bo'lsin. U holda piyoda odam 3 sekundda nx m yo'l bosadi, bir soatda (3600 sekundda) esa 1200 nx m yoki 1,2 nx km yo'l yuradi. Shu yo'l 3 sekundda bosiladigan qadamlar soniga teng bo'lishi uchun quyidagi tenglik bo'lishi kerak:

$$1,2nx = n \text{ yoki } 1,2x = 1, \text{ bundan } x = 0,83 \text{ m.}$$

Agar yuqoridagi qoida, ya'ni qadamning uzunligi odamning bo'yiga bog'liqligi haqidagi qoida to'g'ri bo'lsa, bu qaralayotgan ikkinchi qoida faqat o'rta bo'yli, ya'ni bo'yi 175 sm chamasida bo'lgan odamlargagina to'g'ri kelishi mumkin.

68. Jonli masshtab

Qo'lda bir metrli lineyka yoki lenta bo'lmagani holda o'rtacha kattalikdagi narsalarni o'lchash uchun bunday qilish mumkin. Birorta chizimcha yoki tayoq olib, uni yon tomonga uzatilgan qo'l uchidan qarama-qarshi tomondagi yelkagacha tortish kerak. Shuning o'zi erkak kishilarda taxminan bir metrga to'g'ri keladi. Metrning taxminiy uzunligini topishning yana bir usuli to'g'ri chiziqda 6 suyam (boshmaldoq bilan ko'rsatkich barmoq orasidagi masofa) o'lchab ajratishdir.

Keyingi ko'rsatma bizga faqat qo'l bilan o'lchash yo'lini o'rgatadi: buning uchun har kim oldin o'z qo'lining panjasini o'lchab, natijalarini esda mahkam saqlashi kerak.

Qo'l panjasida nimalarni o'lchash kerak? Avval kaftning kengligini o'lchash lozim. Katta yoshli odam kaftining kengligi taxminan 10 sm; sizning kaftingiz, ehtimol, kichikroqdir, shu sababli siz qancha kichik ekanini bilib qo'yishingiz kerak. So'ngra ko'rsatkich va o'rta barmoqlarimiz uchlarini mumkin qadar kengroq kerib turgan holda ular orasini o'lchashingiz kerak. Keyin har kim o'z ko'rsatkich barmog'ining uzunligini bilib qo'yish ham foydalidir. Bunda o'lchashni boshmaldoq tubidan boshlash kerak. Nihoyat, qarichingiz uzunligini o'lchang.

Siz shu «jonli masshtab»dan foydalanib, kichikroq narsalarning taxminiy o'lchovlarini bilishingiz mumkin.

Sakkizinchi bob

GEOMETRIK JUMBOQLAR

Bu bobda to'plangan jumboqlarni yechish uchun geometriyani mukammal bilish talab etilmaydi. Geometriyadan birozgina xabardor bo'lgan kishi ham bu jumboqlarni hal qila oladi. Bu yerda geometriyadan keltirilgan ikki dujin masala kitobxonning geometriyadan bilaman deb o'ylagan ma'lumotini haqiqatan egallaganligiga ishonch hosil qilishi uchun yordam beradi. Geometriyani puxta bilish shakllarning xossalarini birmabir aytib bera bilishdangina iborat bo'lmay, balki ularni real masalalarni yechishga amalda ishlatish san'atidan ham iboratdir. Otishni bilmaydigan kishiga miltiqning nima foydasi bor?

Kitobxon geometrik nishonga qarab otgan 24 o'qidan qanchasi to'ppa-to'g'ri borib tekkanligini bir tekshirib ko'rsin.

69. Arava

Nima uchun aravaning oldingi o'qi keyingisiga qaraganda ko'proq yeyiladi va tezroq qorayadi?

70. Katta qilib ko'rsatadigan oyna

5 baravar katta qilib ko'rsatadigan oynadan (lupadan) 6 gradusli burchakka qaralsa, shu burchak qanday kattalikda ko'rinadi?

71. Duradgor vaterpasi

Siz gaz pufakchali duradgor vaterpasini («shayton»ni) ko'rgansiz. Bu asbobning o'rta belida chiziqcha bo'lib, shundan ikkala uchi tomoniga qarab egilgan bo'ladi.

Naycha ichidagi pufakchanning nari-beri harakat qilishiga sabab havo pufakchasi o'zi turgan suyuqlikdan yengil bo'lgani uchun yuqoriga qalqib chiqishidir. Biroq

naycha yoy kabi egilgan bo'lmay, to'ppa-to'g'ri bo'lsa, asbob biror tomonga salgina og'ishi bilan pufakcha naychanning uchiga, ya'ni uning eng yuqori qismiga yugurib ketar edi. Ma'lumki, bunday vaterpasdan («shayton»dan) amalda foydalanish juda noqulay bo'lardi. Shuning uchun ham vaterpas naychasi egilgan bo'ladi. Bunday vaterpas tagligi gorizontal holatda turganda pufakcha naychanning eng yuqori nuqtasini egallab, uning o'rta belida turadi; agar vaterpas qiyshaytirilsa, naychanning eng yuqori nuqtasi uning o'rta beli emas, balki yonidagi biror qo'shni nuqta bo'ladi, bunda pufakcha chiziqchadan naychanning boshqa joyiga suriladi.

Masalaning savoli: agar naycha egilish yoyining radiusi 1 m bo'lib, vaterpas yarim gradus qiyshaysa, pufakcha chiziqchadan necha millimetr nari surilishini aniqlashdan iborat.

72. Yoqlar soni

Quyidagi savol, shubhasiz, ko'p kishilarga juda sodda yoki aksincha, juda murakkab ko'rinadi:

Olti yoqli qalamda nechta yoq bor?

Javobga qarashdan ilgari masalani yaxshilab o'ylab ko'ring.

73. Yangi oy

Atigi ikkita to'g'ri chiziq bilan yangi oy shaklini (39-rasm) 6 bo'lakka bo'lish talab etiladi.

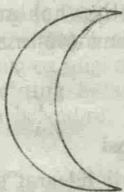
Buni qanday qilsa bo'ladi?

74. 12 ta gugurt cho'pi

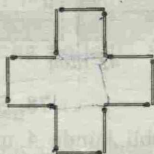
12 ta gugurt cho'pidan yuzi 5 ta «gugurt cho'pi» kvadratlariga teng bo'lgan krest shaklini yasash mumkin (40-rasm).

Gugurt cho'plarining joylashishini shunday o'zgartiringki, shakl konturi faqat 4 ta «gugurt cho'pi» kvadratlariga teng yuzni band qiladi.

Bunda o'lchov asboblari yordamidan foydalanish mumkin emas.



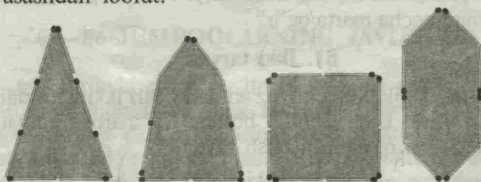
39-rasm. Yangi oy.



40-rasm. 12 ta gugurt
cho'pidan yasalgan krest.

75. 8 ta gugurt cho'pi

8 ta gugurt cho'pidan talaygina xilma-xil yopiq shakllar yasash mumkin. Ulardan ba'zilar 41-rasmda ko'rsatilgan; ularning yuzlari, albatta, har xil. Masala 8 ta gugurt cho'pidan eng katta yuzni egallaydigan shakl yasashdan iborat.



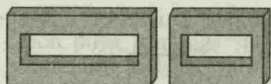
41-rasm. 8 ta gugurt cho'pidan qanday qilib eng katta yuzga ega bo'lgan figura tuzish mumkin?

76. Minoraning balandligi

Shahringizda diqqatni o'ziga tortadigan bir inshoot — baland minora bor. Ammo uning balandligi qancha ekanligini bilmaysiz. Sizda shu minoraning fotosurati tushirilgan pochta kartochkasi bor. Kartochkadagi bu surat minoraning balandligini bilishda sizga qanday yordam berishi mumkin?

77. O'xshash figuralar

Bu masala geometrik o'xshashlik nimaligini biladiganlarga mo'ljallangan. Ramka figurasidagi tashqi va ichki



42-rasm

to'rtburchaklar o'x-shashmi (42-rasm)?

78. Simning soyasi

Oftobli kunda 4 mm diametrli telegraf simidan tushgan to'la soya fazoda qanchalik uzoqqa cho'ziladi?

79. G'ishtcha

Binokorlikda ishlatiladigan g'ishtning og'irligi 4 kg. O'sha materialdan quyilgan, lekin o'lchovlari 4 baravar kichik bo'lgan o'yinchoq g'ishtchaning og'irligi qancha?

80. Novcha bilan pakana

Bo'yi 2 metrli novcha kishi bo'yi 1 metrli pakanadan taxminan necha marta og'ir?

81. Ikki tarvuz

Katta-kichik ikkita tarvuz sotiladi. Biri ikkinchisidan chorak ulush keng (semiz) bo'lib, 1,5 marta qimmat. Tarvuzlardan qay birini olish foydali?

82. Ikki qovun

Bir xil navli ikki qovun sotiladi. Birining aylanasi 60 sm, ikkinchisinit 50 sm. Birinchisi ikkinchisidan 1,5 marta qimmat. Qovunlarning qay birini olish foydali?

83. Olcha

Olcha etining qalinligi danagining qalinligiga baravar. Endi olcha ham, danagi ham kichkina shar shaklida, deb hisoblaymiz. Olcha eti hajmining danagi hajmidan necha marta katta ekanligini dilda tasavvur qila olasizmi?

84. Eyfel minorasining modeli

Parijdagi Eyfel minorasi faqat temirdan ishlangan bo'lib, balandligi 300 m. Bunga qariyb 8 000 000 kg

temir ketgan. Men o'sha mashhur minoraning xuddi o'ziga o'xshagan temir model buyurtmoqchiman. Modelning og'irligi atigi 1 kg bo'lishi kerak.

Modelning balandligi qancha bo'ladi? Stakan bo'yidan balandmi, pastmi?

85. Ikki qozon

Shakli va devorining qalinligi bir xilda bo'lgan ikkita mis qozon bor. Birinchi qozonning sig'imi ikkinchisiga qaraganda 8 baravar ortiq.

Birinchi qozon ikkinchisidan necha marta og'ir?

86. Qattiq sovuqda

Katta kishi bilan bola ikkisi qattiq sovuq havoda turibdi, ularning kiyimi bir xil.

Qay biri ko'proq sovuq yeydi?

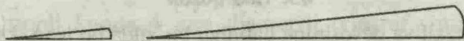
69—86-JUMBOQLARNING JAVOBLARI

69. Birinchi qarashda bu masalaning geometriyaga butunlay aloqasi yo'qdek ko'rinadi. Biroq bu fanni egallashning o'zi masalaning boshqa fanga taalluqli tafsilotlar bilan niqoblangan joydagi geometrik asosni ocha bilishdan iborat. Masalamiz, hech so'zsiz geometriyaga doir masaladir; geometriya bilimini qo'llamasdan uni yechib bo'lmaydi.

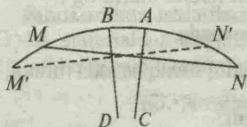
Xo'sh, nima uchun aravaning oldingi o'qi keyingisidan ko'proq yeyiladi? Oldingi g'ildiraklari keyingilaridan kichik bo'lishi hammaga ma'lum. Bir xil masofada kichik doira katta doiradan ko'ra ko'proq aylanadi: kichik doiraning aylanasi ham kichik, shuning uchun u (aylana) berilgan uzunlikka ko'p marta joylashadi. Endi arava har qanaqasiga yurganda ham, uning oldingi g'ildiraklari keyingi g'ildiraklaridan ko'p aylanishi, qancha ko'p aylansa, uning o'qi shuncha ko'proq yeyilishi tushunarli.

70. Agar siz burchagimiz lupa ostida $6^\circ \times 5 = 30^\circ$ kattalikda ko'rinadi deb o'ylasangiz xato qilasiz. Burchakka

lupadan qaraganda u hech bir kattalashmaydi. To'g'ri, burchakni tortib turuvchi yoy uzunligi kattalashadi, lekin yoyning radiusi ham o'shancha marta kattalashadi, natijada markaziy burchakning kattaligi o'zgarishsiz qolaveradi. Bu aytilganlar 43-rasmdan ochiq ko'rinadi.



43-rasm.



44-rasm.

71. Siz 44-rasmni ko'zdan kechiring, undagi MAN — vaterpas («shay-ton») yoyining dastlabki holati $M'BN'$ — yoyning yangi holati, bunda $M'N'$ vatar MN vatar bilan $0,5^\circ$ gradusli burchak tuzadi.

Ilgari A nuqtada bo'lgan pufakcha hozir ham o'sha nuqtada qoldi-yu, lekin MN yoyning o'rtasi B nuqtaga ko'chdi. Agar AB yoyning radiusi 1 m, gradus o'lchovida yoyning kattaligi $0,5^\circ$ bo'lsa, AB yoyining uzunligini hisoblash talab etiladi (bu — tomonlari bir-biriga perpendikular bo'lgan o'tkir burchaklarning tengligidan kelib chiqadi).

Hisoblash qiyin emas. Radiusi 1 m (1000 mm) bo'lgan to'la aylananing uzunligi $2 \times 3,14 \times 1000 = 6280$ mm. Aylana 360 gradus yoki 720 ta yarim gradus bo'lgani uchun bitta yarim gradusli yoyning uzunligi bo'lish bilan topiladi:

$$6280 : 720 = 8,7 \text{ mm}$$

Pufakcha chiziqchadan taxminan 9 mm, ya'ni salkam 1 sm uzoqlashadi (to'g'risi, chiziqcha pufakchadan uzoqlashadi). Naychaning egilish radiusi qancha katta bo'lsa, vaterpas shuncha sezgir bo'lishini ko'rish oson.

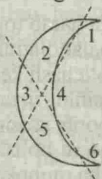
72. Bu masalaning hech bir hazil joyi yo'q va odatda ishlatiladigan so'zning xatoligini ochib beradi. «Olti yoqli»

qalamda yoqlar 6 ta emas, buni ko'pchilik shunday deb o'ylasa kerak. Uning yoqlari (agar uchi ochilmagan bo'lsa) 8 ta: oltitasi yonidan va yana ikkita kichkinasi ikki uchida. Haqiqatan uning yoqlari 6 ta bo'lganda edi, shakli butunlay boshqacha, ya'ni kesimi to'rt burchakli brusok bo'lar edi.

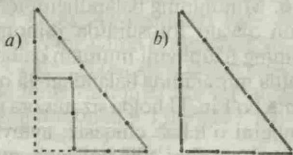
Prizmalarning asoslarini unutib qo'yib, faqat yon yoqlarini hisobga olish odat bo'lib qolgan. Ko'p kishilar: uch yoqli prizma, to'rt yoqli prizma va hokazo deyishadi, holbuki, bu prizmalarni asosining shakliga ko'ra uch burchakli, to'rt burchakli prizma va hokazo deb atash kerak. Uch yoqli prizma degan narsaning o'zi ham yo'q.

Shuning uchun masalada aytilgan qalamni olti yoqli deb emas, olti burchakli deb atash to'g'ri bo'lardi.

73. Chiziqlarni 44-rasmda ko'rsatilgandek tortish kerak. 6 bo'lak hosil bo'ladi. Bu bo'laklar ochiq ko'rinishi uchun raqamlangan.



45-rasm.

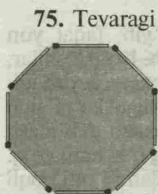


46-rasm.

74. Gugurt cho'plarini 46-a rasmda ko'rsatilgandek qilib terish kerak; bu shaklning yuzi «gugurt cho'pi» kvadratinig to'rt marta kattalashtirilgan yuziga teng. Bunga qanday qilib ishonsa bo'ladi? Shaklimizni fikran uchburchakka to'ldiramiz. Shunda to'g'ri burchakli uchburchak hosil bo'ladi. Uning asosi 3 ta gugurt cho'piga, balandligi esa 4 ta gugurt cho'piga teng*. Uchburchakning yuzi asosi bilan balandligi ko'paytma-

* «Pifagor teoremasi» deb atalgan teorema bilan tanish bo'lgan kitobxonlar bu yerda hosil bo'ladigan uchburchak to'g'ri burchakli ($3^2 + 4^2 = 5^2$) ekanligini biz komil ishonch bilan tasdiqlay olishimizning sababini tushunadilar.

sining yarmiga: $(3 \times 4) \times 0,5 = 6$ ga, ya'ni tomonining uzunligi bir gugurt cho'piga teng bo'lgan 6 ta kvadratga teng (46-b rasm). Lekin shaklning yuzi uchburchakning yuzidan ikkita «gugurt cho'pi» kvadrati qadar kichik, demak, shunday kvadratlardan 4 tasiga teng.



47-rasm.

75. Tevaragi bir xil uzunlikda yoki perimetrlari teng bo'lgan hamma shakllar orasida eng katta yuzga ega bo'lgani doira ekanini isbotlash mumkin. Gugurt cho'plaridan doira yasab bo'lmaydi, albatta, shunday bo'lsa ham 8 ta gugurt cho'pidan doiraga birmuncha yaqin keladigan shakl (47-rasm) yasash mumkin: u ham bo'lsa muntazam sakkizburchakdir. Muntazam sakkizburchak masalamizning eng katta yuzga ega bo'lsin degan talabini qondiradigan shakldir.

76. Minoraning balandligini fotosuratga qarab topish uchun avvalo fotosuratda minoraning balandligini va asosining uzunligini mumkin qadar aniq o'lchash kerak. Suratda minoraning balandligi 95 mm, asosining uzunligi 19 mm bo'lsin. U holda siz minora yoniga borib, asosining uzunligini o'lchab chiqasiz; aytaylik, u 14 m bo'lsin.

Shu yumushni qilib bo'lgach, quyidagicha muhokama yuritasiz.

Minoraning fotografiyasi va uning chinakam konturi geometriya jihatidan bir-biriga o'xshash. Demak, balandlikning tasviri asosining tasviridan necha marta katta bo'lsa, qad ko'tarib turgan minoraning natural balandligi asosining uzunligidan o'shancha marta katta bo'ladi. Birinchi nisbat 95:19 ga, ya'ni 5 ga teng; bundan siz, minoraning balandligi asosining uzunligidan 5 marta katta, ya'ni haqiqatda minoraning balandligi $14 \times 5 = 70$ m, degan xulosaga kelasiz.

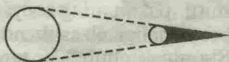
Demak, shahar minorasining balandligi 70 m.

Biroq shuni uqitirib o'tish kerakki, minora balandligini fotografiya yo'li bilan belgilash uchun har qanaqa surat yarayvermaydi, balki proporsiyalari buzilmagan suratgina

yaraydi (odatda, tajribasiz fotograflar olgan rasmlarda bunday kamchiliklar bo'ladi).

77. Masalada qo'yilgan ikkala savolga ko'pincha ijobiy javob berishadi. Haqiqatda esa faqat uchburchaklarga o'xshashdir; ramka shaklidagi tashqi va ichki to'rtburchaklar esa umuman aytganda, o'xshash emas. Uchburchaklarning o'xshashligi uchun burchaklarining tengligi kifoya; ichki uchburchakning tomonlari tashqi uchburchakning tomonlariga parallel bo'lganligi sababli bu shakllar o'xshashdir. Ammo boshqa ko'pburchaklarning o'xshashligi uchun faqat burchaklarining tengligi (yoki shuningdek, faqat tomonlarining parallelligi) kifoya qilmaydi; ko'pburchaklar tomonlarining proporsional bo'lishi ham kerak. Ramka shaklidagi tashqi va ichki to'rtburchaklar uchun faqat kvadrat (va umuman romblar) bo'lgandagina shunday bo'ladi. Boshqa hollarining hammasida tashqi to'rtburchak tomonlari ichki to'rtburchak tomonlariga proporsional emas, demak, shakllar ham o'xshash emas. 47-rasmdagi kabi serbar plankali to'g'ri burchakli ramkalarda o'xshashlik yo'qligi ochiq ko'rinib turibdi. Chapdagi ramkada tashqi tomonlar bir-biriga 2:1 nisbatda, ichki tomonlar esa 4:1 nisbatda. O'ngdagi ramkada tashqi tomonlar 4:3 nisbatda, ichkilari esa 2:1 nisbatdadir.

78. Bu masalani yechishda astronomiyadan Yer bilan Quyosh orasidagi masofa to'g'risida va Quyosh diametrlarining uzunligi haqida ma'lumot kerak bo'lishi ko'p kishilar uchun kutilmagan bir narsa bo'lib chiqadi.



48-rasm.

Fazoda simdan tushgan to'la soyaning uzunligi 48-rasmda ko'rsatilgan geometrik yasash bilan belgilanadi. Quyoshdan Yergacha bo'lgan masofa (150 000 000 km) Quyoshning diametri (1 400 000 km)dan qancha marta katta bo'lsa, soya simning diametridan shuncha marta katta bo'lishini ko'rish oson. Oxirgi nisbat yaxlit son bilan 115 ga teng. Demak, fazoda simdan tushgan to'la soyaning uzunligi

$$4 \times 115 = 460 \text{ mm} = 46 \text{ sm}$$

To'la soya uzunligining bunchalik kichikligiga sabab shuki, soya yerda yoki uylarning devorlarida ko'rinmaydi; xiragina bo'lib ko'rinadigan soya izlari soyalar emas, balki nimsoyalardir.

Bunday masalalarni yechishning boshqa usuli 8-jumboqni qarab chiqishda ko'rsatilgan edi.

79. O'yinchoq g'ishtchaning og'irligi 1 kg, ya'ni atigi to'rt marta kichik, deb javob qilish qo'pol xatodir. Axir, o'yinchoq g'ishtcha rasmana g'ishtdan atigi to'rt marta qisqagina emas, balki to'rt marta qisqa bo'lib qolmay, to'rt marta ensiz va buning ustiga to'rt marta pastdir. Shuning uchun uning hajmi va og'irligi $4 \times 4 \times 4 = 64$ marta kichikdir. Demak, to'g'ri javob bunday bo'ladi:

O'yinchoq g'ishtchaning og'irligi: $4000 : 64 = 62,5 \text{ g}$.

80. Siz endi bu masalani to'g'ri yechishga tayyorgarlik ko'rdingiz. Odam tanasining shakllari taqriban o'xshash bo'lganligi uchun odamning bo'yi ikki marta uzun bo'lganda uning hajmi 2 baravar emas, balki 8 baravar katta bo'ladi. Demak, novchamiz pakanadan 8 marta og'ir.

Elzasda yashagan bir novcha odamning (buning to'g'risidagi ma'lumot saqlangan) bo'yi 275 sm (o'rta bo'yli odamdan butun 1 metr baland) bo'lgan. Eng mitti pakananing bo'yi 40 sm ga yetmagan, ya'ni uning bo'yi haligi elzaslik novchadan 7 marta past bo'lgan. Shuning uchun agar tarozining bir pallasiga o'sha ulkan odam o'tirsa, ikkinchi pallasiga, muvozanat hosil qilish uchun, mitti pakanalardan $7 \times 7 \times 7 = 343$ tasini, ya'ni bir gala pakana odamlarni qo'yish kerak bo'lardi.

81. Katta tarvuzning hajmi kichigining hajmidan

$$1\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{4} = \frac{125}{64},$$

ya'ni sal kam ikki baravar katta. Demak, katta tarvuzni olish arzon tushadi: uning bahosi faqat bir yarim hissa ortiq, yeyiladigan eti esa ikki baravarcha ko'p.

Lekin nima uchun sotuvchilar bunday tarvuzlar uchun, odatda, ikki hissa emas, balki atigi bir yarim

hissa ortiq haq so'raydilar? Buning sababi shuki, sotuvchilar ko'pincha geometriyani tuzukroq bilishmaydi. Xaridorlar ham geometriyani yaxshi bilmaganlari uchun bunday foydali xariddan voz kechadilar. Dadil aytish mumkinki, kichik tarvuzdan ko'ra kattasini olish arzonga tushadi, chunki katta tarvuz o'zining haqiqiy qiymatidan kam baholanadi: biroq ko'pchilik xaridorlar buni payqashmaydi.

Ana shu sababli mayda tuxumdan ko'ra yirik tuxum olish hamisha foydali (basharti og'irligiga qarab baho qo'yilmasa).

82. Aylanalarning o'zaro nisbati diametrlarining nisbati kabidir. Agar bir qovunning aylanasi 60 sm, ikkinchisniki 50 sm bo'lsa, diametrlarining nisbati $60 : 50 = \frac{6}{5}$, hajmlarining nisbati esa:

$$\left(\frac{6}{5}\right)^3 = \frac{216}{125} \approx 1,73.$$

Agar katta qovunga hajmi (yoki vazni)ga qarab baho qo'yilsa, u kichik qovundan 1,73 marta (boshqacha aytganda 73%) qimmat bo'lishi kerak. Holbuki, unga atigi 50% ortiq haq so'raladi. Albatta, katta qovunni olish foydali.

83. Masalaning shartidan olchanning diametri danagining diametridan 3 marta katta ekanligi chiqadi. Demak, olchanning hajmi danagining hajmidan $3 \times 3 \times 3$, ya'ni 27 marta katta; olcha danagining hissasiga olcha hajmining $1/27$ ulushi, etining hissasiga esa $26/27$ ulushi to'g'ri keladi. Demak, olcha etining hajmi danagining hajmidan 26 marta katta.

84. Agar model naturadan 8 000 000 marta yengil bo'lib, ikkovi ham bir xil metallardan yasalgan bo'lsa, model hajmi natura hajmidan 8 000 000 marta kichik bo'lishi kerak. Biz o'xshash jismlar hajmlarining nisbati balandliklari kublarining nisbatiga teng bo'lishini bilganmiz. Demak, modelning balandligi naturadan 200 marta past bo'lishi kerak, chunki

$$200 \times 200 \times 200 = 8\,000\,000.$$

Chinakam minoraning balandligi 30 m. Bundan modelning balandligi

$$300 : 200 = 1,5 \text{ m}$$

bo'lishi kerakligi chiqadi.

Modelning balandligi taxminan odam bo'yicha keladi.

85. Ikkala qozon geometrik jihatdan o'xshash jismlardir. Agar katta qozonning sig'imi 8 baravar ortiq bo'lsa, uning hamma chiziqli o'lchovlari ikki baravar katta bo'ladi: u ikki hissa baland va ikkala yo'nalish bo'yicha ikki baravar kengdir. Modomiki, katta qozon kichigidan ikki hissa baland va ikki hissa keng ekan, uning sirti 2×2 , ya'ni 4 marta katta, chunki bu kabi jismlar sirtlarining nisbati chiziqli o'lchovlari kvadratlarining nisbati kabidir. Qozon devorining qalinligi bir tekisda bo'lganda uning og'irligi sirtining kattaligiga bog'liq bo'ladi. Bundan masalaning savoliga shu javobni olamiz: katta qozon kichigidan to'rt marta og'ir.

86. Birinchi qarashda matematikaga mutlaqo aloqasi yo'qdek ko'ringan bu masala, asosan, bundan oldingi masalada tatbiq etilgan geometrik muhokama bilan yechiladi. Uni yechishga kirishdan oldin unga o'xshash, lekin birmuncha soddaroq bir masalani qarab chiqamiz.

Bir xil materialdan yasalgan va bir xil shakldagi ikkita katta-kichik qozon (yoki ikki samovar) qaynoq suv bilan to'la bo'lsin. Bularning qay biri tezroq soviydi?

Narsalar sirtidan soviy boshlaydi: demak, hajmining har qaysi birligiga kattaroq sirt to'g'ri keladigan qozon tezroq soviydi. Agar bir qozon ikkinchisidan n marta baland va keng bo'lsa, uning sirti n^2 marta katta, hajmi esa n^3 marta katta bo'ladi. Katta qozonda sirt birligiga n marta katta hajm to'g'ri keladi. Demak, kichik qozon ilgari sovishi kerak.

Shu sababga ko'ra sovuqda turgan bola ham u bilan bir xilda kiyingan katta yoshli odamdan ko'proq sovqotishi kerak: badanining har bir kub santimetrida

paydo bo'ladigan issiqlik miqdori ikkovlarida taxminan birdek, lekin badanining har bir kub santimetriga to'g'ri keladigan soviydigan sirti katta yoshli odamdagiga qaraganda bolada katta.

Qo'l barmoqlari yoki burun badanning sirtlari hajmlariga qaraganda uncha katta bo'lmagan boshqa qismlariga qaraganda ko'proq sovuq urishning sababini ham shundan ko'rish kerak.

Nihoyat, quyidagi masala ham shunga taalluqlidir:

Nima uchun yo'g'on palyonga qaraganda o'shandan yorib olingan tarasha tezroq yonadi?

Qizish jismning sirtidan boshlanib, uning butun hajmiga tarqalishi sababli tarashaning (masalan, kvadrat kesimli tarashaning) sirti va hajmini o'shanday uzunlikdagi va o'shanday kvadrat kesimli palyonning sirti va hajmi bilan taqqoslash kerak. Bundan maqsad har ikki holda yog'ochning har bir kub santimetriga qanday kattalikdagi sirt to'g'ri kelishini belgilashdir. Agar polyon tarashadan 10 marta yo'g'on bo'lsa, polyonning yon sirti ham tarashaning yon sirtidan 10 marta katta, hajmi esa tarasha hajmidan 100 marta katta bo'ladi. Demak, tarasha sirtining har bitta birligiga palyondagidan uch hissa kichik hajm to'g'ri keladi: baravar miqdorda bo'lgan issiqlik tarashada o'n hissa kam moddani isitadi, shuning uchun bitta xildagi issiqlik manbayidan chiqqan issiqlik palyonga qaraganda tarashani ancha ilgari o't oldiradi. (Yog'och issiqlikni yomon o'tkazganligi tufayli ko'rsatilgan munosabatlarga taqribiy deb qarash kerak; ular jarayonning umumiy borishinigina xarakterlaydi, ammo miqdoriy tomonini emas.)

T o' q q i z i n c h i b o b

YOMG'IR VA QOR GEOMETRIYASI

87. Yog'in o'lchagich

Sankt-Peterburgni juda seryomg'ir, masalan, Moskvadan ham ancha seryomg'ir shahar deb hisoblash odat bo'lib qolgan. Lekin olimlarning so'zlari boshqacha: ular bir yil davomida Moskvaga yoqqan yomg'ir suvlari Sankt-Peterburgdagidan ko'p deb tasdiqlaydilar. Ular buni qayerdan bilishadi? Yomg'ir qancha suv olib kelganini o'lchab bo'ladimi?

Bu qiyin masala bo'lib ko'rinadi, holbuki, yomg'ir suvini bunday hisobga olishni o'zingiz ham o'rgansangiz bo'ladi. Siz, buning uchun yerga yoqqan hamma yomg'ir suvini yig'ish kerak bo'ladi, deb o'ylamang. Basharti, tushgan suv oqib va yerga singib ketmaganda, yerda hosil bo'lgan suv qatlamining qalinliginigina o'lchash kifoya. Buni qilish juda oson: chunki yomg'ir ma'lum joyga bir tekisda yog'adi: axir u bir jo'yakka ko'p, ikkinchisiga oz yog'maydi-ku. Shuning uchun biror maydonning kichkina qismiga yoqqan yomg'ir suvi qatlamining qalinligini o'lchash kifoya; shu bilan biz yomg'ir yoqqan butun maydondagi yomg'ir qalinligini bilib olamiz.

Endi siz yomg'ir bo'lib tushgan suv qatlami qalinligini o'lchash uchun nima qilish kerakligini bilgandirsiz. Yomg'ir suvi yerga singib yoki oqib ketmaydigan kichikroq bir uchastka yasash kerak. Buning uchun og'zi ochiq har qanaqa idish (masalan, chelak) yarayveradi. Agar sizda devori tik tushgan silindrsimon chelak bo'lsa, uni ochiq joyda yomg'irga qo'ying*. Yomg'ir tingandan keyin chelakdagi suv

* Chelak yoniga tushgan yomg'ir tomchilari sachrab chelakka tushmasligi uchun chelakni balandroq joyga qo'yish kerak.

balandligini o'lchang, shu bilan hisobingiz uchun kerakli ma'lumotni olgan bo'lasiz.

Biz o'zimiz yasagan «yog'in o'lchagich»imiz bilan mufassalroq shug'ullanamiz. Chelakdagi suv sathining balandligini qanday o'lchash kerak? Chelakdagi suvga o'lchov lineykasini suqish kerakmi? Biroq bu ish chelakda suv ko'p bo'lgan taqdirdagina qulay bo'ladi. Bordi-yu, suv qatlami 2—3 sm dan yoki hatto bir necha millimetrdan oshmasa (odatda, shunday bo'ladi) suv qatlami qalinligini bunday usul bilan aniqroq o'lchab bo'lmaydi, albatta. Bu yerda esa har bir millimetr, hatto uning o'ndan bir ulushi ham muhim. Nima qilish kerak?

Hammadan ko'ra yaxshisi suvni torgina shisha idishga quyishdir. Bunday idishda suv yuqori turadi, idishning shaffof devoridan suv sathining balandligi ko'rinib turadi. Siz tor idishdagi suvning o'lchangan balandligi biz o'lchashimiz kerak bo'lgan suv qatlamining qalinligi emasligini tushunasiz. Lekin bir o'lchovni ikkinchi o'lchovga aylantirish oson. Chunonchi, tor idish tagining diametri bizning yog'in o'lchagich chelagimiz tagining diametridan 10 marta kichik bo'lsin. U holda shisha idish tagining yuzi chelak tagining yuzidan 10×10 , ya'ni 100 marta kichik bo'ladi. Ma'lumki, chelakdan quyilgan suvning sathi shisha idishda 100 marta baland turishi kerak. Demak, yomg'ir suvi qatlamining qalinligi chelakda 2 mm bo'lsa, o'sha suv sathi tor idishda 200 mm, ya'ni 20 sm balandlikda bo'ladi.

Bu hisobdan ko'rinadiki, shisha idish yog'in o'lchagich chelakka qaraganda juda ham tor bo'lmazligi kerak, aks holda shisha idishning juda uzunini topib ishlatishga to'g'ri keladi. Agar shisha idish og'zi chelak og'zidan 5 marta tor bo'lsa, shuning o'zi kifoya; u holda shisha idish tagining yuzi chelak tagining yuzidan 25 marta kichik bo'ladi, shisha idishga quyilgan suvning sathi ham o'shancha (25) marta baland ko'tariladi. Chelakdagi suv qatlami qalinligining har bir millimetriga tor idishdagi suvning 25 millimetr balandligi to'g'ri keladi. Shuning uchun shisha idish tashqi devorining uzunasiga qog'oz

lentacha yopishtirib, unga har 25 mm dan keyin bir chiziq chizish va shu chiziqlarga tartib bilan 1, 2, 3 va hokazo raqamlar qo'yib chiqish yaxshi bo'ladi. Shunday qilinganda siz tor idishdagi suv balandligiga qarab, yog'in o'lchagich chelakdagi suv qatlamining qalinligini hech qanday hisob-kitobsiz, osongina bilaverasiz. Agar tor idishning diametri chelakning diametridan 5 marta emas, masalan, 4 marta kichik bo'lsa, chiziqlarni shisha devoriga har 16 mm dan keyin chizish kerak va shunga o'xshash.

Chelakdagi suvni og'zi tor o'lchov idishiga quyish juda noqulay bo'ladi. Shuning uchun yaxshisi chelak devorida kichkina to'garak teshikcha ochib, unga probkali shisha naycha o'rnatish lozim. Suvni o'sha naychadan quyish ancha qulay bo'ladi.

Shunday qilib, endi sizda yomg'ir suvi qatlamining qalinligini o'lchaydigan asbob bor. Albatta, chelak ham, yasama o'lchov idishi ham yomg'ir suvini juda aniq o'lchashga xizmat qila olmaydi. Bu asboblardan meteorologiya stansiyalarida ishlatiladigan chinakam yog'in o'lchagich va chinakam o'lchov stakanchasi beradigan natijani kutib bo'lmaydi. Shunday bo'lsa ham qo'lingizdagi eng sodda va arzon asboblaringiz ancha-muncha kerakli, foydali hisoblarni ishlab chiqishga yordam beradi. Endi biz shu hisob ishlariga kirishamiz.

88. Qancha yomg'ir yog'gan?

Uzunligi (bo'yi) 40 m va kengligi (eni) 24 m bo'lgan ekin yeri bor deb faraz qilaylik. Yomg'ir yog'di, siz bu yerga qancha suv tushganini bilmoqchisiz. Buni qanday hisoblash kerak?

Albatta, ishni yomg'ir suvi qatlamining qalinligini aniqlashdan boshlash kerak; bu raqamsiz hech qanday hisob ishini bajarib bo'lmaydi. Siz yasagan yog'in o'lchagichingiz 4 mm qalinlikda yomg'ir yoqqanini ko'rsatgan bo'lsin. Agar suv yerga singib ketmaganda, shu yerning har bir kvadrat metrida necha kub sm suv turishini hisoblab chiqamiz. Bir kv m da uzunasiga 100

sm va eniga 100 sm bor; unda balandligi 4 mm, ya'ni 0,4 sm bo'lgan suv turibdi. Demak, suv qatlamining hajmi:

$$100 \times 100 \times 0,4 = 400 \text{ kub sm}$$

Siz 1 kub sm suvning og'irligi 1 g ekanini bilasiz. Demak, ekin yerining har bir kvadrat metriga 4000 g, ya'ni 4 kg yomg'ir suvi tushgan. Ekin yerining yuzi:

$$40 \times 24 = 960 \text{ kv m}$$

Demak, shu yerga yoqqan yomg'ir suvi:

$$4 \times 960 = 3840 \text{ kg}$$

ya'ni salkam 4 tonna yomg'ir yoqqan.

Ko'z oldimizga ochiqroq keltirish uchun shu ekin yerini yomg'ir keltirgan suv miqdoricha suv bilan sug'orishga necha chelak suv kerak bo'lishini hisoblab chiqing. Rosmana chelak 12 kg suvni eltadi. Demak, yomg'ir keltirgan suv:

$$3840 : 12 = 320 \text{ chelak.}$$

Shunday qilib, nari-berisi bilan chorak soatcha yoqqan yomg'ir keltirgan suv o'rnini bosish uchun shu ekin yeriga 300 chelakdan ortiq suv quyishingiz kerak bo'lardi.

Qattiq va sekin yomg'ir sonlar bilan qanday ifoda etiladi? Buning uchun yomg'ir bir minut yoqqanda necha millimetr suv (ya'ni suv qatlami) tushishini aniqlash kerak (bu «yog'in kuchi» deb ataladi). Agar sharros quyib, minutiga o'rta hisob bilan 2 mm suv tushsa, qattiq sel deyiladi. Kuzda yomg'ir shivalab yoqqanda, bir soatda va undan ham ortiq vaqtda atigi 1 mm suv yig'iladi.

Ko'rasizki, yomg'ir bilan qancha suv tushganini o'lchash mumkin va qiyin emas. Buning ustiga, agar xohlasangiz, yomg'ir yoqqanda hatto ayrim tomchilar sonini ham taxminan aniqlay olasiz*. Darhaqiqat, yomg'ir o'rtacha yoqqanda uning 12 tomchisi o'rta hisob

* Yomg'ir bizga uzluksiz oqimga o'xshab ko'rinsa ham, lekin hamisha tomchilab yog'adi.

bilan 1 g keladi. Demak, yuqorida aytilgan yomg'irda ekin maydonining har bir kvadrat metriga tushgan yomg'ir tomchilarining soni:

$$4000 \times 12 = 48\,000 \text{ ta bo'ladi.}$$

So'ngra o'sha ekin maydoniga qancha tomchi yomg'ir yoqqanini ham hisoblash qiyin emas. Biroq tomchilar sonini hisoblash qiziqarli ish, xolos, bundan biror foyda chiqarish mumkin emas. Bizning bu haqda eslatib o'tishimizdan maqsad, agar xohlansa, birinchi qarashda aqlga sig'maydigan katta hisoblarni ham bajarish mumkinligini ko'rsatishdir.

89. Qancha qor yog'gan?

Biz yomg'ir keltirgan suv miqdorini o'lchashni o'rgandik. Do'l keltirgan suvni qanday o'lchash kerak? Xuddi o'sha usul bilan. Do'l donalari yomg'ir o'lchagichga tushib, unda eriydi: do'ldan hosil bo'lgan suvni o'lchaysiz va kerakli natijani olasiz.

Qor keltirgan suvning miqdori boshqacha o'lchanadi. Bunda yog'in o'lchagich juda noaniq ma'lumot beradi, chunki chelakka tushadigan qorning bir qismini shamol uchirib ketadi. Ammo qor suvini hisobga olishda hech qanaqa yog'in o'lchagichning keragi ham yo'q: hovli, poliz, dalalarni qoplagan qor qatlamining qalinligi bevosita taxtakach (reyka) yordamida o'lchanadi. Shu qor eriganda hosil bo'lgan suv qatlami qancha qalinlikda bo'lishini bilmoq uchun tajriba qilish kerak: chelakni o'shanday yumshoqlikdagi qor bilan to'ldirib, uni eritish va hosil bo'lgan suv qatlamining balandligi qancha ekanligini belgilab olish kerak. Shunday yo'l bilan siz qor qatlamining har bir santimetridan necha millimetr suv qatlami hosil bo'lishini aniqlaysiz. Buni bilganingizdan keyin qor qatlami qalinligini suv qatlami qalinligiga aylantirish qiyin bo'lmaydi.

Agar yilning iliq-issiq mavsumida yoqqan yomg'ir suvining miqdorini kanda qilmay o'lchab borsangiz va qishda yoqqan qordan eritib olingan suvni ham bunga

qo'shsangiz, o'zingiz yashayotgan joyda bir yilda yerga qancha suv tushishini bilib olasiz. Bu ma'lum bandda yog'in miqdorini o'lchaydigan juda muhim yakundir.

Tushadigan hamma suv, xoh u yomg'ir, xoh do'l, qor va boshqa ko'rinishda tushmasin, «yog'in» deyiladi.

Mustaqil davlatlar hamdo'stligi mamlakatlarining turli shaharlarida har yili o'rta hisobda quyidagicha yog'in yog'adi:

Sankt-Peterburg — 47 sm

Moskva — 55 sm

Toshkent — 31 sm

Qozon — 44 sm

Odessa — 40 sm

Astraxan — 14 sm

Kutaisi — 179 sm

Boku — 24 sm

Yuqoridagi jadvalchadan ko'rinib turibdiki, yog'in suvini hammadan ko'p oladigan joy Kutaisi (179 sm), hammadan kam oladigan joy Astraxan (14 sm), Kutaisidan 13 marta kam oladi. Biroq yer yuzida shunday joylar borki, ularga Kutaisidagidan ham ko'p suv tushadi. Masalan, Hindistonda bir joy bor, bu joy yomg'ir suviga ko'milib ketadi; u yerga bir yilda 1260 sm, ya'ni 12,6 m qalinlikda suv tushadi! Bir safar bu joyga bir kecha-kunduzda yoqqan yomg'irning qalinligi 100 sm dan oshib ketgan. Aksincha, shunday joylar ham borki, u yerlarga Astraxandagidan ham kam yog'in yog'adi. Chunonchi, Janubiy Amerikadagi Chilida butun bir yil bo'yi tushgan yog'in qalinligi 1 sm ga ham yetmaydi.

Bir yilda 25 sm dan kam yog'in yog'adigan rayon qurg'oqchilik rayoni hisoblanadi. Bunday joylarda g'allakorlikni sun'iy sug'orishsiz yo'lga qo'yib bo'lmaydi.

Agar siz yuqoridagi ro'yxatda keltirilgan shaharlardan boshqa joyda yashasangiz, o'z joyingizdagi yog'inlar miqdorini o'lchash ishiga o'zingiz kirishmog'ingizga to'g'ri keladi. Har safar yoqqan yomg'ir (yoki do'l)ning

qancha suv keltirishini va qordan qancha suv zaxira qilinganligini qunt bilan yil bo'yi o'lehab borsangiz, shahringizning namgarchiligi haqida fikr hosil qilasiz.

Yer sharining turli joylariga har yili qancha suv tushishini o'lehab, shu raqamlardan bir yilda o'rta hisob bilan butun Yer yuziga umuman qanday suv qatlami tushishini bilish qiyin emas. Ma'lum bo'lishicha, Yerning quruqlik qismiga tushgan (okeanlarda kuzatish olib borilmaydi) bir yillik yog'inning o'rtacha miqdori 78 sm ekan. Quruqlikning ma'lum qismiga qancha suv tushsa, okeanning ham shuncha qismiga taxminan o'shancha suv tushadi, deb hisoblanadi. Bizning butun sayyoramizga har yili yomg'ir, do'l, qor va shu kabilardan qancha suv tushishini hisoblab chiqish qiyin emas. Lekin buning uchun Yer shari sirtining kattaligini bilish kerak. Agar siz bu kattalikni biror joydan topolmasangiz, uni o'zingiz quyidagicha hisoblab chiqishingiz mumkin.

Sizga ma'lumki, metr Yer shari aylanasing taxminan 40 milliondan bir ulushini tashkil etadi. Boshqacha aytganda, Yerning aylanasi 40 000 000 m ga, ya'ni 40 000 km ga teng. Har qanday doiraning diametri uning aylanasiidan taxminan $3\frac{1}{7}$ marta kichik. Buni bilgach, sayyoramizning diametrini topamiz:

$$40\,000 : 3\frac{1}{7} \approx 12\,700 \text{ km.}$$

Har qanday shar sirtini hisoblash qoidasi bunday: diametrni o'z-o'ziga va $3\frac{1}{7}$ ga ko'paytirish kerak:

$$12\,700 \times 12\,700 \times 3\frac{1}{7} \approx 509\,000\,000 \text{ kv km.}$$

(Natijaning to'rtinchi raqamidan boshlab nollar yozamiz, chunki uning faqat oldingi uch raqamigina ishonchlidir.)

Shunday qilib, Yer sharining butun sirti taxminan 509 million kv km ga teng.

Endi masalamizga qaytamiz. Yer sirtining har bir kvadrat kilometriga qancha suv tushishini hisoblaymiz.

1 kv m ga yoki 10 000 kv sm ga tushadigan suv:

$$78 \times 10\,000 = 780\,000 \text{ kub sm.}$$

Bir kvadrat kilometrda $1000 \times 1000 = 1\,000\,000$ kv m bor. Demak, unga tushadigan suv:

$$78\,000\,000\,000 \text{ kub sm yoki } 780\,000 \text{ kub m.}$$

Butun Yer yuziga tushadigan suv miqdori:

$$780\,000 \times 509\,000\,000 = 397\,000\,000\,000\,000 \text{ kub m.}$$

Bu kub metrlar sonini kub kilometrlarga aylantirish uchun uni $1000 \times 1000 \times 1000$ ga, ya'ni milliardga bo'lish kerak. 397 000 kub km hosil qilamiz.

Shunday qilib, har yili atmosferadan sayyoramiz sirtiga, yaxlit son bilan olganimizda, 400 000 kub km chamasida suv yog'iladi.

Yomg'ir va qor geometriyasi haqidagi suhbatimizni shu joyda tamomlaymiz. Bu yerda aytilganlar to'g'risida mufassalroq ma'lumot olish uchun meteorologiyaga doir kitoblarni o'qib chiqish mumkin.

O' ninchi bob

O'TTIZTA HAR XIL MASALA

Men ishonamanki, kitobxonning shu kitobcha bilan tanishib chiqqanligi bekor ketmadi, bu tanishish kitobxonni xursand qilibgina qolmay, unga hatto ma'lum darajada foyda ham keltirdi, uning zehnini oshirdi, uni hozirjavoblikka, o'z bilimini foydali ishlarga bilib-bilib ishlatishga o'rgatdi. Endi kitobxonning o'zi biror masala ustida aql-idrokini sinab ko'rishni istasa kerak. Bu yerda kitobchamizning so'nggi bobida to'plangan o'ttizta xilmas-xil masala xuddi ana shu maqsadni ko'zda tutib berilgan.

90. Zanjir

Temirchiga zanjirning 5 bo'lagi keltirildi, har qaysi (uzuq) bo'lakda 3 tadan halqa bor. Ana shu zanjir uzuqlarini bir-biriga ulab, bir butun zanjir qilib berish buyurildi.

Temirchi ishni boshlashdan oldin buning uchun nechta halqani ochish va qaytadan yopish kerakligini chamalab ko'rdi. U to'rtta halqani ochish va qaytadan yopish to'g'ri kelar, deb o'yladi.

Biroq bu ishni kamroq halqalarni ochish va yopish bilan bajarib bo'lasmikin?

1 91. O'rgimchaklar va qo'ng'izlar

O'quvchi bir qutichaga o'rgimchaklar bilan qo'ng'izlarni yig'di — hammasi 8 ta. Agar qutichadagi hamma oyoqlar sanalsa, 54 ta chiqadi.

Qutichada nechta o'rgimchak va nechta qo'ng'iz bor?

2 92. Plash, shlyapa va kalish

Bir kishi plash, shlyapa va kalish olib, hammasiga 20 so'm to'ladi. Plash shlyapadan 9 so'm qimmat, shlyapa

bilan plash ikkisi kalishdan 16 so'm qimmat turadi. Har qaysi buyum necha pul turadi?

Masalani tenglama ishlatmay og'zaki hisoblab yechish talab etiladi.

93. Tovuq va o'rdak tuxumlari

Savatchalarda tuxumlar bor. Ba'zilarida tovuq tuxumlari, ba'zilarida esa o'rdak tuxumlari. Savatchalarga ulardagi tuxumlar soni: 5, 6, 12, 14, 23 va 29 yozib qo'yilgan. «Agar men mana shu savatchadagini sotsam, — deb o'yladi sotuvchi, — menda o'rdak tuxumiga qaraganda tovuq tuxumi roppa-rosa ikki hissa ortiq qoladi».

Sotuvchi qaysi savatchani nazarda tutgan?

3 94. Samolyotning uchishi

Samolyot A shahardan B shaharga 1 soat 20 minutda uchib boradi. Biroq qaytish uchun 80 minut vaqt sarf qiladi. Siz buni qanday izohlab berasiz?

95. Sovg'a

Ikki ota o'z o'g'illariga pul sovg'a qilishdi. Otalardan biri o'g'liga 150 so'm, ikkinchisi 100 so'm berdi. Biroq ikkala o'g'ilning kapitallari atigi 150 so'm ko'payganligi ma'lum bo'ldi. Buni qanday izohlash kerak?

4 96. Ikki shashka

Bo'sh turgan shashka taxtasiga ikkita har xil shashka terish kerak. Ular taxtada necha xil joylashishi mumkin?

5 97. Ikki raqam bilan

Siz ikkita raqam bilan qanday eng kichik butun musbat sonni yoza olasiz?

6 98. Birlik

1 ni 10 ta raqamning hammasidan foydalanib ifodalang.

7 99. Beshta to'qqizlik bilan

10 ni beshta 9 bilan ifodalang. Kamida ikki usulni ko'rsating.

8 100. O'nta raqam bilan

O'nta raqamning hammasini ishlatib, 100 ni ifodalang. Buni siz necha usul bilan qila olasiz? Kamida to'rt usuli bor.

9 101. To'rt usul bilan

100 ni beshta bir xil raqam bilan ifodalashning to'rt xil usulini ko'rsating.

10 102. To'rtta birlik bilan

Siz to'rtta bir bilan qanday eng katta sonni yoza olasiz.

103. Sirli bo'lish

Quyidagi bo'lish misolida to'rtta to'rtlik (4) dan boshqa hamma raqamlar o'rniga yulduzchalar qo'yilgan. Yulduzchalar o'rniga almashtirilgan raqamlarni topib qo'ying:

$$\begin{array}{r}
 \text{***} \text{***} 4 \mid \text{***} \\
 \text{***} \mid \text{*} 4 \text{**} \\
 \hline
 \phantom{\text{***}} \text{**} 4 \text{*} \\
 \text{---} \\
 \phantom{\text{***}} \text{***} \text{*} \\
 \phantom{\text{***}} \text{---} \\
 \phantom{\text{***}} \text{****} \\
 \phantom{\text{***}} \text{---} \\
 \phantom{\text{***}} \text{*} 4 \text{*} \\
 \phantom{\text{***}} \text{---} \\
 \phantom{\text{***}} \text{***} \text{**} \\
 \phantom{\text{***}} \text{---} \\
 \phantom{\text{***}} \text{***} \text{*}
 \end{array}$$

Bu masalaning bir necha turli yechimi bor.

104. Bo'lishning yana bir turi

Yettita yettilik (7) turgan quyidagi misolda ham shunday qiling:

$$\begin{array}{r}
 22 \quad 7 \quad 28 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 2 \\
 \hline
 7***|*****7* \\
 \hline
 *****|**7* \\
 \hline
 *****7* \\
 \hline
 ***** \\
 \hline
 *7***** \\
 \hline
 *7***** \\
 \hline
 ***** \\
 \hline
 *****7* \\
 \hline
 ***** \\
 \hline

 \end{array}$$

20. 105. Uzunligi qancha?

Bir kvadrat metrdagi kvadrat millimetrlarning hammasini yonma-yon zich qilib tizishdan hosil bo'lgan polosaning uzunligi qancha bo'lishini miyangizda o'ylab ko'ring.

19. 106. Ustunning balandligi

Bir kub metrdagi millimetrlarning hammasini ustma-ust qo'yib tizilgan ustunning balandligi necha kilometr bo'lishini miyangizda o'ylab ko'ring.

107. Samolyot

Eni 12 m bo'lgan samolyot fotoapparatning tik ustdan uchib ketayotganda suratga olingan. Fotokamera fokus masofasining teranligi 12 sm, tasvirning eni 8 mm.

Suratga olish paytida samolyot qanday balandlikda uchayotgan bo'ladi?

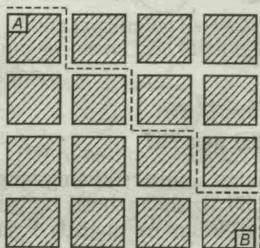
11. 108. Bir million buyum

Bitta buyumning og'irligi 89,4 g. Shunday buyumlardan bir millioni necha tonna kelishini miyangizda o'ylab ko'ring.

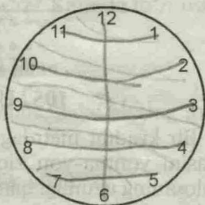
12. 109. Yo'llar soni

49-rasmda siz prosekalar (o'rmon ichidagi yo'llar) bilan kvadrat shakldagi kvartallarga ajratilgan o'rmon

dachasini ko'rasiz. Yo'l prosekalar bo'ylab A nuqtadan B nuqttagacha punktir chiziq bilan ko'rsatilgan. Bu, albatta, prosekalar bo'ylab ko'rsatilgan nuqtalar orasidagi birdan-bir yo'l emas. Uzunliklari teng bo'lgan turli yo'llardan nechtasini sanab bera olasiz?



49-rasm. O'rmon dachasi
prosekalar bilan ajralgan.



50-rasm. Siferblatni 6
bo'lakka kesish kerak.

18 110. Siferblat

Shu siferblatni (50-rasm) istalgan shakldagi 6 bo'lakka shunday kesish kerakki, har qaysi uchastkadagi sonlar yig'indisi teng bo'lsin.

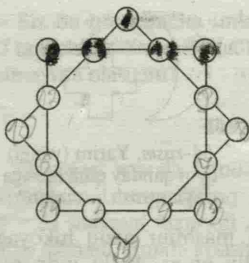
Bu masaladan maqsad sizning topqirligingiz, hozir-javobligingizni sinash bilan birga ziyrakligingizni ham sinab ko'rishdir.

111. Sakkiz burchakli yulduz

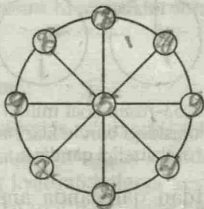
1 dan 16 gacha bo'lgan sonlarni 51-rasmda tasvirlangan shakl chiziqlarining kesishish nuqtalariga shunday joylashtirish kerakki, har qaysi kvadrat tomonidagi sonlar yig'indisi 34 bo'lsin, har qaysisi kvadrat uchlaridagi sonlar yig'indisi ham 34 bo'lsin.

13 112. Sonli g'ildirak

1 dan 9 gacha bo'lgan raqamlarni 52-rasmdagi shakl ichiga shunday joylashtirish kerakki, bitta raqam doira



51-rasm. Sakkiz burchakli yulduz.



52-rasm. Sonli g'ildirak.

markazida, boshqalari har qaysi diametrning uchlarida bo'lsin va har qaysi qatordagi uchta raqam yig'indisi 15 ga teng bo'lsin.

24

113. Uch oyoqli stol

Uch oyoqli stol oyoqlarining uzunliklari teng bo'lmasa ham, stol hech bir qimirlamay turaveradi, degan fikr bor. Bu to'g'rimi?

114. Qanday burchaklar?

53-rasmdagi soat millari o'zaro qanday burchaklar tashkil etadi? Transportirdan foydalanmasdan, o'ylab ko'rib javob berish kerak.

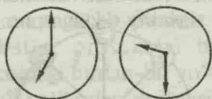
115. Ekvator bo'ylab

Agar biz Yer sharini ekvator bo'ylab aylanib chiqa olsak, boshimizning tepasi tovonlarimizning har bir nuqtasidan ko'ra ancha uzun yo'l chizgan bo'lardi. Shu farqning kattaligi qanday?

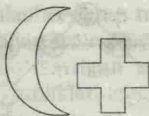
15

116. Olti qatorga

To'qqizta otning qanday qilib o'nta og'ilga bog'langani va har og'ilda bitta ot bo'lgani haqidagi qiziq hikoyani eshitgan bo'lsangiz kerak. Hozir taklif etiladigan masala



53-rasm. Soat millari orasidagi burchaklarning kattaligi qanday?



54-rasm. Yarim (yangi) oyni qanday qilib krestga aylantirish mumkin?

sirtidan qaraganda ana shu mashhur qiziq hikoyaga o'xshasa ham, lekin xayoliy emas, balki juda real (haqiqiy) yechimga ega. Masala quyidagicha:

24 kishini har qatorda 5 kishidan bo'lgan 6 qatorga joylashtirish kerak.

16. 117. Krest va yarim oy

54-rasmda tasvirlangan yarim oy* shakli ikkita aylana yoylardan yasalgan. Yuzi geometrik jihatdan yarim oy yuziga roppa-rosa teng bo'lgan qizil krest belgisini chizish talab etiladi.

17. 118. Kub kesimi

Sizda qirradi 3 sm ga teng bo'lgan kub bor. Uning hajmi 27 kub sm ga teng. Bu kub har birining qirradi 1 sm ga teng bo'lgan 27 ta kichik kublarga bo'linishi mumkin.

Kubni olti tekislik bilan kesib, shunday qilish juda oson: bir qirruga parallel qilib ikki tekislik, ikkinchi qirruga parallel qilib ikki tekislik va uchinchi qirruga parallel qilib ikki tekislik o'tkazish kerak. Lekin shunday tasavvur qilingki, sizga har bir kesishdan keyin bo'laklarni fazoda joy almashtirishga ruxsat etilgan bo'lsin: siz qandaydir bo'lakni kesib olib, uni ikkinchisi ustiga shunday qo'yishingiz mumkinki, bundan keyingi kesuvchi tekislik ularning hammasini kesib o'tsin.

* To'g'risini aytganda, buni yarim oy emas, yangi oy deyish kerak, chunki yarim oy yarim doira shaklida bo'ladi.

Siz bu qo'shimcha imkoniyatdan foydalanib, kubni 27 ta kichik kublarga bo'ladigan kesuvchi tekisliklar sonini kamaytira olasizmi?

119. Kesim

Quyidagi masala bundan oldingiga o'xshash, lekin birmuncha boshqacharoq. 64 katakdan iborat odatdagi (8×8) shaxmat taxtasini ayrim kvadratchalarga kesish talab qilinadi. Bunda kesishni faqat to'g'ri chiziqlar bilan bajarishga ruxsat etiladi. Lekin har bir kesishdan keyin hosil bo'lgan bo'laklar keyingi to'g'ri chiziqli kesishda bir emas, balki bir necha bo'laklarga bo'linishi uchun ularni boshqa joyga ko'chirib qo'yish mumkin. Butun shaxmat taxtasini ayrim kvadratchalarga bo'lish uchun sizga nechta to'g'ri chiziqli kesimlar kerak bo'ladi?

90—119-JUMBOQLARNING JAVOBLARI

90. Atigi uchta bo'g'inni (halqani) ochib, talab etilgan ishni bajarmoq mumkin. Buning uchun bir bo'lak zanjir halqalarini ajratib olib ular bilan qolgan to'rt bo'lak uzuq zanjir uchlarini bir-biriga ulash lozim.

91. Bu masalani yechish uchun eng avval tabiatshunoslikdan qo'ng'izlarda nechta oyoq va o'rgimchaklarda nechta oyoq bo'lishini esga tushirish kerak: qo'ng'izning oyoqlari 6 ta, o'rgimchakniki 8 ta.

Buni bilganimizdan so'ng, qutichadagilarning hammasi qo'ng'iz (8 ta) deb faraz qilamiz. Unday holda oyoqlarning hammasi $6 \times 8 = 48$ ta, masalada ko'rsatilganidan 6 ta kam bo'ladi. Endi bitta qo'ng'izni o'rgimchakka almashtiramiz. Bundan oyoqlar soni 2 ta ortadi, chunki o'rgimchakning oyoqlari 6 ta emas, 8 ta.

Agar uchta shunday almashtirishni qilsak, qutichadagi oyoqlarning umumiy sonini talab etilgan 54 taga

yetkazamiz. Lekin bunday holda 8 ta qo'ng'izdan atigi 5 ta qoladi, qolganlari o'rgimchak bo'ladi.

Shunday qilib, qutichada 5 ta qo'ng'iz va 3 ta o'rgimchak bor.

Tekshirib ko'ramiz: 5 ta qo'ng'izda 30 ta oyoq bor, 3 ta o'rgimchakda 24 ta oyoq bor, hammasi $30 + 24 = 54$ ta, masalaning sharti ham shuni talab qiladi.

Masalani boshqacha yechish ham mumkin. Chunonchi: qutichada 8 ta o'rgimchak bo'lgan deb faraz qilish mumkin. U holda hamma oyoq $8 \times 8 = 64$ ta, ya'ni shartda ko'rsatilganidan 10 ta ortiq bo'ladi. Bitta o'rgimchakni qo'ng'izga almashtirish bilan oyoqlar sonini 2 ga kamaytiramiz. Bunday almashtirishdan 5 ta qilish kerak, shunda oyoqlar soni 54 bo'ladi. Boshqacha aytganda 8 ta o'rgimchakdan uchtasini qoldirib, boshqalarini qo'ng'izlarga almashtirish kerak.

92. Agar plash, shlyapa va kalish o'rniga atigi ikki juft kalish olinsa, 20 so'm emas, plash bilan shlyapadan kalish qancha arzon bo'lsa, o'shancha kam, ya'ni 16 so'm to'lash kerak bo'lar edi. Demak, biz ikki juft kalish $20 - 16 = 4$ so'm turishini, bundan bir juft kalish 2 so'm ekanini bilib olamiz.

Endi plash bilan shlyapa ikkisi birga $20 - 2 = 18$ so'm turishi ma'lum bo'ldi, bunda plash shlyapadan 9 so'm qimmat. Ilgarigicha muhokama yuritamiz: plash bilan shlyapa o'rniga ikkita shlyapa olamiz. Bunga biz 18 so'm emas, 9 so'm kam to'laymiz. Demak, ikkita shlyapa $18 - 9 = 9$ so'm turadi, bundan bitta shlyapa 4 so'm 50 tiyin turishini bilamiz.

Buyumlarning bahosi: kalish — 2 so'm, shlyapa — 4 so'm 50 tiyin, plash — 13 so'm 50 tiyin.

93. Sotuvchi 29 ta tuxumli savatchani nazarda tutgan. Tovuq tuxumlari 23, 12 va 5 sonlari yozib qo'yilgan savatchalarda, o'rdak tuxumlari esa 14 va 6 sonlari yozilgan savatchalarda bo'lgan.

Tekshirib ko'ramiz: hamma tovuq tuxumlaridan qolgani: $23 + 12 + 5 = 40$. O'rdak tuxumlaridan qolgani: $14 + 6 = 20$.

Tovuq tuxumlari o'rdak tuxumlaridan ikki hissa ko'p. Masalaning sharti ham shuni talab qiladi.

94. Bu masalada izohlanadigan hech narsa yo'q: samolyot har ikki tomonga bir xil vaqtda boradi, chunki $80 \text{ minut} = 1 \text{ soat } 20 \text{ minut}$.

Masala yaxshi fikr yuritmaydigan kitobxonga mo'ljallangan, u 1 soat 20 minut bilan 80 minut o'rtasida farq bor deb o'ylashi mumkin. Shunisi ajablanarliki, bu kabi qo'lga tushadigan odamlar oz emas, ammo hisoblashga odatlanganlar orasida bunday aldanadiganlar kam tajribali hisobchilardan ko'ra ko'proqdir. Buning sababi o'lchovlarning o'nlik sistemasiga va pul birligi sistemasiga o'rganib qolganlikdadir.

Biz «1 soat 20 min» va uning yonida «80 min» yozuvni ko'rishimiz bilan beixtiyor xuddi 1 so'm 20 tiyin bilan 80 tiyin orasidagi singari farq deb o'ylaymiz. Bu masala ana shu psixologik xatoga mo'ljallab tuzilgan.

95. Gapning mag'zi shundaki, otalardan biri ikkinchisining o'g'lidir. Ular hammasi to'rt kishi emas, uch kishi, bobo, o'g'il va nabira. Bobo o'z o'g'liga 150 so'm bergan, o'g'il shu puldan 100 so'mini otasining nabirasiga (ya'ni o'z o'g'liga) bergan, shu bilan o'z kapitalini atigi 50 so'm oshirgan.

96. Birinchi shashkani taxtaning 64 katagidan istalganiga (64 usul bilan) qo'yish mumkin. Birinchi shashka qo'yilgandan keyin ikkinchisini qolgan 63 katakdan istalganiga qo'yish mumkin. Demak, birinchi shashkaning 64 holatidan har biriga ikkinchi shashkaning 63 holatini birlashtirish mumkin. Bundan taxtadagi ikki shashkaning turli holatining umumiy soniy $64 \times 63 = 4032$ bo'lishi chiqadi.

97. Ikki raqam bilan yozilishi mumkin bo'lgan eng kichik butun son, ba'zi kitobxonlarning o'ylashicha, 10 emas, balki quyidagicha ifodalangan birlikdir:

$\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}$ va hokazo to $\frac{9}{9}$ gacha.

Algebra bilan tanish bo'lganlar shu ifodalarga yana bir qator boshqa belgilar qo'shadi:

10, 20, 30, 40 va hokazo to 90 gacha, chunki nol darajadagi har qanday son 1 ga teng*.

98. Birlikni ikki kasrning yig'indisi kabi ifodalash kerak:

$$\frac{148}{296} + \frac{35}{70} = 1.$$

Algebrani biluvchilar yana boshqa javoblar ham bera oladilar:

$$123456789^0; 234567^{9-8-1}$$

va shu kabilar, chunki nol darajadagi son birga teng.

99. Ikki usul mana bunday:

$$9 \frac{99}{99} = 10; \frac{99}{9} - \frac{9}{9} = 10.$$

Algebrani bilgan kishi yana bir necha yechim qo'shishi mumkin, masalan:

$$\left(9 \frac{9}{9}\right)^{\frac{9}{9}} = 10; 9 + 99^{9-9} = 10.$$

100. 4 xil yechim mana bular:

$$70 + 24 \frac{9}{18} + 5 \frac{3}{6} = 100; 80 \frac{27}{54} + 19 \frac{3}{6} = 100;$$

$$87 + 9 \frac{4}{5} + 3 \frac{12}{60} = 100; 50 \frac{1}{2} + 49 \frac{38}{76} = 100;$$

101. Birliklarni, uchliklarni va, hammadan ko'ra osoni, beshliklarni ishlatib, 100 sonini beshta bir xil raqam bilan ifodalash mumkin:

$$111 - 11 = 100; 33 \times 3 + 1 = 100;$$

$$5 \times 5 \times 5 - 5 \times 5 = 100; (5 + 5 + 5 + 5) \times 5 = 100$$

102. Masalaning savoliga ko'pincha 1111 deb javob berishadi. Biroq undan allaqancha marta katta sonni yozish mumkin, chunonchi, 11 ning o'n birinchi darajasi: 11^{11} . Agar hisoblashni oxiriga yetkazishga bardosh bera

* Ammo $\frac{0}{0}$ yoki 0^0 shaklidagi yechim noto'g'ri bo'lar edi: bu ifodalar umuman ma'nosizdir.

olsangiz (bunday hisoblarni logarifmlar yordamida ancha tez bajarish mumkin), bu sonning 280 milliarddan katta ekanligiga ishonasiz. Demak, u 1111 sonidan 250 million marta katta.

102. Bo'lishning berilgan misoli to'rtta har xil holga mos kelishi mumkin, mana bular:

$$1\ 337\ 174 : 943 = 1418$$

$$1\ 343\ 784 : 949 = 1416$$

$$1\ 200\ 474 : 846 = 1419$$

$$1\ 202\ 464 : 848 = 1418$$

104. Bu misol bo'lishning birgina holiga javob beradi:

$$7\ 375\ 428\ 413 : 125\ 473 = 58\ 781.$$

Keyingi ikki masala xiyla qiyin bo'lib, bular birinchi marta Amerika Qo'shma Shtatlarida nashr etiladigan «Maktablar dunyosi»da 1906-yilda va «Matematika gazetasi»da 1920-yilda bosilgan.

105. Bir kvadrat metrda mingta ming kvadrat millimetr bor. Bir-biriga yonma-yon tizilgan har bir ming millimetr kvadratcha 1 metrni tashkil etadi; mingta mingi 1000 metrni, ya'ni 1 kilometrni tashkil etadi; polosaning uzunligi bir kilometrغا cho'zilib ketadi.

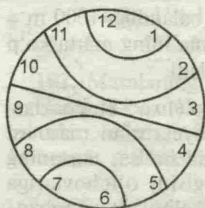
106. Masalaning javobi kishini juda hayron qoldiradi: ustunning balandligi 1000 kilometrغا ko'tarilar edi.

Og'zaki hisob qilib ko'ramiz. Bir kub metrda kub millimetrdan 1 ming $\times$ 1 ming $\times$ 1 mingta bor. Har qaysi mingta ming kub millimetrlarni ustma-ust qo'yganda hosil bo'lgan ustunning balandligi 1000 m = 1 km bo'ladi. Bizdagi kubchalar yana ming marta ko'p bo'lgani uchun 1000 km hosil bo'ladi.

107. 55-rasmdan ko'rinib turibdiki (1 va 2 burchaklarning tengligi tufayli), narsaning obyektivdan masofasi kamera teranligiga qanday nisbatda bo'lsa, narsaning chiziqli o'lchovlari tasvirning tegishli o'lchovlariga shunday nisbatda bo'ladi. Biz bu misolimizda samolyotning yerdan balandligini metr hisobida x bilan belgilab,



55-rasm.



56-rasm.

quyidagi proporsiyani yoza olamiz:

$$12\ 000 : 8 = x : 0,12, \text{ bundan } x = 180\text{ m}$$

108. 89,4 g ni millionga, ya'ni ming mingga ko'paytirish kerak. Ikki bo'lib ko'paytiramiz: $89,4\text{ g} \times 1000 = 89,4\text{ kg}$, chunki kilogramm grammdan ming marta katta. So'ngra:

$$89,4\text{ kg} \times 1000 = 89,4\text{ tonna},$$

chunki tonna kilogrammdan ming marta og'ir.

Demak, izlangan og'irlik 89,4 tonna.

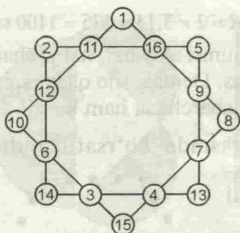
109. Prosekalar bo'ylab A va B gacha bo'lgan hamma yo'l 70 ta bo'lishi mumkin. (Bu masalani sistemali ravishda yechishni algebra kursida ko'riladigan birlashmalar nazariyasi yordamida bajarish mumkin.)

110. Siferblatda yozilgan sonlar yig'indisi 78 ga teng bo'lgani uchun olti uchastkadan har birining sonlari birga $78 : 6$, ya'ni 13 ga teng bo'lishi kerak. Bu 56-rasmda ko'rsatilgan yechimni topishni yengillashtiradi.

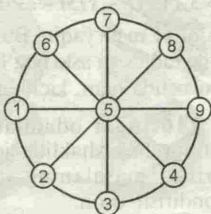
111. Yechimi 57-rasmda ko'rsatilgan.

112. Yechimi 58-rasmda ko'rsatilgan.

113. Uch oyoqli stolning uchala oyog'ining uchlari doimo yerga tegib turadi, chunki fazo-ning har uch nuqtasi orqali tekislik o'tkazish mumkin va faqat bitta tekislik; uch oyoqli stolning liqillamay turishiga sabab shu. Ko'rdingizki, bu masala fizika masalasi emas, balki sof geometriya masalasidir.



57-rasm.



58-rasm

Yer o'lchash asboblari va fotoapparatlarni uch oyoqqa o'rnatib ish qilishdagi qulaylikning sababi ana shunda. To'rtinchi oyoq taglikning qimirlamay turishiga yordam bermasdi; aksincha, har safar taglikni qimirlamaydigan qilib o'rnatish chorasini ko'rish kerak bo'lardi.

114. Agar soat millari qaysi vaqtni ko'rsatayotganligi o'ylab ko'rilsa, masalaning savoliga javob berish oson. Chap doiradagi soat millari (53-rasm) soat 7 ni ko'rsatib turibdi. Demak, shu millarning uchlari orasida to'la aylananing $\frac{5}{12}$ ulushiga teng yoy bor.

Bu gradus o'lchovida quyidagicha bo'ladi:

$$360^\circ \times \frac{5}{12} = 150^\circ.$$

O'ng doirachadagi millar soat 9 dan 30 minut oshganini ko'rsatib turganini fahmlash qiyin emas. Soat millarining uchlari orasidagi yoy to'la aylananing o'n ikkidan bir ulushdan uch yarimtasini ($3\frac{1}{2}$) yoki $\frac{7}{24}$ ulushini o'z ichiga oladi.

Bu gradus o'lchovida quyidagicha bo'ladi:

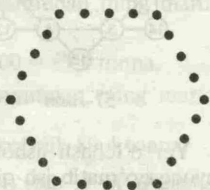
$$360^\circ \times \frac{7}{24} = 105^\circ.$$

115. Odam bo'yini 175 sm deb qabul qilib va Yer radiusini R bilan belgilab, quyidagini hosil qilamiz:

$2 \times 3,14 \times (R + 175) - 2 \times 3,14 \times R = 2 \times 3,14 \times 175 = 1100$ sm
 ya'ni 11 m ga yaqin. Bunda shunisi ajoyibki, natija shar-
 ning radiusiga aslo bog'liq emas. Demak, shu qadar katta
 Quyoshda ham, kichkinagina sharchada ham bir xil.

116. Agar odamlar 59-rasmda ko'rsatilgandek
 oltiburchak shaklida joylash-
 tirilsa, masalaning talabini
 qondirish oson.

117. Doirani kvadratga ay-
 lantirish masalasining yechib
 bo'lmasligini eshitgan kitob-
 xonlar bu masalani ham geo-
 metriya yo'li bilan yechib bo'l-
 mas deb o'ylasalar kerak. Ko'p
 kishilar bunday deb o'ylashadi:



59-rasm.

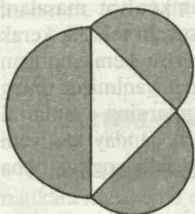
modomiki, butun doirani unga tengdosh kvadratga
 aylantirib bo'lmas ekan, aylananing ikkita yoyidan
 yasalgan oychani ham to'g'ri burchakli shaklga aylantirib
 bo'lmas kerak.

Holbuki, hammaga ma'lum Pifagor teoremasining
 ajoyib bir natijasidan foydalanilsa, masalani geometrik
 yasash bilan yechish mumkin. Biz nazarda tutgan natija
 bunday ifodalanadi: katetlarga yasalgan yarim doiralar
 yuzlarining yig'indisi gipotenuzaga yasalgan yarim doiraga
 teng (60-rasm). Katta yarim doirani ikkinchi tomonga
 ag'darsak (61-rasm) shtrixlangan ikkala oycha birgalikda
 uchburchakka tengdosh ekanligini ko'ramiz*. Agar
 uchburchak teng yonli qilib olinsa, har qaysi oycha shu
 uchburchakning yarmiga tengdosh bo'ladi (62-rasm).

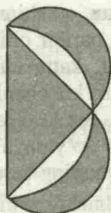
Bundan: yuzi oycha yuziga teng bo'lgan teng yonli
 to'g'ri burchakli uchburchakni geometriya yo'li bilan
 aniq yasash mumkin.

Teng yonli to'g'ri burchakli uchburchak tengdosh
 kvadratga (63-rasm) aylanganligi sababli oychamizni

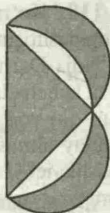
* Bu qoida geometriyada «Gippokrat oychalari haqidagi
 teorema» nomi bilan ma'lum.



60-rasm.



61-rasm.



62-rasm.



63-rasm.



64-rasm.

ham sof geometrik yasash bilan tengdosh kvadratga aylantirish mumkin.

Endi shu kvadratni unga tengdosh (bir kvadratning to'rt tomoniga bittadan zich qilib qo'yilgan to'rtta kvadrat bilan birga beshta kvadratdan iborat) qizil krest shakliga aylantirishgina qoladi.

Bunday yasashning bir necha usuli bor; shulardan biri 64-rasmda ko'rsatilgan. Bunday yasash kvadrat uchlarini qarama-qarshi tomonlarning o'rtalari bilan tutashirishdan boshlanadi.

Muhim ogohlantirish: tashqi yoyi yarim aylanadan, ichki yoyi esa tegishlicha kattaroq radiusli chorak aylanadan yasalgan yangi oy shaklinigina unga tengdosh krestga aylantirish mumkin*.

* Osmondagi bizga ko'rinadigan yangi oyning shakli biroz boshqacharoq, uning tashqi yoyi yarim aylana; ichki yoyi esa yarim elli ps. Rassomlar yangi oyni ko'pincha aylana yoylaridan yasab xato qiladilar.

118. Ko'rsatilgan qo'shimcha imkoniyat masalani yengillashtirmaydi: baribir oltita kesuvchi tekislik kerak bo'ladi. Darhaqiqat, katta kubni kesish kerak bo'lgan 27 ta kubchadan ichki kubchani olib qaraganimizda uning ham olti yog'i bor. Biz kesilgan qismlarning o'rinlarini qanday almashtirib qo'ymaylik, hech qanday kesuvchi tekislik ichki kubchaning birdaniga ikki yog'ini ocha olmaydi.

119. Kesimlar sonining eng kami qancha bo'lishini qarab chiqamiz. Agar biz bir kesim o'tkazsak, taxta ikki bo'lakka bo'linadi. Ikkinchi kesim bilan ikkalasi kesilsa, 4 bo'lak hosil qilamiz. Agar biz bu bo'laklarni uchinchi kesim bularning hammasini kesadigan qilib joylashtirsak, bo'laklar soni yana ikki marta ko'payadi va uchinchi kesimdan 8 bo'lak hosil qilamiz. To'rtinchi kesimdan keyin eng ko'pi (agar kesuvchi ilgarigi bo'laklarning hammasini kessa) 16 bo'lak, beshinchi kesimdan keyin 32 bo'lak hosil qilamiz. Demak, beshinchi kesimdan keyin ham biz 64 ta ayrim kvadratchalar hosil qila olmaymiz. Faqat oltinchi kesimdan keyin, ya'ni bo'laklar ikki hissa ko'paygandan keyingina 64 ta ayrim kvadratchalar hosil qilamiz, deya olamiz. Demak, to'g'ri chiziqli kesimlar oltidan kam bo'lishi mumkin emas.

Endi yana shuni ham ko'rsatish kerakki, oltita kesimni haqiqatda shunday bajarish mumkin bo'lib, har safar bo'laklar soni ikki hissa oshsin va natijada $2^6 = 64$ ta ayrim kvadratchalar hosil bo'lsin. Buni ko'rsatish qiyin emas: faqat kuzatish kerakki, har safar kesimdan keyin bo'laklarning hammasi barobar bo'lsin va har bir navbatdagi kesim har bir bo'lakni ikkiga bo'lsin. 65-rasmda birinchi uchta kesim ko'rsatilgan.

MATEMATIK FOLKLOR NAMUNALARI

Taniqli fransuz olimi B. Paskal (1623—1662) matematikani mustaqil o'rganishi jarayonida (u maktab yuzini ko'rmagan, uni uyda otasi o'qitgan) bir kitobning hoshiyasiga: «Matematika shunchalik qat'iyki, uni biroz bo'lsa-da qiziqarli qilish imkonini qo'ldan boy bermaslik kerak», — deb yozib qo'ygan ekan. Ayniqsa, ajdodlardan avlodlarga o'tib kelayotgan qiziqarli misol-masalalar, har xil topishmoq va jumboqlar ustida fikr-mulohaza yuritish o'quvchi yoshlarning matematikaga bo'lgan qiziqishlarini yanada orttiradi, ularni chuqur o'ylashga majbur etadi, o'zaro munozaralarga chorlaydi. Masalan, maktab algebra darsligida: «Matematikada nolga teng bo'lmagan har qanday sonning nolinch darajasi birga teng bo'ladi, deb shartlashilgan, ya'ni: $a^0 = 1$ bo'ladi» deyish bilan chegaralanilgan. Bunday holda, tabiiyki, o'quvchida: «Demak, har narsani ham shartlashilsa bo'laverar ekan-da? Nega aynan 1 ga teng, degan qarorga kelingan, balki 2 ga tengdir?» degan shubha, ishonchsizlik paydo bo'ladi. Ba'zi adabiyotlarda buni shartli ta'rif, deb yuritishadi. Tavba, shartli ta'rif bo'lsa, shartsiz ta'rif ham bo'larkan-da?

Yuqoridagi munosabatning to'g'riligiga o'quvchilarda to'la ishonch hosil qildirish maqsadida ulug' rus adibi L. N. Tolstoy Yasnaya Polyanada dehqon bolalari uchun o'zi ochgan xalq maktabida matematikani o'qitish jarayonida shunday yo'l tutgan, ya'ni doskada quyidagi yozuvni bajargan:

$$a^5 = a \times a \times a \times a \times a$$

So'ngra izoh keltirgan: harfiy ifoda oldida biror son

* Ilova prof. J.Ikromov tomonidan yozilgan.

turmagan (yozilmagan) bo'lsa, u holda koeffitsientni 1 ga teng, deb tushunamiz. Shuning uchun:

$$a^5 = 1 \times a \times a \times a \times a \times a$$

Endi a ning darajasini bittaga pasaytiramiz, u holda tenglikning o'ng tomonidan bitta a ni o'chirish kerak bo'ladi, ya'ni:

$$a^4 = 1 \times a \times a \times a \times a$$

Bu jarayonni yana va yana davom ettiramiz:

$$a^3 = 1 \times a \times a \times a$$

$$a^2 = 1 \times a \times a$$

$$a^1 = 1 \times a$$

$$a^0 = 1$$

Xalqdan xalqqa ko'chib, matematik folklorga aylanib ketgan masalalardan istagancha topish mumkin. Quyida turli manbalardan olingan yoki ko'rinishi o'zgartirilgan ana shunday misollardan namunalar keltiramiz.

1. Ushbu $res + pub = lika$ yozuvidagi har bir harfni raqamlar bilan almashtiring.

Ko'rsatma. Raqamlarni harflar bilan almashtirishdan hosil bo'lgan masala kriptoarifmetik masala deb yuritiladi. Bunday masalalar ko'proq «sinash metodi» bilan yechiladi. Masala shartidan ko'rinib turibdiki, masalada 10 ta har xil harflar qatnashyapti. Ixtiyorimizdagi raqamlar soni ham 10 ta. Masala shartiga ko'ra, uch xonali sonni uch xonali songa qo'shganda, yig'indi to'rt xonali son bo'lyapti. Har qanday raqam bo'lganda ham, ularni qo'shganda 17 dan ortmaydi. Demak, masaladagi yig'indining birinchi raqami 1 bo'ladi...

2. 20 ta yong'oqni 9 nafar bolaga toq donadan tegadigan qilib bo'lib berish mumkinmi?

Ko'rsatma. Masalani «teskarisidan faraz qilish metodi» bilan yechish ancha oson. Faraz qilaylik, yong'oq bolalarga toq donadan bo'lib berildi. U holda 8 nafar bolaning qo'llaridagi toq donadan bo'lgan yong'oqlarni o'zaro qo'shsak, natija juft son bo'ladi. Endi

shu juft sonni to'qqizinchi bolaning qo'lidagi toq songa (toq sondagi yong'oq!) qo'shsak, yig'indi toq sonni beradi. Lekin masalaning sharti bo'yicha yong'oqlar soni juft son. Biz qarama-qarshilikka uchradi. Buning sababi noto'g'ri faraz qilganimizda. Demak, yong'oqlarni bunday bo'lib berish mumkin emas.

3. Hovuzdan 9 va 11 / li idishlar yordamida 10 / suv olish talab qilinadi.

4. O'quvchilar darsdan chiqib uylariga ketayotgan paytda bir bog'bon otaxon olma uzayotgan edi. O'quvchilar uning oldiga kelib, yordamlashib yuborishlarini aytishibdi. Otaxon xursand bo'libdi. Ish tugagach, o'quvchilar ketishga ruxsat so'rashibdi. Otaxon o'quvchilarga olmalardan uylariga olib ketishni har qancha taklif qilsalar ham, ular hammamiz ham bog'imizda olma yetishtiramiz, deb olmalardan olishga ko'nishmabdi. Shunda otaxon bunday o'yinni taklif qilibdi: «Hammalaring bir qator bo'lib, tizilib turinglar. 1- o'rinda turgan o'quvchi 1 dona, 2- o'rinda turgan o'quvchi 2 dona va hokazo olma olinglar va hammasini jamlab, o'zaro teppateng qilib bo'lishib olasizlar». O'quvchilar otaxonning aytganlarini bajarib, o'zaro taqsimlashsa, har bir o'quvchiga 15 tadan olma tegibdi. Xo'sh, otaxonga necha nafar o'quvchi yordamlashgan?

Ko'rsatma. 1- o'quvchi bir dona, ya'ni mo'ljaldagidan 14 dona kam olma oldi, 15- o'quvchi 15 dona, ya'ni mo'ljaldagicha olma oldi. 16- o'quvchi esa mo'ljaldagidan 1 dona ortiq olma oldi va hokazo, 29- o'quvchi 29 dona, ya'ni mo'ljaldagidan 14 dona ko'p olma oldi. Demak, o'quvchilar soni 29 nafar.

5. Bir kishining chorvasi faqat qo'ylardan iborat ekan. Ikkinchi kishiniki esa tuya, yilqi va mollardan iborat ekan. Birinchi kishi ham tuya, yilqi va mol boqmoqchi bo'lib, ikkinchi kishiga bitta tuya, bitta yilqi va bitta mol berishni va evaziga qo'ylardan olishni taklif qilibdi. U rozilik bildiribdi. Lekin shartini aytibdi: «Tuyamning har bir iligiga 2 tadan qo'y, yilqimning har 2 iligiga 3 tadan

qo'y va molimning har bir tuyog'iga bittadan qo'y berasiz». Xo'sh, u hammasi bo'lib nechta qo'y berishi kerak?

Ko'rsatma. Tuyada 12 ta ilik bo'ladi. Tuya uchun 24 ta qo'y berish kerak. Yilqining har 2 ta iligiga 3 tadan bo'lsa, jami 18 ta qo'y berishi kerak. Molda 4 ta tuyoq bo'ladi, shuning uchun mol uchun 4 ta qo'y berish kerak. Hammasi bo'lib esa $24 + 18 + 4 = 42$ ta qo'y berish kerak.

6. Cho'pon qo'y, pichan va bo'rini daryoning bir qirg'ogidan ikkinchi qirg'og'iga qayiqda olib o'tishi kerak. Qayiq ikki o'rinli va cho'pon ularni bittadan olib o'tishi kerak. Agar avval bo'rini olib o'tsa, u holda qo'y pichanni yeb qo'yadi, bordi-yu avval pichanni olib o'tsa, u holda bo'ri qo'yni yeb qo'yadi. Cho'pon ularni qanday qilib omon-eson daryoning bu qirg'og'idan u qirrog'iga olib o'tishi mumkin?

Ko'rsatma. Odamni O, qo'yni Q, bo'rini B va pichanni P harflari bilan belgilaymiz. U holda quyidagi jarayon sodir bo'ladi:

OQBP — —
BP — OQ
BPO — Q
P — QOB
PQO — B
Q — BPO
OQ — BP
— — OQBP

7. Agar yuqoridagi masalada 2 ta bo'ri, 1 ta it, 1 ta qo'y, 1 bog' pichan bo'lsa va uch o'rinli qayiq turgan bo'lsa, vazifaning qanday uddasidan chiqish mumkin?

8. Bir mamlakat saroy xazinasida 8 ta avtomatning har biri 10 g li oltin tangalar chiqarar ekan. Avtomatlardan biri buzilib qolib, tangalarni 9 g dan tayyorlaydigan bo'lib qolibdi. Lekin qaysi avtomat buzilgani

hech kimga ma'lum emas ekan. Shkaladagi bo'limlari strelkada 1 g ni ko'rsatadigan bir pallali tarozi yordamida faqat 1 marta tortish yo'li bilan qaysi avtomat buzilganligini qanday aniqlash mumkin?

9. Uch sayyoh mehmonxonadan 30 dollarga 3 xonali nomer olishibdi. Ularning har biri mehmonxona ma'muriyatiga 10 dollardan to'lashibdi. Mehmonlar ketganlaridan keyin ma'lum bo'lishicha, ularga ajratilgan nomer 25 dollar turar ekan. Mehmonxona egasi 5 dollar qaytimni olib, mehmonlar ortidan chopibdi. Yo'lda ketayotib u bunday mulohaza yuritibdi: «5 dollarni 3 kishiga bo'lib berish ancha mushkul ish». U 2 dollarni cho'ntagiga solibdi-da, har bir mehmonga 1 dollardan beribdi. Shunday qilib, ularning har biri mehmonxonada tunagani uchun 9 dollardan to'ladi. Uchalasi birgalikda 27 dollar to'ladi va yana 2 dollar mehmonxona egasining cho'ntagida qoldi. Hammasi bo'lib esa 29 dollar bo'ldi. Xo'sh, 1 dollar qayerga ketdi?

10. Etikdo'z bir juft etikni shogirdiga bozorda sotib kelish uchun beribdi. Shogirdi bozorga borsa, birining o'ng oyog'i, ikkinchisining esa chap oyog'i kesilgan ikki nogiron etik sotib olish uchun kelishgan ekan. Ikkalalari etikni 15 dollarga darhol sotib olishibdi. Shogird qaytib kelib, voqeani ustoziga aytibdi. Shunda ustoz etikni nogironlarga 10 dollarga sotish kerakligini tushuntirib, 5 dollar qaytimni nogironlarga zudlik bilan yetkazishni topshiribdi. Shogird yo'lda shoshilib ketayotganda 3 dollar cho'ntagidan tushib qolibdi. U qolgan 2 dollarni ikkala nogironga qaytib beribdi. Etiklar nogironlarga 6,5 dollardanga to'g'ri keldi, ya'ni ikkalasi 13 dollar to'ladi. Yo'qolgan 3 dollar bilan birgalikda 16 dollar bo'ldi. Xo'sh, 1 dollar qayerdan kelib qoldi?

11. Bir kishi savdo do'konidan 15 pul birligiga ro'molcha sotib olibdi va sotuvchiga 25 pul birligini beribdi. Sotuvchida mayda pul bo'lmaganligi uchun qo'shni sotuvchidan pulni maydalab berishni iltimos qilibdi. U

pulni maydalab beribdi. Xaridor 15 pul birligidan iborat qaytimni va ro'molchani olib, ko'zdan g'oyib bo'libdi. Birozdan so'ng haligi pul maydalab bergan qo'shni sotuvchi 25 pul birligining qalbaki ekanligini aytib, ro'molcha sotgan sotuvchidan 25 pul birligini qaytarib berishini talab qilibdi. U qaytarib berishga majbur bo'libdi. Aytinglar-chi, sotuvchi qancha zarar ko'rdi?

Ko'rsatma. Hamma gap pulning qalbakiligida. Demak, sotuvchi 25 pul birligicha zarar ko'rgan.

12. 81 ta tangadan bittasi qalbaki bo'lib, boshqalaridan yengilroq, lekin tashqi ko'rinishlari bir xil. Pallali tarozida 4 marta tortish yo'li bilan shu qalbaki tangani qanday aniqlash mumkin?

Ko'rsatma. Tangalarni teppa-teng qilib, 3 to'pga ajratamiz. Ulardan 2 to'pini olib, tarozi pallalariga solamiz. Tarozi pallalari muvozanat holida bo'lsa, qalbaki tanga 3-to'pda bo'ladi. Bordi-yu, pallalar muvozanatda bo'lmasa, yengil kelgan pallani olamiz va shu tangalarni yana teppa-teng 3 to'pga ajratamiz...

13. Shu masalani tangalar soni 80 ta bo'lgan hol uchun hal qilish mumkinmi?

Ko'rsatma. Tangalarni 27 ta, 27 ta va 26 ta qilib, uch to'pga ajratamiz...

14. 8 / li idishda to'la suv bor. 3 va 5 / li bo'sh idishlar yordamida shu suvni teng ikkiga bo'lish mumkinmi?

Ko'rsatma.

<i>l</i>	<i>d</i>	<i>i</i>	<i>s</i>	<i>h</i>	<i>l</i>	<i>a</i>	<i>r</i>
	8 / li		5 / li			3 / li	
	8 (to'la)		0 (bo'sh)			0 (bo'sh)	
	3		5			0	
	3		2			3	
	6		2			0	
	6		0			2	
	1		5			2	
	1		4			3	
	4		4			0	

15. 10 /li idishda to'la suv bor. 3 va 7 /li bo'sh idishlar yordamida shu suvni teng ikkiga bo'lish mumkinmi?

16. 12 /li idishda to'la suv bor. 5 va 7 /li bo'sh idishlar yordamida shu suvni teng ikkiga bo'lish mumkinmi?

17. Men bir son o'yladim, uni 2 ga ko'paytirib, natijaga 50 ni qo'shdim, so'ngra yig'indini 5 ga ko'paytirib, natijaga 50 ni qo'shdim, so'ngra yig'indini 5 ga ko'paytirib, natijadan 200 ni ayirdim va ayirmaning 20 ga bo'lsam, natijada 30 hosil bo'ldi. Xo'sh, men qanday sonni o'ylaganman?

Ko'rsatma. Amallarni oxirgisidan boshlab qarama-qarshisiga o'zgartirgan holda bajarish kerak. Natija o'ylangan son bo'ladi.

18. Uch og'a-inilarning otasi vafotidan oldin vasiyatnoma qoldiribdi. Unda bunday deyilgan ekan: «Menda bor-yo'g'i 17 ta tuya bor. Ularning yarmini katta o'g'limga, uchdan bir qismini o'rtancha o'g'limga, to'qqizdan bir qismini esa kenjatoyimga beringlar». Otaning farzandlari tuyalarni vasiyatga rioya qilgan holda bo'lisha olmay, ancha mushkul ahvolga tushib qolishibdi. Shunda yo'lda tuyada o'tib ketayotgan bir mo'ysafid ularga maslahat beribdi. Xo'sh, nima deb maslahat bergan?

Ko'rsatma. Mo'ysafid o'zining tuyasini ularga beradi. Shunda tuyalar soni 18 ta bo'ladi. Katta o'g'il 18 ta tualardan yarmini, ya'ni 9 tasini oladi. O'rtancha o'g'il esa 18 ta tualarning 3 dan bir qimini, ya'ni 6 tasini oladi. Kenja o'g'il esa 18 tualarning 9 dan bir qismini, ya'ni 2 tasini oladi. Ular hammasi bo'lib, $9 + 6 + 2 = 17$ ta tuya oladilar. Mo'ysafidning tuyasi esa yana o'zida qolaveradi.

19. Avtoullov saroyida yengil mashina va mototsikllar turibdi. Ularning soni 60 ta, g'ildiraklarining soni esa 140 ta. Saroyda nechta yengil mashina va nechta mototsikl turibdi?

Ko'rsatma. Bunda yengil mashinalarda g'ildiraklar soni 4 ta, mototsikllarda esa 2 ta ekanligini bilish talab etiladi.

20. 78 so'mni 3 va 5 so'mlik pullar yordamida necha xil usul bilan to'lash mumkin? 59 so'mni-chi?

21. Taniqli bolalar shoiri T. Adashboyev maslahatlari asosida tuzilgan she'riy matematik masalalardan namunalari:

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| 1) Hayvonotning bog'ida, | Ellikda erur boshi, |
| Beda kemtir quyonlar. | Bir yuz qirqta oyog'i. |
| Qirg'ovullar sayr qilib, | Qancha quyon, qirg'ovul, |
| Xotirjam yurar donlab. | Toping, Bahrom, buyog'in. |

Ko'rsatma. Agar quyonlar sonini x , qirg'ovullar sonini esa y desak, bu holda $x + y = 50$ va $4x + 2y = 140$ tenglamalardan iborat sistema hosil bo'ladi. Uni yechib, quyonlar soni 20 ta, qirg'ovullar soni esa 30 ta ekanligini topamiz.

Bu masalani faraz qilish metodi bilan yechish ancha qulay. (Teskarisidan faraz qilish metodi bilan aralashtirib yubormaslik kerak!) Faraz qilaylik, jonivorlarning oyoqlari 2 tadan. Bu holda barcha oyoqlar soni 100 ta bo'ladi. Oyoqlar soni masala shartidagidan nechta kam? 40 ta. Nima uchun buncha kamayib ketdi? Chunki quyonlarning oyoqlarini ham 4 tadan emas, balki 2 tadan deb faraz qildik. Kamayib ketgan oyoqlar sonining o'rnini to'ldiramiz, ya'ni $40 : 2 = 20$. Bu esa quyonlar soni. U holda qirg'ovullar soni $50 - 20 = 30$ ta bo'ladi.

Eslatma: Bu masalaning original yechimini venger matematigi, hozirgi zamon evristikasining asoschisi D. Poya bergan. U bunday mulohaza yuritgan: «Aytaylik, kunlar ancha sovuq, yomg'ir aralash qor yog'yapti. Bunday holatlarda ko'pincha quyonlar ikki oyogi bilan cho'kka tushib o'tiradi, qirg'ovullar esa bir oyog'ida turadi. Ularning boshlari soni 50 taligicha qoladi, oyoqlarining soni esa ikki marta kamayib, 70 ta bo'ladi. Endi boshlar bilan oyoqlar o'rtasida o'zaro bir qiymatli

moslik o'rnatsak, u holda 20 ta oyoq ortib qoladi. Xo'sh, ortib qolgan oyoqlar jonivorlarning qaysinisiga tegishli? Albatta, quyonlarga. Demak, quyonlar soni 20 ta. U holda qirg'ovullar soni $50 - 20 = 30$ ta bo'ladi.

2) Mana, mening qo'limda,
Ikki dona quti bor.
Unda qo'ng'iz, o'rgimchak,
Savolga ber e'tibor.
Sanash mumkin ularni,
Arzimagan bir zumda.
Barcha boshlarning soni,
Demak, to'rt juft unutm.
Ularning oyoqlari,
Ekanmish ellik sakkizta,
Sanab chiqdik buyog'in.
Ziyrak, topqir bolalar,
O'ylab ko'ring, endi siz.
Xo'sh, qutida nechta dir
O'rgimchag-u qo'ng'izlar?

Ko'rsatma. Bu masalani yechishda o'rgimchaklarning oyoqlari soni 8 ta, qo'ng'izlarniki esa 6 ta ekanligini bilish talab etiladi.

22. Faqat 5 ta 2 raqami ishtirokida matematik amal va qavslardan foydalangan holda 1 dan 25 gacha bo'lgan sonlarni yozing.

Ko'rsatma. Masalan: $(22 : 22) + 2 = 3$; $2^{22-22} = 1$;
 $2 \log_{22} 22 = 1$.

23. Kampir sotish uchun bir chelak tuxum olib boribdi. U birinchi xaridorga barcha tuxumlarining yarmini va yana bitta, ikkinchi xaridorga qolgan barcha tuxumlarining yarmini va yana bitta va hokazo sotganidan keyin chelakda bir dona tuxum qolibdi. Aytinglar-chi, kampir bozorga hammasi bo'lib nechta tuxum olib borgan va necha nafar xaridor tuxum sotib olishgan?

Javob: 94 ta tuxum, 7 nafar xaridor.

24. Quyidagi raqamlar o'rtasiga «+» belgisini shunday qo'yingki (zarur bo'lgan hollarda ikkita yonma-yon turgan raqamlarni ikki xonali son deb qarash mumkin), yig'indi har safar 99 ga teng bo'lsin: 987654321.

Javoblar: $9 + 8 + 7 + 65 + 4 + 3 + 2 + 1$;

$$9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 43 + 21.$$

25. Quyidagi yozuvlarda raqamlarning o'rinlarini almashtirmagan holda arifmetik amal belgilari va qavslarni shunday qo'yingki, har safar to'g'ri tenglik hosil bo'lsin:

Javob:

$$\begin{array}{ll} 1\ 2 = 1 & -1 + 2 = 1 \\ 1\ 2\ 3 = 1 & (1 + 2) : 3 = 1 \\ 1\ 2\ 3\ 4 = 1 & 12 : 3 : 4 = 1 \\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5 = 1 & ((1 + 2) \cdot 3 - 4) : 5 = 1 \\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6 = 1 & (1 \cdot 2 + 3 - 4 + 5) : 6 = 1 \\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7 = 1 & (((1 + 2) \cdot 3 - 4) : 5 + 6) : 7 = 1 \\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8 = 1 & ((1 + 2) : 3 \cdot 4 + 5 + 6 - 7) : 8 = 1 \\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9 = 1 & (1 \cdot 2 + 3 + 4 - 5 + 6 + 7 - 8) : 9 = 1 \end{array}$$

26. Quyidagi yozuvlarda raqamlarning o'rinlarini almashtirmagan holda arifmetik amal belgilari va qavslarni shunday qo'yingki, har safar to'g'ri tenglik hosil bo'lsin:

Javob:

$$\begin{array}{ll} 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9 = 100 & -12 + 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + 89 = 100 \\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9 = 100 & -12 - 3 - 4 + 5 - 6 + 7 + 89 = 100 \\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9 = 100 & -123 + 45 - 67 + 8 - 9 = 100 \\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9 = 100 & -1 + 23 - 4 - 5 + 6 + 7 + 8 \cdot 9 = 100 \\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9 = 100 & -123 - 4 - 5 - 6 - 7 + 8 - 9 = 100 \\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9 = 100 & -1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \cdot 9 = 100 \end{array}$$

27. Arifmetik amalning musbat (+) ishorasidan va kasr belgisidan foydalanib shunday ifodalar tuzingki, unda 0 raqamidan boshqa barcha 9 ta raqam qatnashib, har gal natijada 100 soni hosil bo'lsin.

Javob:

$$\begin{array}{lll} 74\frac{3}{6} + 25\frac{9}{18}; & 24\frac{3}{6} + 75\frac{9}{18}; & 95\frac{3}{7} + 4\frac{16}{28}; \quad 94\frac{1}{2} + 5\frac{38}{76}; \\ 57\frac{3}{6} + 42\frac{9}{18}; & 1\frac{3}{6} + 3 + 95\frac{9}{18}; & 98\frac{27}{54} + 1\frac{3}{6}; \end{array}$$

28. Kvadrat ildiz tushunchasidan foydalanmasdan ushbu tenglamani yeching: $x^2 = 49$.

Ko'rsatma. $x \cdot x = 7 \cdot 7$, bundan: $x = 7$.

31. Otaxonga nabirasi: «Buvajon, hisoblashni o'rganib oldim», — debdi. Shunda otaxon nabirasiga: «Qani, bir tekshirib ko'raylik-chi», — deb quyidagi she'riy masalani aytibdi:

O'n ikki tuya, o'n yilqi,
Ikki quyon, uch tulki,
To'qqiz sigir, besh echki,
Topolmasang, bo'l kulgi.

Nabirasi darhol 41 bo'lishini aytibdi, lekin otaxon javobning noto'g'riligini aytib, to'g'ri javob qanday bo'lishini tushuntiribdi. Qani, aytinglar-chi, otaxon qanday tushuntirgan?

32. Onasi qizidan 3 marta katta, 10 yildan keyin esa 2 marta katta bo'ladi. Onasi necha yoshda? Teskari masala tuzing.

Ko'rsatma. Otasi 35 yoshda, qizi esa 5 yoshda. Necha yildan keyin otasi qizidan 3 marta katta bo'ladi?

33. Agar ishchi kuniga s so'm maosh oladigan bo'lsa, u oylik maosh b so'm bo'lishi uchun necha kun ishlashi kerak? Teskari masala tuzing.

34. $(a - b)^2$ ga teskari misol tuzing.

Javob: $a^2 - 2ab - b^2$.

MUNDARIJA

Soʻzboshi	3
-----------------	---

Birinchi bob. NONUSHTA PAYTIDA AYTILGAN JUMBOQLAR

1. Daraxtdagi olmaxon	5
2. Umumiy oʻchoq boshida	8
3. Maktab toʻgaraklarining ishi	8
4. Kim koʻp sanadi?	9
5. Bobo bilan nabira	9
6. Temir yoʻl chiptalari	10
7. Vertolyotning uchishi	10
8. Soya	11
9. Gugurt choʻplaridan masala	12
10. Sehrli toʻnka	13
11. Dekabr haqida masala	14
12. Arifmetikaga doir fokus	15
1—12-jumboqlarning javoblari	16
13. Oʻchirilgan raqam	25
14. Hech narsa soʻramay sonni topish	26
15. Kim nimani olgan?	28

Ikkinchi bob. OʻYINLARDA MATEMATIKA

Domino	31
16. 28 ta domino toshidan zanjir	31
17. Zanjirning boshi va oxiri	31
18. Dominoda fokus	31
19. Ramka	32
20. Yetti kvadrat	32
21. Dominodan sehrli kvadratlar yasash	33
22. Dominodan progressiya	33
«15» oʻyini yoki taken	34
23. Loydning birinchi masalasi	40
24. Loydning ikkinchi masalasi	40
25. Loydning uchinchi masalasi	41
Krokot	41
26. Darvozadan oʻtishmi yoki krokirovka qilishmi?	41
27. Shar va ustuncha	41
28. Darvozadan oʻtishmi yoki qoziqqa tegizishmi?	41

29. Qopqondan o'tishmi yoki krokirovka qilishmi?	42
30. O'tib bo'lmaydigan qopqon	42
16—30-jumboqlarning javoblari	42

Uchinchi bob. YANA BIR DYUJINA JUMBOQ

31. Kanop	50
32. Paypoq va qo'lgop	50
33. Sochning umri	51
34. Ish haqi	51
35. Chang'i poygasi	51
36. Ikki ishchi	52
37. Ma'ruzani ko'chirish	52
38. Ikki shesternya	52
39. Yoshi nechada?	52
40. Odil ota necha yoshda?	53
41. Eritma tayyorlash	53
42. Xarid	53
31—42-jumboqlarning javoblari	54

To'rtinchi bob. SANASHNI BILASIZMI?

43. Sanashni bilasizmi?	60
44. O'rmondagi daraxtlarni sanash nima uchun kerak?	65

Beshinchi bob. SONLARGA DOIR JUMBOQLAR

45. Besh so'mga — yuz so'm	66
46. Ming	67
47. Yigirma to'rt	67
48. O'ttiz	67
49. Yetishmagan raqamlar	67
50. Qanday sonlar?	67
51. Qanday son bo'lingan?	68
52. 11 ga bo'lish	68
53. Ko'paytirishning g'alati hollari	68
54. Sonli uchburchak	68
55. Yana sonli uchburchak	68
56. Sehrli yulduz	69
45—56-jumboqlarning javoblari	69

Oldinchi bob. ULKAN SONLAR HAQIDA HIKOYALAR

57. Foydali bitim	76
58. Shaharda tarqalgan ovoza	81
59. Arzon velosipedlar girdobi	84

60. Mukofot	87
61. Shaxmat taxtasi haqidagi afsona	93
62. Tez urchish	98
63. Tekin ovqat	101
64. Tangalarni joydan joyga olib qo'yish	107
65. Garov bog'lash	111
66. Tevaragimizdagi va ichimizdagi ulkan sonlar	115

Yettinchi bob. O'LCHOV LINEYKASI ISHLATMAY

67. Yo'lni qadamlab o'lchash	120
68. Jonli masshtab	122

Sakkizinchi bob. GEOMETRIK JUMBOQLAR

69. Arava	123
70. Katta qilib ko'rsatadigan oyna	123
71. Duradgor vaterpasi	123
72. Yoqlar soni	124
73. Yangi oy	124
74. 12 ta gugurt cho'pi	124
75. 8 ta gugurt cho'pidan	125
76. Minoraning balandligi	125
77. O'xshash figuralar	125
78. Simning soyasi	126
79. G'ishtcha	126
80. Novcha bilan pakana	126
81. Ikki tarvuz	126
82. Ikki qovun	126
83. Olcha	126
84. Eyfel minorasining modeli	126
85. Ikki qozon	127
86. Qattiq sovuqda	127
69—86-jumboqlarning javoblari	127

To'qqizinchi bob. YOMG'IR VA QOR GEOMETRIYASI

87. Yog'in o'lchagich	136
88. Qancha yomg'ir yog'gan?	138
89. Qancha qor yog'gan?	140

O'ninchi bob. O'TTIZTA HAR XIL MASALA

90. Zanjir	144
91. O'rgimchaklar va qo'ng'izlar	144
92. Plash, shlyapa va kalish	144

93. Tovuq va o'rdak tuxumlari	145
94. Samolyotning uchishi	145
95. Sovg'a	145
96. Ikki shashka	145
97. Ikki raqam bilan	145
98. Birlik	145
99. Beshta to'qqizlik bilan	146
100. O'nta raqam bilan	146
101. To'rt usul bilan	146
102. To'rtta birlik bilan	146
103. Sirli bo'lish	146
104. Bo'lishning yana bir turi	146
105. Uzunligi qancha?	147
106. Ustunning balandligi	147
107. Samolyot	147
108. Bir million buyum	147
109. Yo'llar soni	147
110. Siferblat	148
111. Sakkiz burchakli yulduz	148
112. Sonli g'ildirak	148
113. Uch oyoqli stol	149
114. Qanday burchaklar?	149
115. Ekvator bo'ylab	149
116. Olti qatorga	149
117. Krest va yarim oy	150
118. Kub kesimi	150
119. Kesim	151
90—119-jumboqlarning javoblari	151
<i>Ilova. Matematik folklor namunalari</i>	161

PERELMAN YAKOV ISIDOROVICH

QIZIQARLI MATEMATIKA

«Sharq» nashriyot-matbaa
aksiyadorlik kompaniyasi
Bosh tahririyati
Toshkent — 2012

Muharrir *Akbar Bahromov*
Badiiy muharrir *Tolib Qanoatov*
Rassom *Matluba Rahmatullayeva*
Texnik muharrir *Lina Xijova*
Sahifalovchi *Feruza Kulova*
Musahhah *Sharofat Xurramova*

Nashr litsenziyasi AI № 201, 28.08.2011-yil.

Tayyor diapozitivlardan bosishga ruxsat etildi 02.03.2012.
Bichimi 84 x 108 $\frac{1}{32}$. «Times» garniturası. Ofset bosma
usulida bosildi. Shartli bosma tabog'i 9,24. Nashriyot-
hisob tabog'i 8,5. Adadi 5000. Buyurtma №2204.
Bahosi kelishilgan narxda.

«Sharq» nashriyot-matbaa aksiyadorlik kompaniyasi bosmaxonasi,
100000, Toshkent, Buyuk Turon, 41.