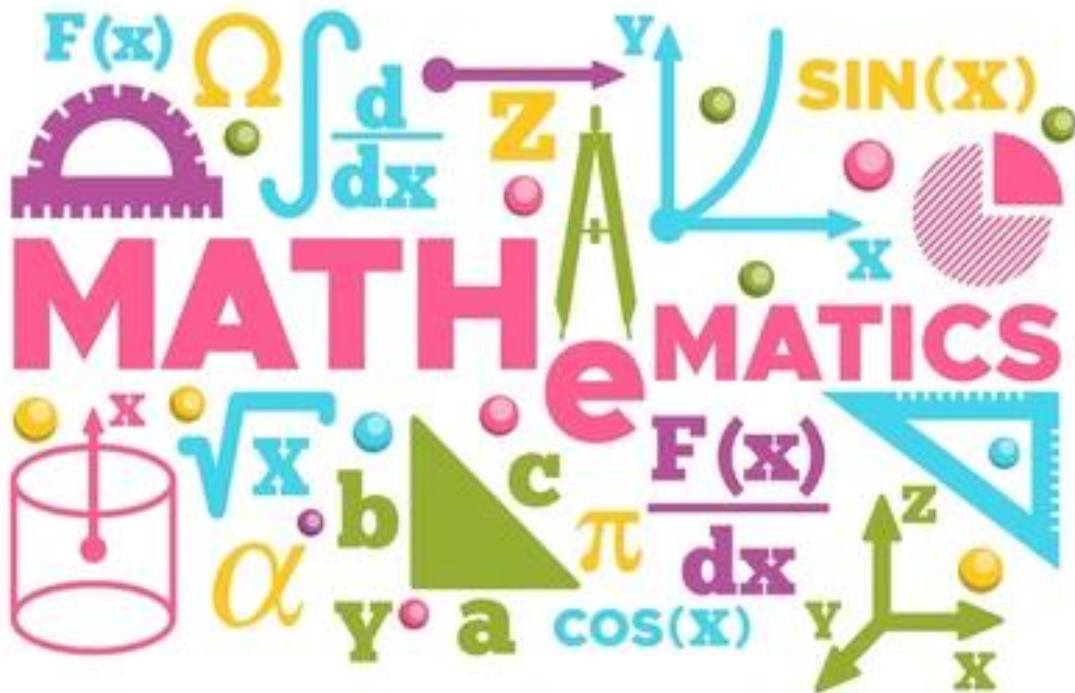


O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA’LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI
TOSHKENT IQTISODIYOT VA PEDAGOGIKA UNIVERSITETI

BOTIROVA MUXAYYO BERDIYOROVNA

“MATEMATIKA VA UNI O‘QITISH METODIKASI” FANIDAN
O‘QUV QO‘LLANMA
(I Bo‘lim. MUO‘M1104 – modul kodi)



O'quv qo'llanma Toshkent iqtisodiyot va pedagogika universiteti ilmiy Kengashining 2025 yil 2-iyundagi 10-sonli bayonnomasida muhokamadan o'tgan va nashrga tavsiya etish uchun Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligi huzuridagi Muvofiqlashtiruvchi markaziga tavsiya etilgan.

Muallif:

TIPU Pedagogika fakulteti "Pedagogika, psixologiya va boshlang'ich ta'lim" kafedrası katta o'qituvchi Botirova Muxayyo Berdiyrovna

Mas'ul muharrir:

TIPU Pedagogika fakulteti dotsent Z.F.Sharopova

Taqrizchilar:

TIPU Pedagogika fakulteti "Pedagogika, psixologiya va boshlang'ich ta'lim" kafedrası dotsent A.Y.O'tayev

ChDPU "Matematika o'qitish metodikasi va geometriya" kafedrası dotsent v.b.p.f.f.d., (PhD) G.B.Quzmanova

O'quv qo'llanma Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligining 2025 yil 09-iyuldagi 258-sonli buyrug'iga asosan nashr etishga guvohnoma berildi.
Ro'yxatga olish raqami № 703166

ANNOTATSIYA

Mazkur o'quv qo'llanma 60110400-Boshlang'ich ta'lim yo'nalishi bakalavriat bosqichi 1-kurs talabalari hamda sohaga tegishli barcha ilmiy izlanuvchilar, litseylar, umumiy o'rta ta'lim maktab o'qituvchilari, maktabdan tashqari ta'lim muassasalarning xodimlari ham foydalanishlari mumkin bo'lib, bugungi kun talablarini hisobga olingan holda tayyorlandi.

O'quv qo'llanma talabalarni "Matematika va uni o'qitish metodikasi" fanining nazariy hamda amaliy asoslari bilan chuqur tanishtiradi. Unda matematika va uni o'qitish metodikasi fanidan keng ko'lamdagi ma'lumotlar, keyslar, glossariylar, adabiyotlar hamda ilovalar keltirilgan.

ANNOTATSIYA

Настоящее методическое пособие предназначено для студентов 60110400-начального образования 1-курсов, а также всем научным работникам, имеющим отношение к данной области, учителям лицеев, общеобразовательных средних школ, работникам внешкольного образования учреждений, им также могут пользоваться, оно подготовлено с учетом сегодняшних требования.

Методическое пособие знакомит студентов с теоретическими и практическими основами «Практической подготовки по математике и методики ее преподавания». Он содержит широкий спектр информации, тематических исследований, глоссариев, литературы и приложений по математике и методам ее преподавания

SUMMARY

This methodical manual is intended for 60110400-primary education undergraduate students of the 1-first-year and all researchers related to the field, lyceums, general secondary school teachers, extracurricular education employees of institutions can also use it, it was prepared taking into account today's requirements.

The methodological guide introduces students to the theoretical and practical foundations of "Practical training in mathematics and its teaching methodology". It contains a wide range of information, case studies, glossaries, literature and applications on mathematics and its teaching methods It contains a wide range of information, case studies, glossaries, literature and applications on mathematics and its teaching methods.

M U N D A R I J A

KIRISH...	6
I BOB.TO‘PLAMLAR.....	7
1.1-mavzu: To‘plam tushunchasi. To‘plamning elementlari.....	7
1.2-mavzu: To‘plamlar ustida amallar.....	14
1.3-mavzu: To‘plamlarni sinflarga ajratish.....	18
II BOB. KOMBINATORIKA.	28
2.1.-mavzu: Kombinatorika elementlari.	28
2.2-mavzu: Gruppalashlar.....	37
2.3-mavzu: Mantiq elementlari. Matematik tushuncha	41
2.4.-mavzu: Mulohazalar va ularning berilish usullari	46
III BOB. NOMANFIY BUTUN SONLAR TO‘PLAMI	52
3.1-mavzu: Natural son va nol tushunchasi	52
3.2-mavzu: Yig‘indining va ayirmaning ta’rifi, uning mavjudligi va yagonaligi. Qo‘shish qonunlari	60
3.3-mavzu: Ko‘paytmaning ta’rifi, uning mavjudligi va yagonaligi	68
3.4-mavzu: Nomanfiy butun sonni natural songa bo‘lishning ta’rifi, uning mavjudligi va yagonaligi	71
3.5-mavzu: Yig‘indini va ko‘paytmani songa bo‘lish qoidalarining to‘plamlar nazariyasi bo‘yicha ma’nosi	74
3.6-mavzu: Nomanfiy butun sonlarni qo‘shish va ko‘paytirish amallarining aksiomatik ta’rifi. Qo‘shish va ko‘paytirish qonunlari	78
3.7-mavzu: Ayirish va bo‘lishning ta’rifi. Nolga bo‘lishning mumkin emasligi. Qoldikli bo‘lish	82
3.8-mavzu: Nomanfiy butun sonlar to‘plamining xossalari	89
IV BOB. NATURAL SON MIQDORLARNI O‘LCHASH NATIJASIDA.....	95
4.1-mavzu: Natural son kesma o‘lchami sifatida.....	95
4.2-mavzu: Kesmalarining o‘lchami sifatida qaralgan sonlar ustida arifmetik amallarning ta’rifi	98

4.3-mavzu: Nomanfiy butun sonlar ustida arifmetik amallar . Nomanfiy butun sonlar ustida arifmetik amallar bajarisning og‘zaki usullari.....	104
4.4-mavzu: Sonlarning bo‘linishi	114
4.5-mavzu: Nomanfiy butun sonlar yig‘indisini va ko‘paytmasining bo‘linishi.....	120
4.6-mavzu: Tub va murakkab sonlar	122
4.7-mavzu: Sonlarni tub ko‘paytuvchilarga ajratish.....	127
TEST TOPSHIRIQLARIDAN NAMUNALAR.....	132
YOZMA ISH UCHUN VARIANTLARDAN NAMUNALAR.....	153
FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI	156

KIRISH

Ulkan iqtisodiy o'zgarishlar yuz berayotgan hozirgi davrda matematikaning ahamiyati yanada oshdi, shuning uchun ham matematik ta'lim katta ijtimoiy ahamiyatga ega. Respublikamiz hukumati yoshlarga ta'lim va tarbiya berish tizimini takomillashtirish, ta'lim va tarbiyani turmushning oshib borayotgan talablari darajasiga yetkazish vazifasini qo'ydi. So'nggi yillarda mamlakatimizda maktabda matematika o'qitish ayniqsa boshlang'ich ta'lim tizimida o'z ko'lami va ahamiyati jihatidan nihoyatda katta bo'lgan o'zgarishlar amalga oshirildi va oshirilmoqda. Boshlang'ich sinflarning matematikadan yangi dasturlarga o'tish munosabati bilan, yangi metodik tizim ishlab chiqildi. Maktab ta'limi oldiga tamoyili yangi maqsadlarning qo'yilishi matematika o'qitish mazmunining tubdan o'zgarishiga olib kelmoqda. Matematika boshlang'ich kursi mazmunida ham, darslik va qo'llanmalardan foydalanish metodikasida ham rivojlanish bo'lishini talab qiladi.

Matematika so'zi grekcha "mathema" so'zidan olingan bo'lib, uning ma'nosi "fanlarni bilish" demakdir. Matematika fanining o'rganadigan obyekti fazoviy shakllar va ular orasidagi miqdoriy munosabatlardan iboratdir. Bu matematik bilimlar tizimi ma'lum usullar (metodika) orqali o'quvchilarga yetkaziladi. Matematika metodikasi pedagogika fanlari tizimiga kiruvchi pedagogika fanining tarmog'i bo'lib, jamiyat tomonidan qo'yilgan o'qitish maqsadlariga muvofiq matematika o'qitish qonuniyatlarini matematika rivojining ma'lum bosqichida tatbiq qiladi. O'qitishda yangi maqsadlarning qo'yilishi matematika o'qitish mazmunining tubdan o'zgarishiga olib keldi. Matematika o'qitish mazmunini ilmiy ishlab chiqish, ya'ni matematikadan qaysi material boshlang'ich sinflarda o'rganilishi, nima uchun aynan shu material tanlanishi, boshlang'ich sinflarda kursning har qaysi ayrim masalasi umumlashtirishning qanday darajasida o'rganilishi, mavzular qanday tartibda o'rganilsa, eng ratsional bo'lishi ko'rsatiladi.

O'quv qo'llanma boshlang'ich sinflarning matematikadan yangi dasturlarga o'tish munosabati bilan, yangi metodik tizim ishlab chiqishga asoslangan bo'lib, maktab ta'limi oldiga yangi maqsadlarning qo'yilishi matematika o'qitish mazmunining tubdan o'zgarishiga olib kelmoqda.



1.1. To‘plam haqida tushuncha

To‘plam eng muhim matematik tushunchalardan biridir. Bu tushuncha matematika faniga to‘plamlar nazariyasining asoschisi bo‘lgan nemis matematigi Georg Kantor (1845-1918) tomonidan kiritilgan. To‘plam tushunchasi matematikaning boshlang‘ich (ta’riflanmaydigan) tushunchalaridan biridir. U chekli yoki cheksiz p obyektlar (narsalar, buyumlar, shaxslar va h.k.) ni birgalikda bir butun deb qarash natijasida vujudga keladi. To‘plamlar odatda lotin alifbosining bosh harflari bilan, uning elementlari esa shu alifboning kichik harflari bilan belgilanadi. Masalan: $A=\{a,b,c,d\}$ yozuvi A to‘plam a, b, c, d elementlardan tashkil topganligini bildiradi. x element X to‘plamga tegishli ekanligi $x \in X$ ko‘rinishda, tegishli emasligi esa $x \notin X$ ko‘rinishda belgilanadi.

Masalan: barcha natural sonlar to‘plami $4 \in \mathbb{N}$, $5 \in \mathbb{N}$, $3,4 \notin \mathbb{N}$, $\pi \notin \mathbb{N}$ munosabatlar o‘rinli. Elementlari soniga bog‘liq holda to‘plamlar chekli va cheksiz to‘plamlarga ajratiladi. Elementlari soni chekli bo‘lgan to‘plam chekli to‘plam, elementlari soni cheksiz bo‘lgan to‘plam cheksiz to‘plam deyiladi.

Birorta ham elementga ega bo‘lmagan to‘plam bo‘sh to‘plam deyiladi. Bo‘sh to‘plam $\emptyset$ orqali belgilanadi. Bo‘sh to‘plam ham chekli to‘plam hisoblanadi. To‘plam chekli sondagi elementlardan tashkil topsa, *chekli to‘plam* deyiladi. Masalan, lotin alifbosi harflari to‘plami, kamalak ranglari to‘plami, raqamlar to‘plami chekli to‘plamlardir.

To‘plam elementlari soni cheksiz bo‘lsa, bunday to‘plam *cheksiz to‘plam* deyiladi. Masalan, barcha natural sonlar to‘plami, tekislikdagi nuqtalar to‘plami cheksizdir.

Bir xii elementlardan tashkil topgan to‘plamlar *teng to‘plam* deyiladi.

1.2. To‘plamlarning berilish usullari.

Agar har bir elementning ma’lum bir to‘plamga tegishli yoki tegishli emasligi bir qiymatli aniqlangan bo‘lsa, to‘plam berildi deyiladi.

To'plamlar, odatda, ikki usulda beriladi:

1) to'plam elementlari ro'yxati keltiriladi.

Masalan, $A = \{a; o; i; u; c; e\}$;

$B = \{\text{qizil, sariq, yashil}\}$;

$C = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

2) to'plamga kirgan elementlarning yagona xarakteristik xossasi ko'rsatiladi.

Masalan, yuqoridagi to'plamlarni xarakteristik xossa bilan bersak:

A - o'zbek alifbosining unli harflari to'plami;

B - svetofor ranglari to'plami;

C - bir xonali natural sonlar to'plami bo'ladi.

Sonli to'plamlar uchun xarakteristik xossani formula bilan berish qulay.

Bu holda, odatda, katta qavslar ichiga to'plam elementi belgisi, vertikal chiziq va undan keyin to'plam elementiga tegishli xossa yoziladi.

1.3. Qism to'plam va universal to'plam.

1-t a' r i f. *Agar A to'plamning hamma elementli B to'plamga ham tegishli bo'lsa, A to'plam B to'plamning **qism to'plami** deyiladi va $A \in B$ ko'rinishda yoziladi.*

Ta'rifga ko'ra, istalgan to'plam o'zining qism to'plami bo'ladi:

$A \in A$; bo'sh to'plam esa, istalgan to'plamning qism to'plami bo'ladi.

Qism to'plamlar ikki turga bo'linadi: xos va xosmas qism to'plamlar. To'plamning o'zi va bo'sh to'plam *xosmas qism to'plam* deyiladi. Ulardan boshqa qism to'plamlar *xos qism to'plam* deyiladi.

Agar $A \in B$ va $B \in A$ bo'lsa, $A = B$ bo'ladi.

Bu xossadan ko'pincha to'plamlar tengligini isbotlashda foydalaniladi. Agar A to'plamning istalgan elementi B to'plamga tegishli ekani va B to'plamning istalgan elementi A to'plamga tegishli ekani isbotlangan bo'lsa, $A = B$, ya'ni bu to'plamlar tengligi haqida xulosa chiqariladi.

Bundan tashqari, A to'plamning istalgan elementi B to'plamga, B to'plamning istalgan elementi C to'plamga tegishli bo'lsa, A to'plamning hamma elementi C to'plamga tegishli bo'ladi, ya'ni $A \in B$ va $B \in C$ bo'lsa, $A \in C$ bo'ladi.

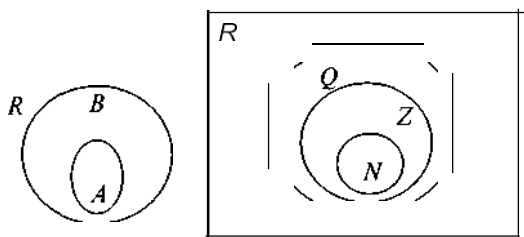
2-ta'rif. Agar $A_1, A_2, \dots, A_n$ to'plamlar A to'plamning qism to'plami bo'lsa, A to'plam $A_1, A_2, \dots, A_n$ to'plamlar uchun **universal to'plam** deyiladi.

Universal to'plam, odatda, J yoki U harflari bilan belgilanadi.

Masalan, N - barcha natural sonlar to'plami; Z - barcha butun sonlar to'plami; Q - barcha ratsional sonlar to'plami; R - barcha haqiqiy sonlar to'plami bo'lib, $N \in Z \in Q \in R$ shartlar bajariladi va R qolgan sonli to'plamlar uchun universal to'plam vazifasini bajaradi.

1.4. Eyler - Venn diagrammalari.

To'plamlar orasidagi munosabatlarni yaqqolroq tasavvur qilish uchun Eyler-Venn diagrammalaridan foydalaniladi. Bunda to'plamlar doira, oval yoki biror yopiq soha shaklida, universal to'plam esa, odatda, to'g'ri to'rtburchak shaklida tasvirlanadi (1.1-rasm).



1 - misol

$0 \leq x < 7$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi butun sonlar to'plamini bevosita elementlarini ko'rsatish va xarakteristik xossa orqali yozing.

Yechilishi: a) $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

b) $A = \{x \mid x \in Z, 0 \leq x < 7\}$

2 - misol.

$A = \{a, b, c, d, e, f, g, k\}$, $B = \{a, l, k\}$, $C = \{b, d, g, k, t\}$, $D = \{a, l\}$,

$E = \{e, f, k, g\}$ to'plamlar berilgan.

Ularning qaysilari A to'plamning xos qism to'plami bo'ladi?

D to'plam C to'plamning qism to'plamimi?

B to'plam qaysi to'plamning qism to'plami bo'ladi?

$n(A), n(B), n(C), n(D), n(E)$ sonlarni o'sish tartibida joylashtiring
 $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ to'plam berilganda, A va B to'plamlarni aniqlang.

$A = \{ \text{qism to'plam } T \subseteq S \mid |T| = 2 \}$

$B = \{ \text{qism to'plam } T \subseteq S \mid |T| = 2, \text{ agar } x, u \in T, \text{ unda } |x-u| \geq 2 \}$

Namuna: $A = \{a, b, c\}$ to'plamning barcha qism to'plamlarini toping. Yechilishi: $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$

3-misol

A, B va C to'plamlarning elementlari soni mos ravishda

10; 12 va 15 ta. $A \cup B \cup C$ to'plamning elementlari soni eng kamida nechta bo'la oladi?

Yechish: To'plamlar birlashmasining elementlari soni eng kam bo'lishi uchun to'plamlarning biri ikkinchisining qismi bo'lishi kerak.

$A \cup B \cup C$ to'plamning elementlari soni eng kam bo'lishi uchun $A, B \subset C$ shart bajarilishi kerak. U holda

$A \cup B \cup C = C$ bo'ladi, ya'ni $n(A \cup B \cup C) = n(C) = 15$

Javob: 15

4-misol.

Rasmda A, B va C to'plamlar tasvirlangan. $(A \cup B) \cap C$ to'plamning elementlarini aniqlang.

Yechish: Rasmga ko'ra:

$A \cup B = \{i, j, k, b, a, f, c, d, g, h\}$

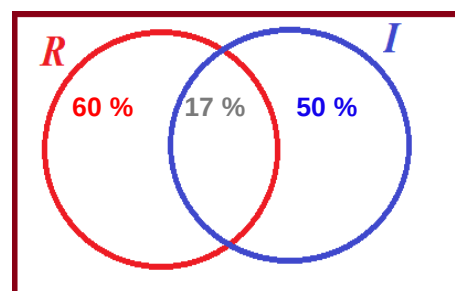
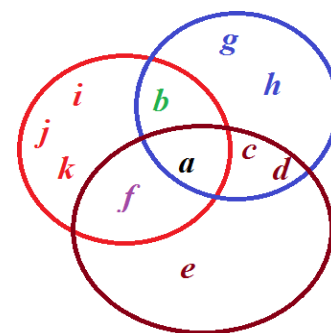
$C = \{f, a, c, d, e\}$

$(A \cup B) \cap C \Rightarrow A \cup B$ to'plamning C to'plam bilan kesishmasi. $(A \cup B) \cap C = \{a, c, d, f\}$

Javob: $\{a, c, d, f\}$

5-misol.

100 kishidan iborat sayyohlar guruhidan 60 % i ingliz tilini, 50 % i fransuz tilini, 17 % i esa har ikkala tilni ham biladi. Necha nafar sayyoh ingliz tilini ham, fransuz tilini ham bilmaydi?



$$\text{Yechish: } n(R \cup I) = n(R) + n(I) - n(R \cap I) \quad n(R \cup I) = 60 + 50 - 17 = 93$$

$$n((R \cup I)') = N - n(R \cup I) = 100 - 93 = 7$$

Javob: 7

6-misol.

30 nafar o'quvchidan $3x+1$ nafari rus tilini, $2x-1$ nafari ingliz tilini, $x-1$ nafari rus tilini ham ingliz tilini ham biladi. 5 nafari esa, rus tilini ham ingliz tilini ham bilmaydi.

Necha nafar o'quvchi rus tilini biladi?

$$\text{Yechish: } n(R \cup I) = n(R) + n(I) - n(R \cap I)$$

$$3x + 1 + 2x - 1 - (x - 1) = 4x + 1$$

$$n((R \cup I)') = N - n(R \cup I)$$

$$30 - (4x + 1) = 5$$

$$4x + 1 = 25 \quad x = 6$$

$$n(R) = 3x + 1 = 3 \cdot 6 + 1 = 19$$

Javob: 19.

7-misol

4 ga va 3 ga karrali sonlarda

tuzilgan qism to'plamlarini aniqlang va bu to'plamlar orasida teng, teng quvatli to'plamlar mavjudmi agar bo'lsa ularni ko'rsating.

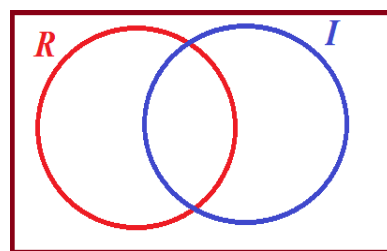
Namuna: $A = \{a, b, c\}$ to'plamning barcha qism to'plamlarini toping. Yechilishi: $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

1-masala.

$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ to'plamning barcha qism to'plamlarini yozing va ular sonini aniqlang.

$B = \{a; b; c; d\}$ to'plamning barcha qism to'plamlarini yozing va ular sonini aniqlang.



2-masala.

Agar $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, X < 72\}$ bo'lsa, shu to'plamning

9ga karrali;

5ga karrali bo'lmagan;

4ga va 3 ga karrali sonlarda tuzilgan qism to'plamlarini aniqlang.

3-masala.

Quyidagi to'plamning nega bo'sh to'plam ekanligini tushuntiring: Quyidagi to'plamning nega bo'sh to'plam ekanligini tushuntiring:

a) $\{x / x \in \mathbb{N}, x < -1\}$;

b) $\{x / x \in \mathbb{N}, 15 < x < 16\}$;

e) $\{x / x > 7, x < 5\}$.

4-masala.

To'plamlar jufti berilgan:

$A = \{\text{Navoiy, Bobur, Furqat, Nodirabegim}\}$ va B —barcha shoir va shoiralar to'plami;

C — qavariq to'rtburchaklar to'plami va D — to'rtburchaklar to'plami;

E – Samarqand olimlari to'plami, F – O'zbekiston olimlari to'plami;

K – barcha tub sonlar to'plami, M – manfiy sonlar

Qaysilari bo'sh to'plam ekanligini aniqlang:

a) $3x + 15 = 4(x - 8)$;

b) $2x + 4 = 4$;

d) $2(x - 5) = 3x$;

e) $x^2 - 4 = 0$;

f) $x^2 + 16 = 0$;

g) $(2x + 7)(x - 2) = 0$.

5-masala.

To'plamlar jufti berilgan:

$A = \{\text{Boshlang'ich ta'lim talabalari to'plami}\}$ va B – TIPI talabalari to'plami;

E – barcha ratsional sonlar to'plami, F – barcha butun sonlar to'plami;

K – Oydagi daraxtlar to'plami, M – suv osti quruq toshlar to'plami.

Y – BOT fakulteti talabalari to‘plami, A- talaba qizlar to‘plami,
i) B – a’lochi talabalar to‘plami, C – sportchi talabalar to‘plami bo‘lsa,
Agar C — «Ikki xonali juft sonlar» to‘plami, D — «10 ga karrali ikki
xonali sonlar»to‘plami bo‘lsa, Agar A— natural sonlar to‘plami, B—
beshga karrali natural sonlar to‘plami bo‘lsa,
Juftlikdagi to‘plamlardan qaysi biri ikkinchisining qism to‘plami bo‘lishini
aniqlang.



2.1. To'plamlarning birlashmasi.

1-t a' r if. A va B to'plamlarning **birlashmasi** deb, bu to'plamlarning hech bo'lmaganda biriga tegishli bo'lgan elementlar to'plamiga aytiladi va $A \cup B$ ko'rinishida belgilanadi.

To'plamlar birlashmasi belgilar yordamida $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ va } x \in B\}$ yoki ko'rinishda yoziladi.

$$1. B \subseteq A \Rightarrow A \cup B = A.$$

$$2^\circ. A \cup B = B \cup A \text{ (kommutativlik xossasi).}$$

$$3'. A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \text{ (assotsiativlik xossasi).}$$

$$4'. A \cup \emptyset = A.$$

$$5'. A \cup A = A.$$

$$6'. A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \text{ (kesishmaning birlashmaga nisbatan distributivlik xossasi).}$$

$$T. A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \text{ (birlashmaning kesishmaga nisbatan distributivlik xossasi).}$$

2.2. To'plamlarning kesishmasi.

2-t a' r if. A va B to'plamlarning **kesishmasi** deb, bu to'plamlarning ikkalasiga ham bir vaqtda tegishli bo'lgan elementlar to'plamiga aytiladi va $A \cap B$ ko'rinishida belgilanadi.

To'plamlar kesishmasi belgilar yordamida $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ va } x \in B\}$ ko'rinishda yoziladi.

To'plamlar kesishmasi ularning umumiy qismidir. Umumiy qismga ega bo'lmagan to'plamlar kesishmasi bo'sh to'plamdir. Bu holda A va B to'plamlar kesishmaydi deyiladi va $A \cap B = \emptyset$ ko'rinishda yoziladi. Masalan, juft natural sonlar to'plami va toq natural sonlar to'plami umumiy elementga ega emas, ya'ni kesishmaydi.

Umumiy qismga ega bo'lgan to'plamlar *kesishadi* deyiladi va $A \cap B \neq \emptyset$, ya'ni A va B to'plamlar kesishmasi bo'sh emas, deb yoziladi. Masalan, 2 ga karrali natural sonlar va 5 ga karrali natural sonlar to'plamlari umumiy elementga ega, ya'ni kesishadi yoki kesishmasi bo'sh emas. Bu to'plamlar kesishmasi barcha 10 ga karrali natural sonlardan iborat bo'ladi.

2.3. To'plamlar ayirmasi. To'ldiruvchi to'plam.

3-t a' r if. A va B to'plamlarning **ayirmasi** deb, A to'plamning B to'plamga kirmaydigan elementlari to'plamiga aytiladi va $A \setminus B$ ko'rinishda belgilanadi.

$(A \setminus B)$ ayirmani belgilar yordamida $A \setminus B = \{x | x \in A \text{ va } x \notin B\}$

ko'rinishda yozish mumkin.

4-t a' r if. B to'plamning A to'plamga **to'ldiruvchi to'plami** deb shunday $B \cup A'$ to'plamga aytiladiki, bu to'plamning B to'plam bilan birlashmasi A to'plamga teng bo'ladi.

A va B to'plamlarni universal to'plamgacha to'ldiruvchi to'plamlar A' va B' bilan belgilanadi.

2.4. To'plamlarning dekart ko'paytmasi.

5-t a' r if. A va B to'plamlarning **dekart ko'paytmasi** deb, 1-elementi A to'plamdan, 2-elementi B to'plamdan olingan $(a; b)$ ko'rinishdagi barcha tartiblangan juftliklar to'plamiga aytiladi. Dekart ko'paytma $A \times B$ ko'rinishda belgilanadi: $A \times B = \{(a; b) | a \in A \text{ va } b \in B\}$.

Masalan: $A = \{2; 3; 4; 5\}$, $B = \{a; b; c\}$ bo'lsa, $A \times B = \{(2; a), (2; b), (2; c), (3; a), (3; b), (3; c), (4; a), (4; b), (4; c), (5; a), (5; b), (5; c)\}$ bo'ladi.

1 - misol.

$P = \{30 \text{ ning bo'luvchilari}\}$ va $Q = \{40 \text{ ning bo'luvchilari}\}$ bo'lsin. $P \cup Q$ ni toping?

Yechish: 30 ning bo'luvchilari $\Rightarrow 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$.

40 ning bo'luvchilari $\Rightarrow 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40$.

$P = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$ va $Q = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$

Javob: $P \cup Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 20, 30, 40\}$

4-misol.

$P = \{30 \text{ ning bo'luvchilari}\}$ va $Q = \{40 \text{ ning bo'luvchilari}\}$ bo'lsin. $P \cap Q$ ni toping?

Yechish: 30 ning bo'luvchilari $\Rightarrow 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$.

40 ning bo'luvchilari $\Rightarrow 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40$.

$P = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$ va $Q = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$

Javob: $P \cap Q = \{1, 2, 5, 10\}$

2-misol.

$P = \{30 \text{ ning bo'luvchilari}\}$ va $Q = \{40 \text{ ning bo'luvchilari}\}$ bo'lsin. $P \setminus Q$ ni toping?

Yechish: 30 ning bo'luvchilari $\Rightarrow 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$.

40 ning bo'luvchilari $\Rightarrow 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40$.

$P = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$ va $Q = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$

Javob: $P \setminus Q = \{3, 6, 15, 30\}$

3-misol.

$A = \{1; 2; 3; 4\}$, $C = \{x: x = 2n - 1, n \in A\}$ bo'lsa, $A \cap C$ to'plamni aniqlang?

Yechish: C to'plamning elementlarini aniqlashtiramiz:

$2n - 1$ dagi n ning o'rniga A to'plamning elementlarini qo'yamiz. Natijada, $C = \{1, 3, 5, 7\}$ hosil bo'ladi. U holda

$A = \{1; 2; 3; 4\}$, $C = \{1, 3, 5, 7\}$ bo'lib, $A \cap C = \{1, 3\}$ bo'ladi.

Javob: $A \cap C = \{1, 3\}$

4 misol.

$A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$ Agar $A = \{\text{qizil, qora, oq}\}$, va $B = \{\text{yashil, sariq, ko'k}\}$, u holda

$A \times B = \{(\text{qizil, yashil}), (\text{qizil, sariq}), (\text{qizil, ko'k}), (\text{qora, yashil}), (\text{qora, sariq}), (\text{qora, ko'k}), (\text{oq, yashil}), (\text{oq, sariq}), (\text{oq, ko'k})\}$

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

1. a element $A = \{a; b; c; d; e; f\}$ to'plamning nechta qism to'plamiga tegishli bo'ladi?

2. $A = \{a; b; c; d; e; f\}$ to'plamning elementlari soni 2 ta bo'lgan nechta qism to'plami bor?
3. A to'plam 48 sonining butun bo'luvchilaridan tashkil topgan bo'lsa, A to'plamning elementlari sonini aniqlang.
4. Rasmdan foydalanib, $((A \cap B) \cup C) \cap D$ to'plamning elementlari sonini toping.
5. $A = \{1, 2, 3, a, c\}$, $B = \{2, a, b\}$ berilgan bo'lsa, $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \times B$ larni toping.
6. $A = \{1; 3\}$, $B = \{2; 4\}$ berilgan bo'lsa, $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \times B$ larni toping.
7. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b\}$ berilgan bo'lsa, $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \times B$ larni toping.
8. $A = \{1; 2\}$, $B = \{3; 4\}$ berilgan bo'lsa, $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \times B$ larni toping.
9. $A = \{2; 3\}$, $B = \{4; 5\}$ berilgan bo'lsa, $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \times B$ larni toping.



3.1. To'plamlarni o'zaro kesishmaydigan to'plam ostilariga(sinflarga) ajratish tushunchasi.

Qoida: A to'plam quyidagi 2 shartni qanoatlantirsa u sinflarga ajratilgan deyiladi.

$A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ sinflarga

1) $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$

qism to'plamlar jufti-jufti bilan o'zaro kesishmasa, ya'ni

$A_i \cap A_j = \emptyset$, bu yerda $i, j = 1, 2, \dots, n, \dots$ va $i \neq j$;

2) $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ qism to'plamlarning birlashmasi A to'plam bilan mos tushsa ya'ni

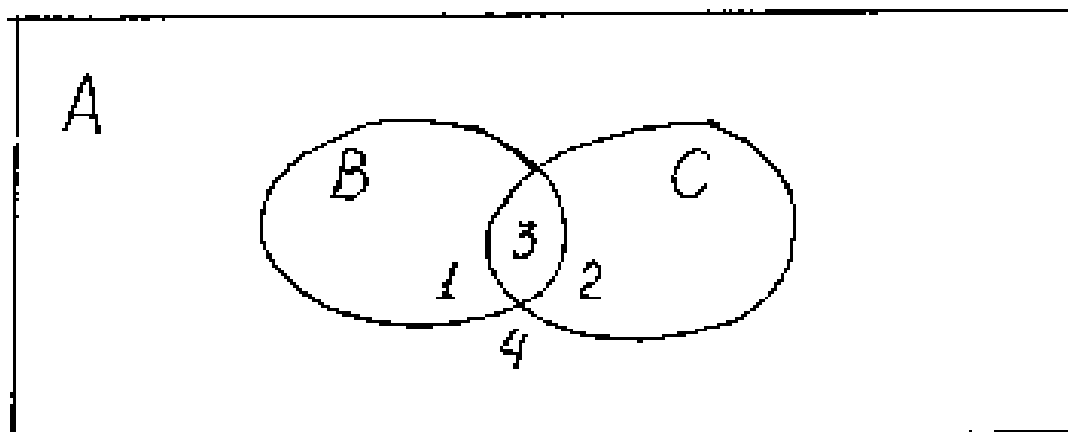
$$A = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$$

To'plamlarni sinflarga ajratish masalasi klassifikatsiya deyiladi. Klassifikatsiya – bu sinf ichida ob'ektlarning o'xshashligi va ularning boshqa sinflardagi ob'ektlardan farq qilishi asosida sinflar bo'yicha ob'ektlarni ajratish amalidir.

Masalan: uchburchaklarning A to'plamini uchta sinfga ajratish mumkin: o'tkir burchakli, to'g'ri burchakli, o'tmas burchakli uchburchaklar. Haqiqatan ham, ajratilgan to'plam ostilari jufti-jufti bilan kesishmaydi. Boshqacha aytganda, birinchidan, o'tkir burchakli uchburchaklar ichida o'tmas va to'g'ri burchakli uchburchaklar yo'q, to'g'ri burchakli uchburchaklar ichida o'tkir va o'tmas burchakli uchburchaklar yo'q, shuningdek o'tmas burchakli uchburchaklar ichida o'tkir va to'g'ri burchakli uchburchaklar yo'q.

ikkinchidan, o'tkir, to'g'ri va o'tmas burchakli uchburchaklar birlashmasi uchburchaklar to'plami A to'plam bilan mos tushadi.

- ▶ To'plamlarni sinflarga ajratishda sinflar soni chekli yoki cheksiz bo'lishi mumkin. Masalan: Natural sonlar to'plamini bir necha usul bilan sinflarga ajratish mumkin.
- ▶ 1.toq va juft sonlar sinfi;
- ▶ 2.tub va murakkab sonlar sinfi;
- ▶ 3.bir xonali, ikki xonali, uch xonali,...,xonali sonlar sinfi:
- ▶ Bunda 1 va 2-holda sinflar soni chekli; 3-holda sinflar soni cheksiz.
- ▶ Shuning bilan birga berilgan to'plamning har qanday qism to'plamlari sistemasi ham to'plamni sinflarga ajratishni ifodalab bermasligini qayd qilish kerak.
- ▶ Masalan: A – auditoriyadagi talabalar to'plami, a -sinovlarni topshirganlik xossasi bo'lsa, B -sinovlarni topshirgan, C esa sinovlarni topshirmagan talabalar to'plami bo'ladi.
- ▶ Endi to'plamni ikkita xossaga ko'ra sinflarga ajratishni qaraymiz.
- ▶ A to'plam va a, b xossalari berilgan bo'lsin. A to'plam elementlari a, b xossalarga ega bo'lishi, bo'lmasligi ham mumkin.
- ▶ a xossaga ega bo'lgan va b xossaga ega bo'lmagan elementlar to'plami – 1 sinf;
- ▶ a xossaga ega bo'lmagan va b xossaga ega bo'lgan elementlar to'plami – 2 sinf;
- ▶ $v)$ a va b xossalarga ega bo'lgan elementlar to'plami – 3 sinf;
- ▶ $g)$ a va b xossalarga ega bo'lmagan elementlar to'plami – 4 sinf.
- ▶ Bu sinflardan ayrimlari bo'sh to'plam ham bo'lishi mumkin. Bu 4 ta sinf Eyler-Venn diagrammasi yordamida quyidagicha tasvirlanadi. (chizma)



3.2. Ikki to‘plam elementlari orasidagi moslik. Moslik turlari

Ikki to‘plam elementlari orasidagi moslikni ko‘rishdan oldin, ikki to‘plam dekart ko‘paytmasi va uning qism to‘plamlarini misollar yordamida eslaylik. Aytaylik bizga

$X = \{a, b, c\}$ va $Y = \{m, n\}$ to‘plamlari berilgan bo‘lsin.

U holda

$$X \times Y = \{(a; m), (a; n), (b; m), (b; n), (c; m), (c; n)\}$$

ga ega bo‘lamiz. Bu dekart ko‘paytma 6 ta qism

to‘plamga ega.

Moslik turlari

1-Ta’rif: $X \times Y$ dekart ko‘paytmaning istalgan Gf qism to‘plami X va Y to‘plamlar orasidagi binar moslik deyiladi. Binar so‘zi lotincha bis so‘zidan olingan bo‘lib, ikki to‘plam elementlari orasida so‘z borishini bildiradi.

Moslik lotin alifbosining f, d, t, s yoziladi: $f: A \rightarrow B$

kabi harflari bilan belgilanadi va quyidagicha bo‘ladi.

Bizga ma’lum bo‘lgan funksiyalarning hammasi moslik tushunchasiga misol bo‘ladi.

X to‘plam moslikning birinchi to‘plami deyiladi. X to‘plamning moslikda ishtirok etuvchi elementlari to‘plami moslikning aniqlanish sohasi deyiladi.

Y to‘plam moslikning ikkinchi to‘plami deyiladi. Y to‘plamning moslikda qatnashgan elementlari to‘plami moslikning qiymatlar to‘plami deyiladi.

$Gf \subseteq X \times Y$ to'plam moslikning grafigi deyiladi. Gf grafik biror R moslikdagi (x, y) juftliklar to'plami ya'ni xRy , bu yerda

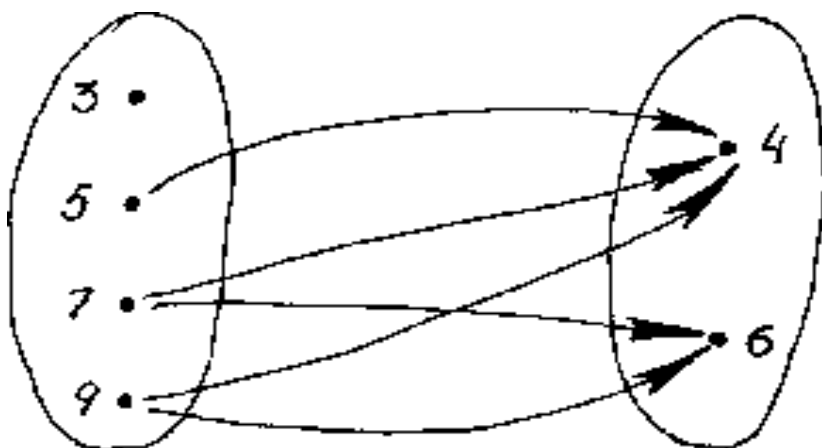
$x \in X$,

$y \in Y$

Ikki to'plam orasidagi moslikni nuqtalar va yo'nalishli kesmalar (strelkalar) yordamida tasvirlovchi rasmlar moslikning grafi deyiladi.

Chekli to'plamlar orasidagi moslik graflar yordamida ko'rgazmali tasvirlanadi.

Misollar: 1. $X = \{3, 5, 7, 9\}$ va $Y = \{4, 6\}$ to'plamlar orasidagi «katta» mosligining grafigini yasaymiz. Buning uchun berilgan to'plamlar elementlarini nuqtalar bilan belgilaymiz va X to'plam elementlarini tasvirlovchi nuqталardan Y to'plam elementlarini tasvirlovchi nuqtalarga strelkalar o'tkazamiz (chizma)



Misollar:

1-misol.

Uchburchaklarning A to'plamini uchta sinfga ajratish mumkin: o'tkir burchakli, to'g'ri burchakli, o'tmas burchakli uchburchaklar. Haqiqatan ham, ajratilgan to'plam ostilari jufti-jufti bilan kesishmaydi. Boshqacha aytganda,

Birinchidan, o'tkir burchakli uchburchaklar ichida o'tmas va to'g'ri burchakli uchburchaklar yo'q, to'g'ri burchakli uchburchaklar ichida o'tkir va o'tmas burchakli uchburchaklar yo'q, shuningdek o'tmas burchakli uchburchaklar ichida o'tkir va to'g'ri burchakli uchburchaklar yo'q.

Ikkinchidan, o'tkir, to'g'ri va o'tmas burchakli uchburchaklar birlashmasi uchburchaklar to'plami A to'plam bilan mos tushadi.

To'plamlarni sinflarga ajratishda sinflar soni chekli yoki cheksiz bo'lishi mumkin.

2-misol.

Natural sonlar to'plamini bir necha usul bilan sinflarga ajratish mumkin.

1. toq va juft sonlar sinfi;

2. tub va murakkab sonlar sinfi;

3. bir xonali, ikki xonali, uch xonali, ..., n -xonali sonlar sinfi:

Bunda 1 va 2-holda sinflar soni chekli; 3-holda sinflar soni cheksiz.

Shuning bilan birga berilgan to'plamning har qanday qism to'plamlari sistemasi ham to'plamni sinflarga ajratishni ifodalab bermasligini qayd qilish kerak.

3-misol.

A – auditoriyadagi talabalar to'plami, a -sinovlarni topshirganlik xossasi bo'lsa, B -sinovlarni topshirgan, C esa sinovlarni topshirmagan talabalar to'plami bo'ladi.

Endi to'plamni ikkita xossaga ko'ra sinflarga ajratishni qaraymiz.

A to'plam va a, b xossalar berilgan bo'lsin. A to'plam elementlari a, b xossalarga ega bo'lishi, bo'lmasligi ham mumkin.

4-misol.

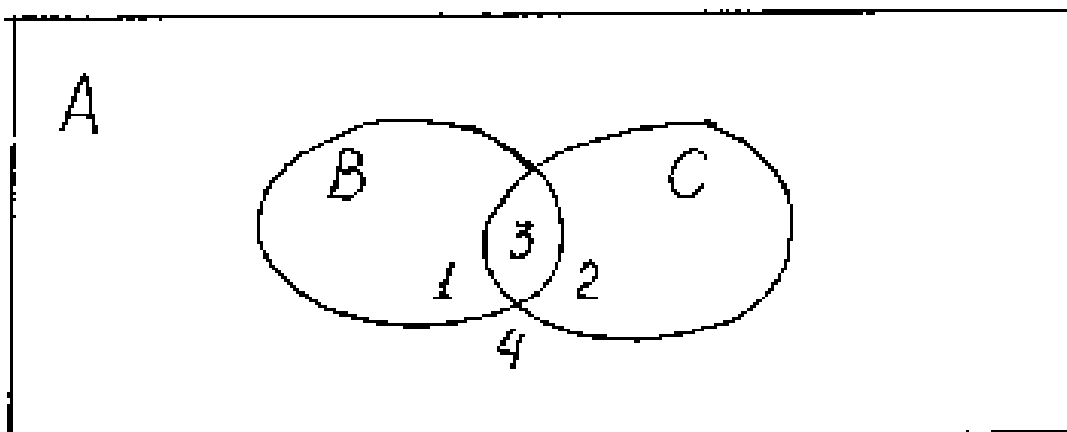
a xossaga ega bo'lgan va b xossaga ega bo'lmagan elementlar to'plami – 1 sinf;

a xossaga ega bo'lmagan va b xossaga ega bo'lgan elementlar to'plami – 2 sinf;

a va b xossalarga ega bo'lgan elementlar to'plami – 3 sinf;

a va b xossalarga ega bo'lmagan elementlar to'plami – 4 sinf.

Bu sinflardan ayrimlari bo'sh to'plam ham bo'lishi mumkin. Bu 4 ta sinf Eyler-Venn diagrammasi yordamida quyidagicha tasvirlanadi. (2-chizma)



5-misol.

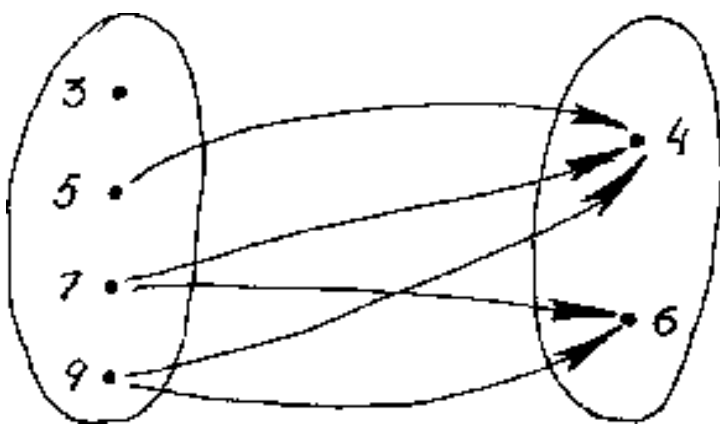
Ikki to‘plam elementlari orasidagi moslikni ko‘rishdan oldin, ikki to‘plam dekart ko‘paytmasi va uning qism to‘plamlarini misollar yordamida eslaylik. Aytaylik bizga $X = \{a, b, c\}$ va $Y = \{m, n\}$ to‘plamlari berilgan bo‘lsin.

U holda

$$X \times Y = \{(a; m), (a; n), (b; m), (b; n), (c; m), (c; n)\}$$

ga ega bo‘lamiz. Bu dekart ko‘paytma 6 ta qism to‘plamga ega.

Misollar: 1. $X = \{3, 5, 7, 9\}$ va $Y = \{4, 6\}$ to‘plamlar orasidagi «**katta**» mosligining grafigini yasaymiz. Buning uchun berilgan to‘plamlar elementlarini nuqtalar bilan belgilaymiz va X to‘plam elementlarini tasvirlovchi nuqtalardan Y to‘plam elementlarini tasvirlovchi nuqtalarga strelkalar o‘tkazamiz. (3-chizma)



6-misol.

$A = \{4, 5, 7\}$ va $B = \{-1, 2, 3, 4\}$ to‘plamlar berilgan bo‘lsin. U holda A va B to‘plamlarning to‘g‘ri ko‘paytmasi quyidagicha bo‘ladi:

$$A \times B = \{(4;-1), (4;2), (4;3), (4;4), (5;-1), (5;2), (5;3), (5;4), (7;-1), (7;2), (7;3), (7;4)\}$$

7-misol.

$P = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ to'plamni qanday sinflarga ajratganini tushintiring:

a) $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6, 8\}, C = \{7, 9\};$

b) $A = \{5\}, B = \{3, 4, 8, 9\}, C = \{1, 6\}; .$

v) $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6, 8\}, C = \{5, 7, 9\}$

g) $A = \{1, 3\}, B = \{4, 6, 8\}, C = \{5, 6, 9\}.$

8-misol.

$A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, B — to'plamning qism to'plami bo'lib, 3 — ga karali sonlar to'plami;

C — to'plam uning qism to'plami bo'lib, 3 — ga bo'lganda 1 qoldiq qoladigan sonlar to'plami; D — to'plamning qism to'plami bo'lib, 3 — ga bo'lganda 2 qoldiq qoladigan sonlar to'plami; A to'plamni o'zaro kesishmaydigan B, C va D sinflarga ajratish mumkin mi?

9-misol

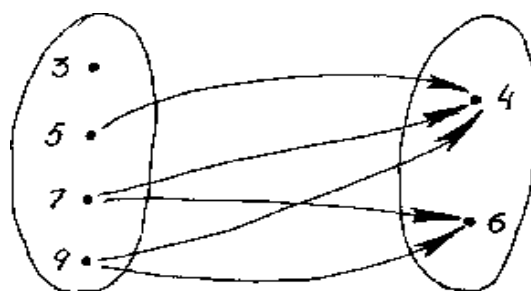
Eyler doiralari orqali elementlarining xarakteristik xossasi bilan berilgan to'plamlar ustida amallarni ko'ramiz.

I- sinfdagi o'quvchilar to'plami.

K- maktabdagi o'g'il bolalar to'plami.

S-sport bilan shug'ullanuvchi o'quvchilar to'plami.

Buning uchun berilgan to'plamlar elementlarini nuqtalar bilan belgilaymiz va X to'plam elementlarini tasvirlovchi nuqtalardan Y to'plam elementlarini tasvirlovchi nuqtalarga strelkalar o'tkazamiz (4-chizma)



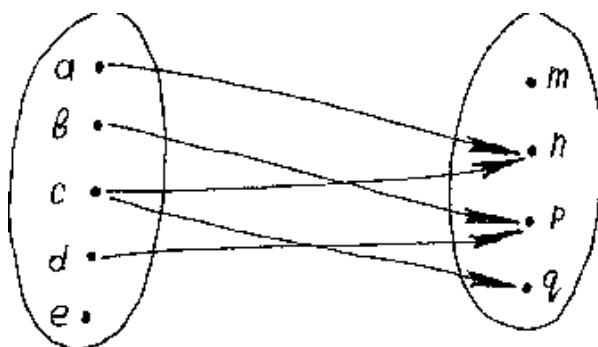
4-chizma

Natijada biz X va Y to'plamlar elementlari orasidagi «katta» mosligiga ega bo'lamiz.

10- misol.

$X = \{a, b, c, d, e\}$, $Y = \{m, n, p, q\}$

$G_f = G_f \setminus \{(a; n), (b; p), (c; n), (c; q), (d; p)\}$ grafini chizaylik (5-chizma)



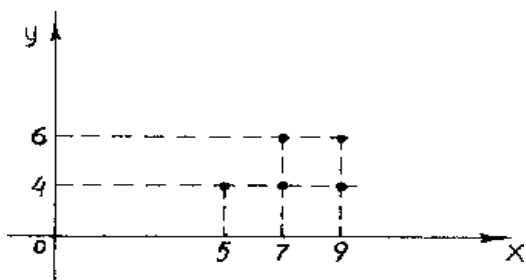
5-chizma

Bunda aniqlanish sohasi $\{a, b, c, d\}$

Qiymatlar to'plami $\{n, p, q\}$

X va Y sonli to'plamlar elementlari orasidagi moslik koordinata tekisligidagi grafik yordamida tasvirlanadi.

Buning uchun R moslikda bo'lgan barcha sonlar jufti koordinata tekisligida nuqtalar bilan tasvirlanadi. Buning natijasida hosil bo'lgan figura R moslikning grafigi bo'ladi. Yuqoridagi misolni grafigini chizamiz. (6-chizma)

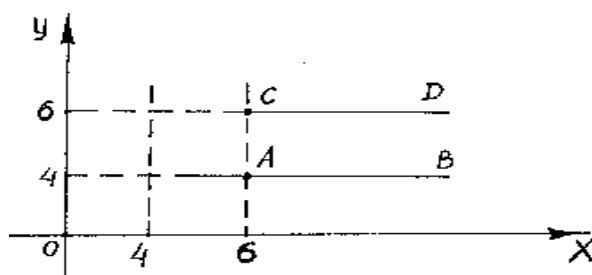


6-chizma

Moslikni bunday tasvirlash ularni berilgan moslikda cheksiz ko‘p sonlar jufti bo‘lganda ko‘rgazmali tasvirlash imkonini beradi.

11- misol.

$X \in R$ va $Y \in \{4,6\}$ to‘plamlar orasidagi «katta» mosligini qaraylik va grafigini yasaylik moslikni $[AB)$ va $[CD)$ nurlar ifodalaydi. (7-chizma)



7-chizma

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

1-masala

$X = \{453; 0; 524; 264; 135; 122\}$ va $U = \{3; 4; 5; 9\}$ to‘plamlar orasida R “ x son y songa karrali” munosabati berilgan. Bunda $x \in X$ va $y \in U$. Munosabat grafigini yasang. Bu grafda 135 dan 9 ga boruvchi strelka bormi?

2-masala

$A = \{3; 15\}$ va $B = \{7; 18\}$ to‘plamlar berilgan. Bu to‘plamlar orasidagi Dekart ko‘paytmani tuzing va barcha qism to‘plamlarni aniqlang. Hosil bo‘lgan qism to‘plamlardan qaysilari:

a) “kichik”, v) “katta”, s) “katta yoki teng” munosabatlariga to‘g‘ri keladi?

$X = \{x \in \mathbb{N}, x \leq 6\}$, $Y = \{y \in \mathbb{N}, 9 \leq y \leq 24\}$ to‘plam elementlari orasida C : « x soni

y sonining bo'luvchisi, bunda $x \in X$, $y \in Y$ moslik berilgan bo'lsa, uning grafigini

yasang.

3-masala. $P = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ to'plamni qanday sinflarga ajratganini tushintiring:

a) $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6, 8\}, C = \{7, 9\};$

b) $A = \{5\}, B = \{3, 4, 8, 9\}, C = \{1, 6\};$.

v) $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6, 8\}, C = \{5, 7, 9\}$

g) $A = \{1, 3\}, B = \{4, 6, 8\}, C = \{5, 6, 9\}.$

4-masala. $A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, B — to'plam A to'plamning qism to'plami bo'lib, 3 – ga karali sonlar to'plami;

C — to'plam uning qism to'plami bo'lib, 3 – ga bo'lganda 1 qoldiq qoladigan sonlar to'plami; D — to'plam uning qism to'plami bo'lib, 3 – ga bo'lganda 2 qoldiq qoladigan sonlar to'plami; A to'plamni o'zaro kesishmaydigan B, C va D sinflarga ajratish mumkinmi?

5-masala. Sinflarga ajratishning barcha xossalari bajarilgan mi?

a) Burchaklar to'plamini to'g'ri burchak, o'tkir burchak, o'tmas burchak dep sinflarga ajratish mumkin mi?

b) O'zbek tilidagi tovushlar to'plami — unli va undosh;

v) maktab o'quvchilarini — intizomli, a'lochi o'quvchilarga,

g) koordinata to'g'ri chizig'ida sonlarni ikki to'plamga ajratsak $] - \infty; 2[$ va $] 2 + \infty[;$

6-masala. Haqiqiy sonlar to'plamini ikki sinfga ajratdik deyish to'g'rimi? Haqiqiy sonlar to'plamini 3 sinfga ajratish mumkin mi? 4 sinfga ajratish mumkin mi? Javobingizni chizmalarda ko'rsating.

7-masala. Qaysi xolatlarda sinflarga ajratish to'g'ri bajarilgan:

a) Uchburchaklar to'g'ri burchakli, o'tmas burchakli, teng yonli bo'ladi;

b) Burchaklar to'g'ri, o'tkir va yoyiqburchak etib sinflarga ajratiladi;

v) Butun sonlar to'plami natural sonlar, 0 soni va manfiy sonlar;

g) O'zbek tilida zamonlar o'tgan zamon, kelasi zamon, hozirgi zamon bo'lib bo'linadi;



1.1. Kombinatorika elementlari.

Kombinatorika matematikaning diskret obyektlar (tanlanmalar) va ularning orasidagi munosabatlarni organuvchi boʻlimi hisoblanadi. “Kombinatorika” atamasi fanga 1666 yil Leybnits tomonidan olib kirilgan. Kombinatorikaning ozi ham bir necha qismalarga bolinadi:

- Hisoblash kombinatorikasi;
- Strukturaviy kombinatorika;
- Ekstremal kombinatorika;
- Ehtimolliklar kombinatorikasi;
- Topologik kombinatorika

-Ramsey nazariyasi va hokazo. Kombinatorikaning asosiy maqsadi qaralayotgan kombinatorika obyektlari sonini aniqlashdan iboratdir. Kombinatorika obyekti deb qaralayotgan toʻplamning malum bir xususiyatga ega boʻlgan elementiga aytiladi. Matematikaning bir toʻplam elementlaridan, talab qilingan shartlarni qanoatlantiruvchi xar xil birlashmalarni (kombinatsiyalarni) tuzish haqidagi masalasini oʻrganish sohasi kombinatorika deyiladi. Bazi kombinatorika ehtimollar nazariyasiga kirish deb qaraladi, chunki kombinatorika usullari ehtimollar nazariyasi hodisa voqealarni biror aniq xolatda oʻrganishda muxim ahamiyatga ega. Ehtimollar nazariyasida “birlashma” (kombinatsiya) deb aytishning oʻrniga “tanlanma” deb aytish qaboʻl qilingan. Kombinatorikada tanlanma oʻrinlashtirish, oʻrinalmashtirish, gurppalash (guruhlash) koʻrinishda qaraladi.

1.2. Yigʻindi qoidasi. Kombinatorikada toʻplamlar birlashmasi elementlari sonini hisoblash masalasi yigʻindi qoidasi deb ataladi.

- 1) Agar $A \cap B = \emptyset$ boʻlsa, $n(A \cup B)$
 $= n(A) + n(B)$ (1) boʻladi.

Yaʼni kesishmaydigan A va B toʻplamlar birlashmasi elementlari soni shu toʻplamlar elementlari sonlarining yigʻindisiga teng.

- 2) Agar $A \cap B \neq \emptyset$ boʻlsa,
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ (2) boʻladi. Yaʼni umumiy elementga ega ikki toʻplam birlashmasi elementlari soni toʻplamlarning har biri elementlari sonlari yigʻindisidan ularning umumiy elementlari sonining ayrilganiga teng.
(2) formula (1) formulaning umumiy holi boʻlib, (1) formulada $n(A \cap B) = 0$, yaʼni toʻplamlarning umumiy elementi yoʻq.

- 3) Yigindi qoidasi umumiy elementga ega boʻlgan uchta A, B, C toʻplam uchun quyidagicha yoziladi: agar $A \cap B \cap C = \emptyset$ boʻlmasa,
 $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$
(3) boʻladi.

formula bilan yechiladigan kombinatorika masalasi umumiy holda quyidagicha ifodalanadi: agar x elementni k usul, y elementni m usul bilan tanlash mumkin boʻlsa, «x yoki y» elementni $k + m$ usul bilan tanlash mumkin.

1-masala. Do‘konda 4 xil olma va 2 xil nok bor bo‘lsa, 1 ta mevani $4 + 2 = 6$ usul bilan tanlash mumkin.

2-masala: 40 talabadan 35 tasi matematika imtihonini, 37 tasi rus tili imtihonini topshira oldi. 2 nafar talaba ikkala fandan «2» oldi. Nechta qarzdor talaba bor? Yechish. A — matematika fanidan «2» olgan, B - rus tili fanidan «2» olgan talabalar to‘plami bo‘lsin.

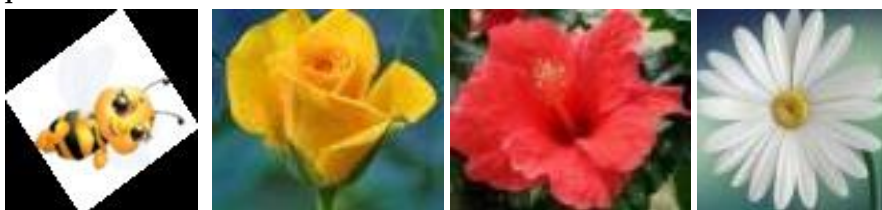
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A) = 40 - 35 = 5 \quad n(A \cap B) = 2.$$

$$n(B) = 40 - 37 = 3 \quad n(A \cup B) = 5 + 3 - 2 = 6.$$

Javob: 6 ta qarzdor talaba bor.

3-masala. Qizil, sariq va oq gullar yonma-yon ochilib turibdi. Asalari har bir gulga faqat bir marta qo‘nishi mumkin. U hamma gullarni necha usulda aylanib chiqa oladi?



1) oq, sariq, qizil 4) sariq, oq, qizil

2) oq, qizil, sariq 5) qizil, sariq, oq

3) sariq, qizil, oq 6) qizil, oq, sariq

1.3. Ko‘paytirish qoidasi.

Chekli to‘plamlarning dekart ko‘paytmasi elementlari sonini topishga imkon beradigan qoida **ko‘paytma qoidasi** deyiladi.

X va Y chekli to‘plamlar dekart ko‘paytmasining elementlari soni X to‘plam bilan Y to‘plamdagi elementlari sonlarining ko‘paytmasiga teng. X va Y to‘plamlar dekart ko‘paytmasi (x, y) ko‘rinishidagi juftliklardan iborat bo‘lib, bu juftliklar soni nechta degan savolga ko‘paytirish qoidasi javob beradi. Bu juftliklarni tuzaylik.

$$X = \{x_1, x_2 \dots x_n\} \text{ va } Y = \{y_1, y_2, \dots y_m\}$$

$$X \times Y$$

$$(x_1; y_1) (x_1; y_2) \dots (x_1; y_m)$$

$$(x_2; y_1) (x_2; y_2) \dots (x_2; y_m)$$

.....

$$(x_n; y_1) (x_n; y_2) \dots (x_n; y_m)$$

Bu yerda har bir satrda m ta juftlik bor bo'lib, har bir ustunda n ta juftlik bor bo'lib, hammasi bo'lib bu yerdagi juftliklar soni $m \cdot n$ juftlik bor.

$$r(X \times Y) = r(X) \cdot r(Y)$$

Bu qoida n ta to'plam uchun ham to'g'ri.

$$r(X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n) = r(X_1) \cdot r(X_2) \dots \cdot r(X_n)$$

4-masala. Onasi Nargizaga „Korzinka“ supermarketidan 3 xil meva xarid qilishni aytdi. „Korzinka“ da 6 xil olma, 4 xil nok, 5 xil uzum bor. Nargiza mevalarning har bir xilidan 1 kg dan olib, nechta turli to'plam tuza oladi?

Yechish: To'plam 3 xil mevadani tashkil topadi: olma, nok va uzumdan. Imkoniyatlar olmada 6 ta, nokda 4 ta, uzumda 5 ta jami $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ ta.

5-masala.

Nechta 4 xonali sonda faqatgina bitta 5 raqami bor?

Yechish. To'rt xonali son abcd bo'lsin,

1-hol. 5bcd bo'lsa $9 \cdot 9 \cdot 9$ ta imkoniyat,

2-hol a5cd bo'lsa $8 \cdot 9 \cdot 9$ ta imkoniyat,

3-hol ab5d bo'lsa $8 \cdot 9 \cdot 9$,

4-hol abc5 bo'lsa $8 \cdot 9 \cdot 9$ ta imkoniyat. Jami: $9 \cdot 9 \cdot 9 + 3 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 9 = 2673$

6-masala.

Aylanada: a) 10 ta; b) 100 ta; d) n ta nuqta belgilangan. Har bir nuqta qolgan har bir nuqta bilan tutashtirilsa, har bir holda jami nechta kesma hosil bo'ladi?

Yechish.

A) Har bir 10 ta nuqtadan 9 ta to'g'ri chiziq chiqadi. Jami 90 ta. Ammo har bir kesma ikki marta sanalgan shuning uchun $90/2 = 45$ ta

B) $100 \cdot 99/2 = 4950$ ta

D) Har bir n ta nuqtadan $n-1$ ta to'g'ri chiziq chiqadi.

Jami $n(n-1)$ ta. Ammo har bir kesma ikki marta sanalgan shuning uchun $n(n-1)/2$ formula

7-masala.

1)3; 2) 4; 3) 5; 4) 6; 5) 8; 6) 15 nafar do'stlar o'zaro qo'l berib ko'rishishdi. Har bir holda qo'l berishlar soni nechta bo'lgan?

Yechish. Yuqoridagi misoldagi formula $n(n-1)/2$. 1) $3*2/2=3$ ta 2) $4*3/2=6$ ta 3) $5*4/2=10$ ta 4) $6*5/2=15$ ta 5) $8*7/2=28$ ta 6) $15*14/2=105$ ta

8-masala.

10 nafar o'rtoq o'zaro shaxmat turniri o'tkazishmoqchi. Bunda har bir bola qolgan har bir bola bilan bir partiya shaxmat o'ynaydi. Bu turnirda jami nechta partiya o'ynaladi?

Yechish. $N=10$; $n(n-1)/2=10*9/2=45$ ta

9-masala.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 raqamlari yordamida hammasi bo'lib: 1) raqamlar takrorlanmasa; 2) raqamlar takrorlanishi mumkin bo'lsa, nechta uch xonali son tuzish mumkin?

Yechish. Uch xonali son 1) raqamlari takrorlanmasa $9*9*8=648$ ta. 2) $9*10*10=900$ ta

10-masala.

1, 2, 3, 4, 5 raqamlari yordamida nechta: a) ikki xonali; b) uch xonali; d) to'rt xonali sonlar yozish mumkin? Raqamlar: takrorlanmaydigan; takrorlanadigan hollarni alohida ko'ring.

Yechish. Raqamlar takrorlanmasa: a) $5*4=20$ ta b) $5*4*3=60$ ta

d) $5*4*3*2=120$ ta Raqamlar takrorlansa: a) $5*5=25$ b) $5*5*5=125$ ta

d) $5*5*5*5=625$ ta

11-masala.

Futbol bo'yicha jahon chempionatida oltin, kumush, bronza medallari uchun bo'ladigan o'yinlarda 16 ta jamoa qatnashmoqda. Medallar jamoalar orasida necha xil usul bilan taqsimlanishi mumkin?

Yechish. Demak oltin medallarga 16 ta imkoniyat, kumush medallarga 15 ta, bronzaga 14 ta jami: $14*15*16=3360$ ta

12-masala.

Bir mamlakatda 4 ta shahar bor ekan: A, B, C va D. A shahardan B ga 6 ta yo‘l, B shahardan C ga 4 ta yo‘l olib borarkan. A dan D ga 2 ta yo‘l, D dan C ga 3 ta yo‘l bilan borish mumkin ekan. A shahardan C shaharga necha xil yo‘l bilan borish mumkin?

Yechish. ABC va ADC yo‘nalishlarda borishi mumkin. ABC yo‘nalishda $6 \cdot 4$ ta, ADC da esa $2 \cdot 3 = 6$ ta jami $6 \cdot 4 + 2 \cdot 3 = 30$ ta

13-masala.

Agar natural sonning yozuvida faqat toq sonlar qatnashsa, bunday sonni „yoqimtoy“ son deymiz. Nechta: 1) 3 xonali; 2) 4 xonali „yoqimtoy“ son mavjud?

Yechish. 1) Yoqimtoy sonda 1,3,5,7,9 lar jami 5 ta raqam qatnashar ekan, unda har bir xona uchun 5 ta imkoniyatdan $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ ta 2) To‘rt xonali uchun har bir xona uchun 5 ta imkoniyatdan $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$ ta

14-masala.

4 ta turli xatni 4 ta turli konvertga necha xil usulda joylash mumkin?

Yechish. 1-xatni 4 konvertdan bittasiga solish mumkin, ya’ni imkoniyat 4 ta, 2-,3-4- xatlar uchun mos ravishda imkoniyat 3,2,1 ta, jami $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ ta

15-masala.

5 nafar o‘quvchidan 2 nafarini “Bilimlar bellashuvi“ da qatnashish uchun tanlab olish kerak. Buni necha xil usulda bajarish mumkin?

Yechish. $n=5$, $n(n-1)/2 = 5 \cdot 4 / 2 = 10$ ta

1.4. Takrorlanadigan o‘rinlashtirishlar

Takrorlanadigan o‘rinlashtirishlar (boshqacha aytganda, ruxsat etilgan takrorlash bilan o‘rinlashtirishlar) deganda, har bir element bir necha marta tanlanishi mumkin bo‘lgan vaziyatlarni tushunamiz. Boshqacha aytganda, biz bir xil elementni bir necha marta tanlashimiz yoki joylashtirishimiz mumkin.

Formulasi: n^r

Bu yerda: n — to‘plamdagi elementlar soni, r — tanlanadigan yoki joylashtiriladigan elementlar soni.

Agar bizda n ta element bo'lsa va ulardan r ta elementni joylashtirishimiz kerak bo'lsa (har bir elementni bir necha marta tanlash mumkin bo'lsa), bu holda takrorlanadigan o'rinlashtirishlarning soni quyidagi formula bilan hisoblanadi:

Misol:

Agar bizda 3 ta raqam (1, 2, 3) bo'lsa va biz 2 ta raqamdan iborat joylashtirishlar yaratmoqchi bo'lsak (takrorlanish ruxsat etilgan), quyidagi turli variantlarni olishimiz mumkin:

- 1-1, 1-2, 1-3
- 2-1, 2-2, 2-3
- 3-1, 3-2, 3-3

Bu holatda jami $3^2=9$ ta turli joylashtirishlar mavjud.

Bu formula, masalan, telefon raqamini yaratishda yoki parolni tashkil etishda qo'llanilishi mumkin, chunki har bir raqam yoki harf bir necha marta ishlatilishi mumkin.

1.5. Takrorlanmaydigan o'rinlashtirishlar

Takrorlanmaydigan o'rinlashtirishlar deganda, har bir element faqat bir marta tanlanishi yoki joylashtirilishi kerak bo'lgan vaziyatlarni tushunamiz. Bu holatda har bir element faqat bir marta ishlatiladi.

Agar bizda n ta element bo'lsa va ulardan r ta elementni joylashtirishimiz kerak bo'lsa (takrorlanish ruxsat etilmagan), bu holda takrorlanmaydigan o'rinlashtirishlarning soni quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$P_m = m!$$

P belgisi fransuz tilidagi "permutation", ya'ni "o'rin almashtirish" so'zining birinchi harfidan olingan.

Har bir element faqat bitta marta alalmashtiriladi (masalan, kitoblarni yoki o'yinchilarni joylashtirish).

1-masala.

Savatda 7 ta olma va 12 ta o'rik bor bo'lsa, 1 ta mevani $7+12=19$ usul bilan tanlash mumkin.

Agar X va Y to'plamlar kesishmasi bo'sh to'plam bo'lmasa, ya'ni $X \cap Y \neq \emptyset$ holda to'plamlar birlashmasini elementlarni sonini hisoblash qiyin bo'ladi, chunki ikkala to'plam umumiy elementlarga ega bo'ladi.

2-masala.

$a; b; c; d; e; f$ va $e; f; k; l$ to'plamlar birlashmasi $6+4=10$ ta elementdan emas, balki 8 ta elementdan tashkil topgan, ya'ni $X \cup Y = \{a; b; c; d; e; f; k; l\}$. Buning sababi $e; f$ elementlari ikkala to'plamda ham bor. Demak, birlashmadagi elementlar sonini topish uchun elementlar sonidan $X \cap Y$ kesishma elementlar sonini ayirish kerak. Boshqacha aytganda agar $X \cap Y \neq \emptyset$ bo'lsa, $n(X \cup Y) = n(X) + n(Y) - n(X \cap Y)$

3-masala.

60 talabadan 45 tasi matematika imtihonini, 47 tasi chet tili imtihonini topshirdi.

3 talaba ikkala fandan «2» oldi. Nechta qarzidor talaba bor?

Yechish: A -matematika fanidan «2» olgan, B -chet tili fanidan «2» olgan talabalar to'plami bo'lsin. $60-45=15$, $60-47=13$, $15+13=28$, $28-3=25$.

Javob: 25 ta qarzidor talaba bor

4-masala.

90 o'quvchidan 45 tasi matematika, 50 tasi fizika fanlaridan to'g'arakka boradi. Ikkala fandan to'g'arakka boradiganlar soni nechta?

Yechish: $A \cap B \neq \emptyset$ bo'lsa, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

formuladan foydalanamiz. Bunda $n(A) = 45$, $n(B) = 50$, $n(A \cup B) = 90$, $n(A \cap B)$

$$x + 90 = 45 + 50 - x$$

$$x = 95 - 90$$

$$x = 5$$

Ikkala fandan to'g'arakka boradiganlar soni 5 – ta

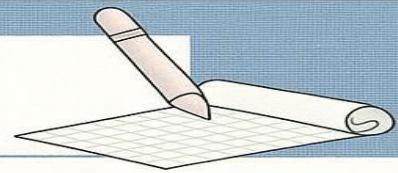
5-masala.

A shahardan B shaharga 3 yo'l bilan, B shahardan D shaharga 2 yo'l bilan borish mumkin bo'lsa, A shahardan D shaharga necha xil usul bilan borish mumkin?

Yoʻlning 1-qismini 3 xil, 2-qismini 2 xil yoʻl bilan oʻtish mumkin boʻlsa, umumiy yoʻlni $3 \times 2 = 6$ usul bilan oʻtish mumkin.

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

1. Stolda 4 ta anor, 5 ta nok va 6 ta olma bor. Savatdan bittadan anor, nok va olmani tanlashni necha usulda amalga oshirish mumkin?
2. Lola (uyidan shaharga, shahardan zavodga borishi uchun) yoʻlni necha xil usulda tanlashi mumkin?
3. Bir viloyatda 4 ta shahar bor: A, B, C va D. A shahardan B ga 5 ta yoʻl, B shahardan C ga 4 ta yoʻl olib borarkan. A dan D ga 6 ta yoʻl, D dan C ga 3 ta yoʻl bilan borish mumkin ekan. A shahardan C shaharga necha xil yoʻl bilan borish mumkin?
4. Jizzaxdan yoʻlga chiqqan yoʻlovchi Baxmalsoy qishlogʻiga necha xil usulda kelishi mumkin? Jizzaxdan yoʻlga chiqqan yoʻlovchi Baxmalsoy qishlogʻiga necha xil usulda kelishi mumkin?
5. Anvarning kiyimlar javonida 2 xil galstuk, 2 xil koʻylak va 3 xil shim bor. Anvar 1 ta galstuk, 1 ta koʻylak, 1 ta shimni necha xil usulda bir xil rangda boʻlmaslik sharti bilan kiyishi mumkin?



2.1. Gruppash ta'rif.

Ta'rif: n ta elementni k tadan gruppashlar deb kamida 1 tadan elementi bilan farq qiluvchi o'rinlashtirishlarga aytiladi.

Teorema: n elementni k tadan gruppashlar soni

$$C_k^n = A_k^n / P_k \text{ ga teng}$$

Isbot: Dastlab 4 ta elementdan 3 tadan a,b,c,d o'rinlashtirishlar tuzaylik.

abc, abd, acd, bcd

acb, adb, adc, bdc

bac, bad, bca, bda

cab, cad, cbd, cba

cda, cdb, dab, dbc

dac, dca, dba, dcb

$$A_3^4 = 24 = 6 \cdot 4$$

$$P_3 = 6 = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

$$C_k^n = A_k^n / P_k = 4 \cdot 3 \cdot 2 / 1 \cdot 2 \cdot 3 = 24 / 6 = 4$$

$$C_k^n = 4$$

Demak, bu to'g'ri bo'ladi.

$$C_k^n = A_k^n / P_k$$

$$C_k^n = n(n-1)(n-(k-1)) / k!$$

m elementli to'plamning k elementli qism to'plamlari soni C_k^n bilan belgilanadi va m elementdan k tadan takrorlanmaydiganguruhlashlar soni deyiladi. (C – fransuzcha combinaison – «birikma» so'zidan olingan.) Takrorlanmaydigan guruhlashlar soni uchun

$$A_m^k = m! / (m-k)!k! \text{ formula o'rinli.}$$

1-masala: 10 ta talaba orasidan 3 ta talaba tanlash.

Berilgan: $n=10$, $k=3$.

Formulaga qo'yamiz:

$$C_{10}^3 = 10! / 3!(10-3)! = 10! / 3!7! = 10 \times 9 \times 8 / 3 \times 2 \times 1 = 120$$

Demak, 10 ta talaba orasidan 3 ta talaba tanlashning 120 xil usuli mavjud.

2-masala: 6 ta talaba ichidan 3 tasini tanlab jamoa tuzish usullari sonini toping.
Bu kombinatsiya masalasi bo‘lib, quyidagi formula orqali topiladi:

$$C(n, k) = n! / (k!(n-k)!)$$

$$C(6,3) = 6! / (3!(6-3)!) = 6 \times 5 \times 4 / (3 \times 2 \times 1) = 20$$

Javob: 20 xil jamoa tuzish mumkin.

3-masala: 8 ta kitobdan 5 tasini tanlab qanday usullarda kitob javoniga joylashtirish mumkin?

Bu o‘rinlashtirish masalasi:

$$P(n, k) = n! / (n-k)!$$

$$P(8,5) = 8! / (8-5)! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 6720$$

Javob: 6720 xil joylashtirish usuli bor.

4-masala: 10 ta sportchidan 4 tasini tanlab, ularni 1-, 2-, 3- va 4-o‘ringa joylashtirish usullarini toping.

Bu ham o‘rinlashtirish formulasi bilan hisoblanadi:

$$P(10,4) = 10! / (10-4)! = 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$$

Javob: 5040 xil usul bor.

5-masala: 12 ta do‘stdan 3 tasini sayohatga tanlash usullari sonini toping.

Bu kombinatsiya masalasi:

$$C(12,3) = 12! / (3!(12-3)!) = 12 \times 11 \times 10 / (3 \times 2 \times 1) = 220$$

Javob: 220 xil guruh tanlash mumkin.

6-masala: 5 ta talaba ichidan prezident va kotibni qanday usullarda tanlash mumkin?

Bu o‘rinlashtirish bo‘lib, 2 ta joyga 5 ta odamdand tanlash kerak:

$$P(5,2) = 5! / (5-2)! = 5 \times 4 = 20$$

Javob: 20 xil usulda tanlash mumkin.

Chekli to‘plam qism to‘plamlari soni

Kombinatorikaning muhim mavzularidan biri to‘plamlar va ularning qism to‘plamlari bo‘lib, u to‘plamlarning ichki strukturalarini o‘rganishga yordam beradi. Chekli to‘plamlarning qism to‘plamlari sonini hisoblash uchun qisman

yoki to‘liq yondoshuvlar mavjud. Keling, bu mavzuni tushunishga kirishamiz va ba’zi misollarni ko‘rib chiqamiz.

Qism to‘plam nima?

Qism to‘plam - bu biror to‘plamning ichki qismida joylashgan har qanday to‘plamdir. Har bir to‘plam o‘zining qism to‘plamlariga ega bo‘ladi, jumladan o‘zi va bo‘sh to‘plam (empty set) ham.

Misol uchun:

- Agar $A = \{1, 2, 3\}$ bo‘lsa, unda A ning qism to‘plamlari quyidagilar:
 - $\emptyset$ (bo‘sh to‘plam),
 - $\{1\}$,
 - $\{2\}$,
 - $\{3\}$,
 - $\{1, 2\}$,
 - $\{1, 3\}$,
 - $\{2, 3\}$,
 - $\{1, 2, 3\}$.

Demak, $A = \{1, 2, 3\}$ to‘plamining 8 ta qism to‘plami bor.

2.2. Chekli to‘plamning qism to‘plamlari soni

Agar A to‘plami n ta elementdan iborat bo‘lsa, uning qism to‘plamlari soni 2^n ga tengdir.

Buni shunday tushuntirish mumkin: har bir element uchun u qism to‘plamda bo‘lishi mumkin yoki bo‘lmasligi mumkin. Demak, har bir elementga ikkita tanlov mavjud: ya’ni, elementni qism to‘plamga kiritish yoki kiritmaslik.

Shunday qilib, n ta element uchun umumiy imkoniyatlar soni 2^n bo‘ladi.

Formulasi:

Agar A to‘plami n elementga ega bo‘lsa, uning qism to‘plamlari soni:

Qism to‘plamlar soni $= 2^n$

1-misol

Savol: Agar $A=\{a,b,c\}$ to'plami berigan bo'lsa, uning qism to'plamlari sonini toping.

Yechish: To'plamda 3 ta element mavjud, ya'ni $n=3$. Qism to'plamlar sonini hisoblash uchun quyidagi formulani ishlatamiz:

Qism to'plamlar soni $=2^n=2^3=8$.

Demak, $A=\{a,b,c\}$ to'plamining 8 ta qism to'plami bor.

Bu qism to'plamlar quyidagilar:

- $\emptyset$,
- $\{a\}$,
- $\{b\}$,
- $\{c\}$,
- $\{a,b\}$,
- $\{a,c\}$,
- $\{b,c\}$,
- $\{a,b,c\}$.

2-misol

Savol: Agar $B=\{1,2,3,4\}$ bo'lsa, uning qism to'plamlari soni nechta?

Yechish: To'plamda 4 ta element mavjud, ya'ni $n=4$. Qism to'plamlar sonini hisoblaymiz:

Qism to'plamlar soni $=2^n=2^4=16$.

Demak, $B=\{1,2,3,4\}$ to'plamining 16 ta qism to'plami bor.

3-misol

Savol: Agar $C=\{x,y,z,w,v\}$ bo'lsa, uning qism to'plamlari sonini toping.

Yechish: To'plamda 5 ta element mavjud, ya'ni $n=5$. Qism to'plamlar sonini hisoblaymiz:

Qism to'plamlar soni $=2^n=2^5=32$.

Demak, $C=\{x,y,z,w,v\}$ to'plamining 32 ta qism to'plami bor.

Chekli to‘planning qism to‘plamlari sonini hisoblashda, to‘plamda mavjud bo‘lgan elementlar sonining 2 ga ko‘tarilishi (ya'ni 2^n) qism to‘plamlar sonini beradi. Bu formuladan foydalanib, har qanday chekli to‘planning qism to‘plamlari sonini osongina hisoblash mumkin.

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

1. 3 ta tovuq, 4 ta o‘rdak va 2 ta g‘oz bor. Uchta parrandani shunday tanlab olingki, ular ichida tovuq, o‘rdak va g‘oz bo‘lsin. Shunday tanlashlar soni nechta bo‘ladi?
2. Ikkita kitob, uchta daftar va to‘rtta qalambor. Ulardan bittadan olinib komplektlar tuzilmoqchi. Bu ishni necha xil usul bilan bajarish mumkin?
3. „ALLA“ so‘zida harflar o‘rnini almashtirib, nechta so‘z hosil qilish mumkin?
4. 24905 sonning raqamlari joylarini almashtirib jami nechta har xil 5 xonali son hosil qilish mumkin?
5. 4034 sonning raqamlari joylarini almashtirib jami nechta har xil 4 xonali son hosil qilish mumkin?



3.1. Mantiqiy elementlar

Mantiqiy elementlar (yoki mantiqiy operatorlar) matematik mantiqda va kompyuter fanlarida juda muhim ahamiyatga ega. Bu elementlar ko'plab matematik ifodalarning asosini tashkil etadi, masalan, to'g'ri yoki noto'g'ri bo'lishi, shuningdek, turli xil logik funksiyalarni amalga oshirishda ishlatiladi.

Mantiqiy tushuncha va mazmuni:

Mantiqiy tushuncha — bu matematik ifodalar va aloqalarning mantig'i, ya'ni ob'ektlar yoki hodisalar orasidagi munosabatlar, ularning o'zaro bog'lanishlarini ifodalash. Bu tushuncha odatda to'g'ri yoki noto'g'ri (ya'ni, true yoki false) qiymatlar bilan ifodalanadi. Mantiqiy mantiqda biror bir iboraning to'g'riligini yoki noto'g'riligini aniqlash uchun foydalaniladigan qoidalarga asoslanadi.

Mantiqiy tushuncha hajmi va mazmuni, asosan, quyidagi omillarni o'z ichiga oladi:

1. Tushuncha: Mantiqiy ifodalar to'g'risida tushuncha (masalan, "to'g'ri" va "noto'g'ri").

2. Mantiqiy Operatorlar: Bu operatorlar mantiqiy ifodalarni bir-biri bilan bog'lash uchun ishlatiladi. Mantiqiy operatorlar orqali bir yoki bir nechta mantiqiy ifodaning natijasi chiqariladi.

3. Tushunchani ifodalash usullari: Mantiqiy tushunchalar matematik va formal usullar orqali ifodalanadi. Tushuncha formulalar va diagrammalar orqali aniqlanishi mumkin.

1. Kon'yunksiya:

Bu operator ikkita ifodaning ham to'g'ri bo'lishini talab qiladi. Ikkita mantiqiy ifoda bilan bog'langanda, natija faqat ikkalasi ham to'g'ri bo'lsa to'g'ri bo'ladi.

- 1 va 1 — to'g'ri,
- 1 va 0 — noto'g'ri,
- 0 va 1 — noto'g'ri,

- 0 va 0 — noto‘g‘ri.

2. Disyunktsiya :

Agar ikkita ifoda orasida operator bo‘lsa, natija faqat ikkala ifodaning hech biri noto‘g‘ri bo‘lgan taqdirda to‘g‘ri bo‘ladi.

- 1 va 1 — to‘g‘ri ,
- 1 va 0 — to‘g‘ri ,
- 0 va 1 — to‘g‘ri ,
- 0 va 0 — noto‘g‘ri.

3.Ekvivalensiya

Bu operator ikkala ifoda bir-biriga teng bo‘lganda to‘g‘ri natija beradi.

$$A \Leftrightarrow B$$

- 1 va 1 — to‘g‘ri,
- 0 va 0 — to‘g‘ri,
- 1 va 0 — noto‘g‘ri,
- 0 va 1 — noto‘g‘ri.

Misol: Agar $A = \text{to‘g‘ri}$ va $B = \text{to‘g‘ri}$, unda $A \Leftrightarrow B = \text{to‘g‘ri}$.

Mantiqiy tushunchalarni ta'riflashda bir nechta usullar mavjud:

1. Jadval : Bu usul orqali mantiqiy ifodaning barcha mumkin bo‘lgan qiymatlari ko‘rsatiladi. Har bir operator uchun alohida jadval tuziladi.

2. Matematik formulalar: Mantiqiy tushunchalar matematik formulalar orqali aniq va qisqa ta'riflanadi.

3. Diagrammalar: Ayniqsa, mantiqiy funksiyalarni va ular orasidagi aloqalarni ko‘rsatishda diagrammalar yordamida tushuntirish ishlatiladi.

3.2. Matematik tushuncha

Matematika va ilmiy tafakkurda real va abstrakt tushunchalar muhim rol o‘ynaydi. Ular qandaydir ob'ektlarni yoki hodisalarni ifodalashda, ularning haqiqatga nisbatan o‘rni va tushunilishini belgilaydi. Har bir tushuncha haqida batafsil ma'lumot beramiz.

Real tushuncha — bu kundalik hayotda yoki to‘g‘ridan-to‘g‘ri tajriba orqali kuzatiladigan, mavjud bo‘lgan yoki aniq ifodalangan tushuncha. Real

tushunchalar, ko‘pincha, to‘g‘ridan-to‘g‘ri ko‘zga tashlanadigan va tajriba bilan tasdiqlanadigan ob'ektlarni ifodalaydi.

Xususiyatlari:

1. Amaliy va mavjud: Real tushunchalar bizning atrofimizda ko‘rish, sezish va bevosita tajriba qilish mumkin bo‘lgan narsalarni ifodalaydi. Masalan, "stul", "uchuvchi samolyot", "yosh bola" kabi tushunchalar real tushunchalardir.
2. Haqiqiy mavjudlik: Real tushunchalar mavjud bo‘lishi kerak. Ularning ob'ektlari yoki hodisalari haqiqatan ham mavjud yoki fizika qonunlariga asoslanib kuzatilishi mumkin.
3. Tajriba bilan tasdiqlanishi mumkin: Real tushunchalarni bevosita kuzatish, o‘lchash va amaliyotda sinash mumkin. Masalan, "masofa" yoki "og‘irlik" kabi tushunchalar haqiqiy o‘lchovlarga ega bo‘lgan tushunchalardir.

Real tushunchaga misol:

1. To‘g‘ri burchak: Geometriyada to‘g‘ri burchak real tushuncha hisoblanadi, chunki u geometrik ob'ekt sifatida mavjud.

Abstrakt tushuncha — bu bevosita kuzatish, sezish yoki amaliy tajriba bilan tasdiqlanmagan, lekin ilmiy yoki matematik tasavvur orqali aniqlanadigan tushuncha. Abstrakt tushunchalar real hayotdagi konkret ob'ektlardan yoki hodisalardan mustaqil bo‘lgan tushunchalar hisoblanadi.

Xususiyatlari:

1. Bevosita kuzatish mumkin emas: Abstrakt tushunchalar amaliy hayotda to‘g‘ridan-to‘g‘ri ko‘rish yoki sezish orqali tasdiqlanmaydi. Ular ko‘proq g‘oya, tushuncha yoki model sifatida mavjud.
2. Matematik yoki nazariy tushunchalar: Ko‘plab abstrakt tushunchalar matematika, falsafa, mantiq, iqtisodiyot va boshqa nazariy fanlarda ishlatiladi.
3. Tajriba orqali tasdiqlanmaydi: Abstrakt tushunchalar aniq fizik yoki biologik narsalar bilan bog‘liq bo‘lmasdan, fikrlar va tushunchalarning shakllarini ifodalaydi. Masalan, "sonlar" yoki "oraliq" kabi tushunchalar abstraktdir.

Misol:

Son: Sonlar (masalan, natural sonlar, real sonlar) — bu abstrakt tushunchalar. Biz sonni bevosita ko‘rishimiz yoki tutishimiz mumkin emas, lekin uni hisoblashda ishlatamiz.

Real va abstrakt tushunchalar o‘rtasidagi farqlar

Xususiyat	Real tushuncha	Abstrakt tushuncha
Amaliy mavjudlik	Bevosita kuzatish mumkin	Bevosita kuzatish yoki sezish mumkin emas
Haqiqiy ob'ektlar	Haqiqatan mavjud bo‘lgan ob'ektlar (masalan, stul)	Faqat tasavvur yoki nazariy tushunchalar (masalan, sonlar)
Tajriba bilan tasdiqlash	Bevosita tajriba bilan tasdiqlanadi	Tajriba orqali tasdiqlash mumkin emas
Misollar	Stul, daryo, o‘smir	Sonlar, adolat, kuch

Matematikada real tushunchaga misollar: Geometrik ob'ektlar: To‘g‘ri chiziq, uchburchak, to‘rtburchak — bu real tushunchalar, chunki ular to‘g‘ridan-to‘g‘ri tasavvur qilish mumkin bo‘lgan geometrik shakllardir.

Matematikada abstrakt tushunchaga misollar: Sonlar: Natural sonlar, haqiqiy sonlar, kompleks sonlar — bular hamma abstrakt tushunchalar. Ular bevosita mavjud bo‘lmagan tushunchalardir, lekin ularning xususiyatlari va aloqalari matematik modellar orqali ko‘rsatiladi.

Real tushuncha — bu hayotda bevosita mavjud bo‘lgan, sezish va tajriba orqali kuzatiladigan tushunchadir.

Abstrakt tushuncha — bu tajriba bilan tasdiqlanmaydigan, lekin ilmiy, matematik yoki nazariy fikrlar orqali tasavvur qilinadigan tushunchadir.

Har ikkala tushuncha turli sohalarda, ayniqsa, ilmiy va falsafiy mantiqda keng qo‘llaniladi. Real tushunchalar ko‘pincha konkret va amaliy bo‘lsa, abstrakt tushunchalar nazariy va konseptual jihatdan yanada murakkabroq bo‘ladi.

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

1. Kimyo, fizika, geografiya, tarix fanlariga oid tushunchalarni ayting, bu fanlar uchun umumiy bo'lgan tushunchalarni toping.
2. Biror tushunchani tanlab, uning muhim va muhim bo'lmagan xossalarini ayting.
3. «Parallelogramm» tushunchasining muhim va muhim bo'lmagan xossalari qanday?
4. «Aylana» tushunchasining hajmi va mazmunini ayting.
5. Biror tushuncha misolida hajm va mazmun orasidagi teskari bog'lanishni ko'rsating.
6. Biri ikkinchisi uchun umumiy bo'ladigan tushunchalar ketma-ketligini tuzing. Kvadrat, to'g'ri to'rtburchak, romb, parallelogramm, to'rtburchak tushunchalari shunday ketma-ketlikka misol bo'la oladimi?
7. O'rta maktab darsliklaridan tur va jins orqali ta'rifga misol bo'ladigan to'rtta ta'rifni topib yozing, undagi umumiy tushunchani va ta'riflanayotgan tushunchani farqlovchi xossani ko'rsating.



Matematik mantiqning boshlang'ich tushunchalaridan biri mulohaza tushunchasidir. "Mulohaza" deganda biz rost yoki yolg'onligi haqida fikr yuritishi mumkin bo'lgan darak gapni tushunamiz. Har qanday mulohaza yo rost yoki yolg'on bo'ladi. Hech bir mulohaza bir vaqtning o'zida ham rost ham yolg'on bo'la olmaydi. Masalan, " $5 > 3$ ", " $2 \cdot 2 = 5$ ", "5 son tub son", "1 son tub son", "o'g'lining yoshi otasining yoshidan katta" mulohazalarining birinchisi – rost, ikkinchisi yolg'on, uchinchisi – rost, 4 chi va 5 chilari esa yolg'on mulohazalardir. So'roq va undov gaplar mulohaza bo'la olmaydi. Ta'riflar ham mulohaza bo'la olmaydi. Masalan, "2 songa bo'linuvchi son juft son deyiladi" degan ta'rif mulohaza bo'la olmaydi. Ammo "agar butun son 2 ga bo'linsa, u holda bu son juft son bo'ladi" degan darak gap mulohaza bo'ladi. Bu mulohaza – rost.

Mulohazaning qiymati deganda biz uning rost yoki yolg'onligini tushunamiz. Mulohazalar odatda lotin alifbosining bosh harflari (A, B, C, X, Y, Z) bilan, ularning qiymatlari ("rost", "yolg'on")ni R va Yo harflari bilan belgilaymiz. Bu yerda R – rost, Yo – yolg'on. Shuningdek, ularni raqamlar bilan ham belgilash kiritilgan bo'lib, rost mulohaza 1, yolg'on mulohaza esa 0 bilan belgilanadi.

4.1.Mulohazalar haqida umumiy tushuncha.

Ma'lumki, o'zbek tilidagi gaplar to'plami 3 ta sinfga ajratiladi. D – «Darak gaplar» to'plami.

C – «So'roq gaplar» to'plami.

X – «His-hayajon gaplar» to'plami.

Haqiqatan ham, $D \cup C \cup X$ – gaplar to'plami va $D \cap C \cap X = \emptyset$ bo'ladi.

O'z navbatida «darak gaplar» to'plamini ham 3 ta to'plamga ajratish mumkin.

Rost yoki yolg'onligini bir qiymatli aniqlash mumkin bo'lgan darak gaplar. Masalan:

Toshkent shahri O'zbekiston Respublikasining poytaxti – rost; London shahri Germaniyaning poytaxti – yolg'on;

2– tub son – rost; $5 > 6$ – yolgʻon;

«3 soni 15 sonining boʻluvchisi» – rost.

Tarkibida oʻzgaruvchi ishtirok etgan darak gaplar. Masalan:

X shahar Oʻzbekiston Respublikasida joylashgan;

y –6 dan kichik tub son; x – 5 dan kichik natural son;

Z – oʻzbek tilidagi unli tovush.

Rost yoki yolgʻonligini aniqlash mumkin boʻlmagan darak gaplar.

Masalan:

Men bugun mehmonga bormoqchiman.

Bugun yomgir yogʻsa kerak.

Matematika qiyin fan.

Taʼrif. Rost yoki yolgʻonligi bir qiymatli aniqlanadigan darak gaplar mulohaza deyiladi.

Soʻroq yoki his-hayajon gaplar mulohaza boʻla olmaydi. Rost yoki yolgʻonligi bir qiymatli aniqlanmaydigan nomaʼlum qatnashgan gaplar ham mulohazaga kirmaydi.

Mulohazalar bu matematik mantiq fanining boshlangʻich tushunchasi hisoblanib, u quyidagicha quriladi:

1. obʼektlar toʻplami beriladi:
2. obʼyektlarning baʼzi bir xossalari va ular orasidagi munosabatlar bayon qilinadi.

Mulohazalar nazariyasining boshlangʻich obʼyektlari sodda mulohazalardan tashkil topadi va ular lotin alifbosining katta harflari A,B,C,...lar bilan belgilanadi.

4.2. Sodda va murakkab mulohazalar haqida tushuncha.

Mulohazalar sodda va murakkab boʻladi.

Murakkab mulohazalarni sodda mulohazalarga ajratish mumkin. Masalan,

- a) «5 tub son va u 10 sonining boʻluvchisi».
- b) «2 eng kichik tub son va u juft son».
- c) «Agar 375 sonning raqamlari yigʻindisi 3 ga boʻlinsa, u holda shu sonning oʻzi ham 3 ga boʻlinadi».

d) « $3^2 = 9$ yoki 9 soni 3 ga bo'linadi».

e) «Agar 12340 sonning yozuvi 0 yoki 5 raqami bilan tugasa, u faqat va faqat shundagina 5 ga bo'linadi» – murakkab mulohazalardir.

Bir vaqtda rost yoki bir vaqtda yolg'on bo'lgan mulohazalar ekvivalent mulohazalar deyiladi. Ekvivalent mulohazalar $A \equiv B$ ko'rinishda yoziladi.

Matematik mantiq fanini mulohazani bayon qilish shakli emas, faqat rost yoki yolg'onligi qiziqtiradi. Bundan buyon rost mulohazani «R» yoki «1», yolg'on mulohazani «Y» yoki «0» bilan belgilaymiz.

Masalan,

a) $A - "4 > 3"$ – rost mulohaza

b) $B - "7+5=12"$ – rost mulohaza

c) $C - "5\text{-juft son}"$ – yolg'on mulohaza

d) $D - "7\text{-toq son}"$ – rost mulohaza.

e) Bu mulohazalarda A, B, D lar rost, C – yolg'on. Bizga ma'lumki, sodda mulohazalardan bog'lovchi so'zlar yordamida murakkab mulohazalar hosil qilinadi. Bular «emas», «va», «yoki», «... kelib chiqadi», «agar bo'lsa, ... u holda», «zarur va yetarli» kabi bog'lovchi so'zlar bo'lib, ularni har bittasi bitta mantiqiy amalga mos keladi.

4.3. Mulohaza inkori.

Ta'rif. A mulohaza inkori deb, A rost bo'lganda yolg'on, yolg'on bo'lganda rost bo'luvchi mulohazaga aytiladi.

A mulohaza inkori $\bar{A}$ ko'rinishda belgilanadi va «A emas»,

«A ekanligi yolg'on» deb o'qiladi. Masalan, A: « $3^2=6$ » bo'lsa, $\bar{A}$:

« $3^2 \neq 6$ »;

A: «Hozir yoz fasli» bo'lsa, uning inkori $\bar{A}$: «Hozir yoz fasli emas» yoki «Hozir yoz fasli ekanligi yolg'on» kabi ifodalanadi.

Mulohaza inkorining rostlik jadvali quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

A	$\bar{A}$
1	0
0	1

4.4. Mulohazalar konyunksiyasi.

ta'rif. Ikkita sodda A, B mulohazalardan tuzilgan «A va B» mulohazaga mulohazalar konyunksiyasi deyiladi.

Mulohazalar konyunksiyasi uning tarkibiga kirgan mulohazalar rost bo'lganda, rost bo'ladi va «A B» yoki «A&B» ko'rinishda yoziladi hamda «A va B» kabi o'qiladi.

A	B	A A B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

4.5. Mulohazalar dizyunksiyasi

ta'rif. Ikkita sodda A, B mulohazalardan tuzilgan «A yoki B» mulohazaga mulohazalar dizyunksiyasi deyiladi.

Mulohazalar dizyunksiyasi «A∨B» ko'rinishda yoziladi, «A yoki B» deb o'qiladi va uning tarkibiga kirgan mulohazalarning hech bo'lmaganda bittasi rost bo'lganda, rost bo'ladi.

Dizyunksiyaning rostlik jadvali quyidagicha:

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

4.6. Mulohazalar ekvivalensiyasi.

ta'rif. Sodda A va B mulohazalardan tuzilgan «A faqat va faqat B bo'lsa, bo'ladi» ko'rinishidagi mulohaza A va B mulohazalarning ekvivalensiyasi deyiladi va « $A \Leftrightarrow B$ » ko'rinishda belgilanadi. $A \Leftrightarrow B$ ekvivalensiya A va B mulohazalarning qiymatlari bir xil bo'lganda rost bo'ladi. Uning rostlik jadvali:

A	B	$A \Leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Mashqlar:

1. Quyidagi gaplar ichidan mulohazalarni ajrating va ularning rost yoki yolg'on ekanligini aniqlang:
 - a) Sirdaryo Orol dengiziga quyiladi.
 - b) Siz qaysi oliygohda o'qiysiz ?
 - c) O'zbekiston Mustaqilligining 10 yilligi muborak bo'lsin!
 - d) Har qanday son musbat.
 - e) 0 har qanday haqiqiy songa bolinadi.
 - f) 2, 3, 5 sonlari tub sonlar.
 - g) Barcha insonlar yoshi 20 da.

Qismlarga ajratilmaydigan mulohazalar elementar mulohazalar deb aytiladi. Elementar mulohazalar yordamida undan murakkabroq mulohazalarni tuzish mumkin.

Bu tushunchalar mantiqiy aloqalar va shartlarning matematik ta'riflari bo'lib, mantiqiy algebra va setlar nazariyasi kabi sohalarda keng qo'llaniladi.

Quyida har bir tushuncha va uning matematikaga oid izohlarini keltiraman:

Mulohaza

Matematikada mulohaza – bu haqiqatan ham haqiqiy yoki yolg'on bo'lib, aniq ravishda tasdiqlanishi yoki inkor qilinishi mumkin bo'lgan gapdir. Masalan:

- " $2 + 2 = 4$ " – bu haqiqiy mulohaza.
- " $5 > 10$ " – bu yolg'on mulohaza.

Matematik mulohazalar odatda mantiqiy operatorlar yordamida bir-biriga bog'lanadi.

Inkor

Matematikada inkor – bu biror mulohazaning aksini bildiradi, ya'ni, agar P mulohazasi to'g'ri bo'lsa, inkori $\neg P$ yolg'on bo'ladi.

Agar P mulohazasi yolg'on bo'lsa, unda $\neg P$ haqiqiy bo'ladi.

- Masalan, agar P " $A = B$ " bo'lsa, unda inkor $\neg P$ " $A \neq B$ " bo'ladi.

Matematikada inkor $\neg$ yoki $\sim$ simvollar yordamida ifodalanadi.

Agar P bo'lsa, unda $\neg P$ inkori:

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

Quyidagi gaplar ichidan mulohazalarni ajrating va ularning rost yoki yolg'on ekanligini aniqlang:

- h) Sirdaryo Orol dengiziga quyiladi.
- i) Siz qaysi oliygohda o'qiysiz ?
- j) O'zbekiston Mustaqilligining 10 yilligi muborak bo'lsin!
- k) Har qanday son musbat.
- l) 0 har qanday haqiqiy songa bolinadi.
- m) 2, 3, 5 sonlari tub sonlar.
- n) Barcha insonlar yoshi 20 da.



1.1. Nomanfiy butun sonlar to‘plami.

Natural sonlar nazariyasi ham bir necha yo‘llar bilan aksiomatik qurilgan:

To‘plam nazariyasi asosida (sanoq sonlar nazariyasi);

Peano aksiomalari asosida (tartib sonlar nazariyasi);

Miqdor tushunchasi asosida (miqdor sonlar nazariyasi).

Natural son tushunchasi matematikaning asosiy tushunchalaridan biridir. U butun matematika fani singari kishilar amaliy faoliyatlaridagi ehtiyojlar natijasida vujudga kelgan. Turli-tuman chekli to‘plamlarni bir-biri bilan taqqoslash zarurati ham natural sonlarning vujudga kelishiga sabab bo‘ldi.

O‘zining rivojlanish davrida natural sonlar tushunchasi bir nechta bosqichdan o‘tdi. Juda qadim zamonlarda chekli to‘plamlarni taqqoslash uchun berilgan to‘plamlar orasida yoki to‘plamlardan biri bilan ikkinchi to‘plamning qism to‘plam orasida o‘zaro bir qiymatli moslik o‘rnatishgan, ya’ni bu bosqichda kishilar buyumlar to‘plamining sanog‘ini ularni sanamasdan idrok qilganlar.

Vaqt o‘tishi bilan odamlar faqat sonlarni atashni emas, balki ularni belgilashni, shuningdek, ular ustida amallar bajarishni o‘rganib oldilar. Qadimgi Hindistonda sonlarni yozishning o‘nli sistemasi va nol tushunchasi yaratildi. Asta-sekin natural sonlarning cheksizligi haqidagi tasavvurlar hosil bo‘la boshladi.

Natural son tushunchasi shakllangandan so‘ng sonlar mustaqil obyektlar bo‘lib qoldi va ularni matematik obyektlar sifatida o‘rganish imkoniyati vujudga keldi. Sonni va sonlar ustida amallarni o‘rgana boshlagan fan «Arifmetika» nomini oldi.

Arifmetika qadimgi Sharq mamlakatlari: Vavilon, Xitoy, Hindiston, Misrda vujudga keldi. Bu mamlakatlarda to‘plangan matematik bilimlar qadimgi Gretsiyada rivojlantirildi va davom ettirildi. Arifmetikaning rivojlanishiga o‘rta asrlarda Hind, Arab dunyosi mamlakatlari va O‘rta Osiyo matematiklari,

XVIII asrdan boshlab esa Yevropalik olimlar katta hissa qo'shdilar. «Natural son» atamasini birinchi bo'lib rimlik olim A.A.Boetsiy qo'lladi.

1.2.Nomanfiy butun son tushunchasi.

Nomanfiy butun sonlar to'plamini to'plamlar nazariyasi asosida qurish XIX asrda

G. Kantor tomonidan to'plamlar nazariyasi yaratilgandan so'ng mumkin bo'ldi. Bunazariya asosida chekli to'plam va o'zaro bir qiymatli moslik tushunchalari yotadi.

1-ta'rif. Agar A va B to'plamlar orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatish mumkin bo'lsa, bu to'plamlar teng quvvatli deyiladi. $A \sim B$ ko'rinishda yoziladi.

«Teng quvvatlilik» munosabati refleksiv va tranziti bo'lgani uchun u ekvivalentlik munosabati bo'ladi va barcha chekli to'plamlarni ekvivalentlik sinflariga ajratadi. Har bir sinfdan turli elementli to'plamlar yig'ilgan bo'lib, ularning umumiy xossasi teng quvvatli ekanligidir.

2-ta'rif. Natural son deb, bo'sh bo'lmagan chekli teng quvvatli to'plamlar sinfining umumiy xossasiga aytiladi.

Har bir ekvivalentlik sinfining umumiy xossasini uning biror to'plami to'la ifodalaydi. Har bir sinf xossasini ifodalovchi natural son alohida belgi bilan belgilanadi. A to'plam bilan aniqlanadigan a son shu to'plamning quvvati deyiladi va $a = n(A)$ deb yoziladi. Masalan, 3 soni uch elementli to'plamlar sinfining umumiy xossasini bildiradi va u bu sinfnin istalgan to'plami bilan aniqlanadi. 3 natural sonini ekvivalent to'plamlar sinfining $A = \{a; b; 5\}$, $B = \{\text{qizil, sariq, yashil}\}$, $C = \{\square; \nabla; \circ\}$ kabi vakillarini ko'rsatish bilan aniqlash mumkin.

Har bir chekli to'plamga unga tegishli bo'lmagan biror elementni qo'shib, berilgan to'plamga ekvivalent bo'lmagan to'plamni hosil qilamiz. Bu jarayonni davom ettirib, o'zaro ekvivalent bo'lmagan to'plamlarning cheksiz ketma-ketligini va shu to'plamlar bilan aniqlanadigan 1, 2, 3, n , ... ko'rinishda belgilangan natural sonlar ketma-ketligini hosil qilamiz. Barcha natural sonlar to'plamini $N = \{1; 2; 3; \dots\}$ ko'rinishda yozishga kelishamiz.

3-ta'rif. Bo'sh to'plamlar sinfining umumiy xossasiga esa son 0 soni deyiladi,

$$0 = n(\emptyset).$$

0 soni va barcha natural sonlar birgalikda nomanfiy butun sonlar to'plamini tashkil qiladi. Bu to'plam N_0 ko'rinishida belgilanadi. $N_0 = \{0\} \cup N$. Bu yerda, N — barcha natural sonlar to'plami.

1.3. Nomanfiy butun sonlarni taqqoslash.

Sonlarni taqqoslash qanday nazariy asosda yuz berishini aniqlaylik. Ikkita nomanfiy butun a va b son berilgan bo'lsin hamda ular chekli A va B to'plamlar bilan aniqlansin.

4-ta'rif. Agar a va b sonlar teng quvvatli to'plamlar bilan aniqlansa, u holda ular teng deyiladi.

$$a = b \Leftrightarrow A \sim B, \text{ bu yerda } n(A) = a; n(B) = b.$$

Agar A va B to'plamlar teng quvvatli bo'lmasa, u holda ular bilan aniqlanadigan sonlar turlicha bo'ladi.

5-ta'rif. Agar A to'plam B to'plamning o'z qism to'plamiga teng quvvatli va $n(A) = a; n(B) = b$ bo'lsa, a son b sonidan kichik deyiladi va $a < b$ kabi yoziladi. Xuddi shu vaziyatda b son a sonidan katta deyiladi va $b > a$ kabi yoziladi. $a < b \Leftrightarrow A \sim B$, bu yerda $B_1 \subset B$

1.4. Nomanfiy butun sonlar yig'indisi, uning mavjudligi va yagonaligi.

To'plamlar ustida bajariladigan har bir amalga shu to'plamlar bilan aniqlanadigan sonlar ustidagi amallar mos keladi. Masalan, o'zaro kesishmaydigan A va B to'plamlar birlashmasidan iborat C to'plam A va B to'plamlar bilan aniqlanadigan a va b nomanfiy butun sonlarning yig'indisi deb ataluvchi c sonni aniqlaydi.

6-ta'rif. Butun nomanfiy a va b sonlarning yig'indisi deb $n(A) = a; n(B) = b$ bo'lib, kesishmaydigan A va B to'plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi.

$$a + b = n(A \cup B), \text{ bu yerda } n(A) = a; n(B) = b \text{ va } A \cap B = \emptyset.$$

Berilgan ta'rifdan foydalanib, $5 + 2 = 7$ bo'lishini tushuntiramiz. 5 — bu biror A to'plamning elementlari soni, 2 — biror B to'plamning elementlari soni, bunda ularning kesishmasi bo'sh to'plam bo'lishi kerak. Masalan, $A = \{x; y; z; t;$

$p\}$, $B = \{a; b\}$ to'plamlarni olamiz. Ularni birlashtiramiz: $AVB = \{x; y; z; t; p; a; b\}$. Sanash yo'li bilan $n(AVB) = 7$ ekanligini aniqlaymiz.

Demak, $5 + 2 = 7$.

Umuman, $a + b$ yigindi $n(A)=a$, $n(B)=b$ shartni qanoatlantiruvchi kesishmaydigan A va B to'plamlarning tanlanishiga bog'liq emas. Bu umumiy da'voni biz isbotsiz qabul qilamiz.

Bundan tashqari, butun nomanfiy sonlar yig'indisi har doim mavjud va yagonadir. Boshqacha aytganda, biz qanday ikkita nomanfiy a va b sonlar olmaylik, ularning yig'indisi — butun nomanfiy c sonni har doim topish mumkin. U berilgan a va b sonlar uchun yagona bo'ladi.

Yigindining mavjudligi va yagonaligi ikki to'plam birlashmasining mavjudligi va yagonaligidan kelib chiqadi.

Yigindi ta'rifidan foydalanib, «kichik» munosabatiga boshqacha ta'rif berish mumkin:

7-ta'rif. $\forall a, b \in \mathbb{N}$ uchun $a = b + c$ bo'ladigan c son topilsa, $b < a$ (yoki $a > b$) deyiladi.

Natural son tushunchasi matematikaning asosiy tushunchalaridan biridir.

U butun matematika fani singari kishilar amaliy faoliyatlaridagi ehtiyojlar natijasida vujudga kelgan. Turli-tuman chekli to'plamlarni bir-biri bilan taqqoslash zarurati ham natural sonlarning vujudga kelishiga sabab bo'ldi.

O'zining rivojlanish davrida natural sonlar tushunchasi bir nechta bosqichni o'tdi. Juda qadim zamonlarda chekli to'plamlarni taqqoslash uchun berilgan to'plamlar orasida yoki to'plamlardan biri bilan ikkinchi to'plamning qism to'plami orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatishgan, ya'ni bu bosqichda kishilar buyumlar to'plamining sanogini ularni sanamasdan idrok qilganlar.

Vaqt o'tishi bilan odamlar faqat sonlarni atashni emas, balki ularni belgilashni, shuningdek, ular ustida amallar bajarishni o'rganib oldilar. Qadimgi Hindistonda sonlarni yozishning o'nli sistemasi va nol tushunchasi yaratildi.

Asta-sekin natural sonlarning cheksizligi haqidagi tasavvurlar hosil bo'la boshladi.

Natural son tushunchasi shakllangandan so'ng sonlar mustaqil obyektlar bo'lib qoldi va ularni matematik obyektlar sifatida o'rganish imkoniyati vujudga keldi. Sonni va sonlar ustida amallarni o'rgana boshlagan fan «Arifmetika» nomini oldi. Arifmetika qadimgi Sharq mamlakatlari: Vavilon, Xitoy, Hindiston, Misrda vujudga keldi. Bu mamlakatlarda to'plangan matematik bilimlar qadimgi Gretsiyada rivojlantirildi va davom ettirildi. Arifmetikaning rivojlanishiga o'rta asrlarda Hind, Arab dunyosi mamlakatlari va O'rta Osiyo matematiklari, XVIII asrdan boshlab esa Yevropalik olimlar katta hissa qo'shdilar. «Natural son» atamasini birinchi bo'lib rimlik olim A.A.Boetsiy qolladi.

2. Nomanfiy butun son tushunchasi. Nomanfiy butun sonlar to'plamini to'plamlar nazariyasi asosida qurish XIX asrda G. Kantor tomonidan to'plamlar nazariyasi yaratilgandan so'ng mumkin bo'ldi. Bu nazariya asosida chekli to'plam va o'zaro bir qiymatli moslik tushunchalari yotadi.

Nomanfiy butun sonlarni qo'shish

1-masala.

Butun nomanfiy a va b sonlarning yig'indisi deb $n(A) = a$; $n(B) = b$ bo'lib, kesishmaydigan A va B to'plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi.

$a + b = n(A \cup B)$, bu yerda $n(A) = a$; $n(B) = b$ va $A \cap B = \emptyset$.

Berilgan ta'rifdan foydalanib, $5 + 2 = 7$ bo'lishini tushuntiramiz. 5 — bu biror A to'plamning elementlari soni, 2 — biror B to'plamning elementlari soni, bunda ularning kesishmasi bo'sh to'plam bo'lishi kerak. Masalan, $A = \{x; y; z; t; p\}$, $B = \{a; b\}$ to'plamlarni olamiz. Ularni birlashtiramiz: $A \cup B = \{x;$

$y; z; t; p; a; b\}$. Sanash yo'li bilan $n(A \cup B) = 7$ ekanligini aniqlaymiz. Demak,

$5 + 2 = 7$.

2-masala.

$a + b = n(A \cup B)$, bu yerda $n(A) = a$, $n(B) = b$ va $A \cap B = \emptyset$.

Masalan: $A = \{x, y, z, t, p, q\}$, $B = \{a, b, c\}$ to'plamlarni olamiz. Ularni birlashtiramiz.

$A \cup B = \{x, y, z, t, p, q, a, b, c\}$ sanash yo'li bilan $n(A \cup B) = 9$ ekanligini

aniqlaymiz. $a + b = n(A \cup B)$. Demak, $6 + 3 = 9$.

To'plam nazariyasiga ko'ra ta'rifiga asoslanib, $9 + 5$, $5 + 3$, $8 + 5$ ni hisoblash yo'liniko'rsating.

To'plam nazariyasiga ko'ra ta'rifiga asoslanib, $7 + 5$, $4 + 6$, $2 + 3$, $5 + 4$ ni hisoblash yo'lini ko'rsating.

To'plam nazariyasiga ko'ra ta'rifiga asoslanib, $9 + 0$, $0 + 3$, $0 + 0$, $8 + 2$ ni hisoblash yo'lini ko'rsating.

Qo'shish amalining xossalariga ko'ra misollar yechish

1) $27 + 39 + 13 + 11 = (27 + 13) + (39 + 11) = 40 + 50 = 90$

2) $38 + 94 + 12 + 16 = (38 + 12) + (94 + 16) = 50 + 110 = 160$

3) $49 + 29 + 87 + 31 + 51 + 13 = (49 + 51) + (29 + 31) + (87 + 13) = 100 + 60 + 100 = 260$

4) $18 + 39 + 27 + 12 + 23 = (18 + 12) + (27 + 23) + 39 = 30 + 50 + 39 = 119$

5) $54 + 28 + 13 + 12 + 16 = (54 + 16) + (28 + 12) + 13 = 70 + 40 + 13 = 123$

6) $116 + 37 + 14 + 43 = (116 + 14) + (37 + 43) = 130 + 80 = 210$

7) $357 + 89 + 43 + 111 = (357 + 43) + (89 + 111) = 400 + 200 = 600$

8) $254 + 87 + 46 + 53 = (254 + 46) + (87 + 53) = 300 + 140 = 440$

O'rin almashtirish va gruppalash qonunlaridan foydalanib, quyidagi misollarni eng qulay yo'lbilan yeching:

1) $2608 + 529 + 392 + 271 = (2608 + 392) + (529 + 271) = 3000 + 800 = 3800$

2) $1016 + 704 + 250 + 884 + 296 = (1016 + 884) + (704 + 296) + 250 =$
 $= 2000 + 1000 + 250 = 3250$

3) $10556 + 8074 + 9444 + 926 + 1000 = (10556 + 9444) + (8074 + 926) + 1000 =$
 $= 20000 + 10000 + 1000 = 31000$

4) $1720 + 863 + 280 + 137 = (1720 + 280) + (863 + 137) = 2000 + 1000 = 3000$

Quyidagi yig'indilarini ikki usul bilan toping:

1. $4098+(1765+7908)=4098+9673=13771$

$4098+(1765+7908)=4098+1765+7908=5863+7908=13771$

2) $7509+(12078+9067)=7509+21145=28654$

$7509+(12078+9067)=7509+12078+9067=19587+28654$

3) $15728+(4987+3751+7399)=15728+(4987+(3751+7399))=$
 $=15728+(4987+11150)=15728+16137=31865$

4) $10087+(3445+5684+7889)=10087+(9129+7889)=10087+17018=27105$

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

1. 32 o'quvchining 12 tasi voleybol seksiyasiga, 15 tasi basketbol seksiyasiga, 8 kishi esa ikkala seksiyaga ham qatnashadi. Sinfdagi necha o'quvchi hech bir seksiyaga qatnashmaydi?

2. Sinfdagi bir necha o'quvchi marka yig'dilar. 15 o'quvchi O'zbekiston markalarini, 11 kishi chet el markalarini, 6 kishi ham O'zbekiston markalarini, ham chet el markalarini yig'di. Sinfdagi necha o'quvchi marka to'plagan?

3. 30 o'quvchidan 18 nafari matematikaga, 17 nafari esa fizikaga qiziqadi. Ikkala fanga ham qiziqadigan o'quvchilar soni nechta bo'lishi mumkin? (Ko'rsatma. Ikkala fanga ham qiziqmaydigan o'quvchilar soni $k \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 12\}$).

4. 100 odamdan iborat sayyohlar guruhida 10 kishi nemis tilini ham, fransuz tilini ham bilmaydi, 75 nafari nemis tilini, 83 nafari esa fransuz tilini biladi. Ikkala tilni ham biladigan sayyohlar sonini toping.

5. 26 o'quvchining 14 nafari shaxmatga, 16 nafari shashkaga qiziqadi. Ham shashkaga, ham shaxmatga qiziqadigan o'quvchilar qancha?

6. 70 o'quvchidan 34 nafari matematikaga, 45 nafari esa fizikaga qiziqadi. Ikkala fanga ham qiziqadigan o'quvchilar soni qancha bo'lishi mumkin?

7. 40 o'quvchining 24 nafari shaxmatga, 26 nafari shashkaga qiziqadi. Ham shashkaga, ham shaxmatga qiziqadigan o'quvchilar qancha?

8. Sinfdagi 35 o'quvchi o'qidi. Ulardan 17 nafari matematika to'garagiga, 21 pedagogika to'garagiga boradi. 10 o'quvchi ikkala to'garakga ham boradi.

Qancha o'quvchi xech bir to'garakga bormaydi ?

9. Sinfda 40 o'quvchi o'qiydi. Ulardan 32 nafari matematika to'garagiga, 14 pedagogika to'garagiga boradi. 15 o'quvchi ikkala to'garakga ham boradi.

Qancha o'quvchi xech bir to'garakga bormaydi ?

10. To'plam nazariyasiga ko'ra ta'rifiga asoslanib, $7+5$, $4+6$, $2+3$, $5+4$ ni hisoblash yo'lini ko'rsating.

11. To'plam nazariyasiga ko'ra ta'rifiga asoslanib, $9+0$, $0+3$, $0+0$, $8+2$ ni hisoblash yo'lini ko'rsating.

12. Valida 18 marka bor. Umidada Validan 6 marka kam, Sevarada esa Vali bilan Umidaning markalaridan 12 ta marka kam. Sevarada qancha marka bor?

13. Teng yonli uchburchakning asosi yon tomonidan 7 sm ortiq. Agar uchburchakning perimetri 43 sm bo'lsa, uning yon tomoni toping.

14. Kinoteatrning bir kassasida ikkinchisiga qaraganda 86 ortiq bilet sotildi. Agar xammasi bulib 792 ta bilet sotilgan bo'lsa, har bir kassada nechta bilet sotilgan?



2.1. Natural sonlarni qo'shish va uning xossalari. Qo'shish amalining ta'rifi German Grossman (1809-1877) tomonidan berilgan qo'shish amalining induktivlik ta'rifiga asoslanadi. Bu ta'rif ikki qismdan iborat bo'lib, u quyidagicha:

Ixtiyoriy a natural songa 1 ni qo'shish, bevosita a dan keyin keladigan sonni beradi, ya'ni $(a \in \mathbb{N}) (a + 1 = a')$.

a songa bevosita b sondan keyin keladigan b' sonni qo'shish natijasida $a + b$ sondan bevosita keyin keladigan natural $(a+b)'$ sonni beradi ya'ni $(a, b \in \mathbb{N})$

$[a + b - (a+b)' = (a+b) + 1]$. Peanoning ikkinchi aksiomasidan ma'lumki,

n — natural son bo'lsa, $n + 1$ ham albatta natural son bo'ladi. Bunda a va $a + b$ lar natural son bo'lganda $a + b' = (a + b)'$ ham natural son bo'lishi kelib chiqadi. Shuningdek, $a + 1 = a'$ dan Peanoning aksiomasiga asosan a natural son bilan b natural sonning yigindisi aniqlangan va natural sondan iborat bo'ladi. Demak, qo'shish amali natural sonlar to'plamida hamma vaqt bajariladigan bir qiymatli operatsiya ekan.

Natural sonlarni qo'shish ta'rifidan ko'rinadiki, har qanday natural son o'zidan oldingi natural son bilan birning yig'indisiga teng bo'lar ekan. Ya'ni

$$2 = 1 + 1 \quad 6 = 5 + 1$$

$$3 = 2 + 1 \quad 7 = 6 + 1$$

$$4 = 3 + 1 \quad 8 = 7 + 1$$

$$5 = 4 + 1 \quad 9 = 8 + 1$$

Natijada biz 1 ni qo'shish jadvalini hosil qildik. Endi 2 ni qo'shish jadvalini tuzaylik:

$$2 + 2 = 2 + (1 + 1) = (2 + 1) + 1 = 3 + 1 = 4.$$

Demak, 2 ni qo'shish jadvali:

$$1 + 2 = 1 + (1 + 1) = (1 + 1) + 1 = 2 + 1 = 3,$$

$$2 + 2 = 2 + (1 + 1) = (2 + 1) + 1 = 3 + 1 = 4,$$

$$3 + 2 = 3 + (1 + 1) = (3 + 1) + 1 = 4 + 1 = 5,$$

$$4 + 2 = 4 + (1 + 1) = (4 + 1) + 1 = 5 + 1 = 6.$$

3 ni qo'shish jadvalini tuzsak:

$$1 + 3 = 1 + (2 + 1) = (1 + 2) + 1 = 3 + 1 = 4,$$

$$2 + 3 = 2 + (2 + 1) = (2 + 2) + 1 = 4 + 1 = 5,$$

$$3 + 3 = 3 + (2 + 1) = (3 + 2) + 1 = 5 + 1 = 6.$$

Xuddi shu yo'l bilan bir xonali sonlarni qo'shish jadvalini tuzishimiz mumkin.

Yuqoridagilardan ko'rinadiki, agar natural sonlar qatorida **a** dan bevosita keyin keladigan **b** ta sonni sanasak, natijada oxiri sanalgan son **a** va **b** sonlarning yig'indisi bo'ladi hamda u **a + b** ko'rinishda belgilanadi. Bunda **a** – birinchi qo'shiluvchi, **b** - ikkinchi qo'shiluvchi, **a + b** esa yigindi deb yuritiladi.

Qo'shish amali quyidagi xossalarga ega:

1°. Guruhlash (assotsiativlik) xossasi.

$$(a, b, c \in \mathbb{N})[(a + b) + c = a + (b + c)].$$

Bu xossani matematik induksiya metodi yordamida isbotlaylik.

Isbot. 1) $c = 1$ bo'lsin. U holda $(a + b) + 1 = a + b = a + b - a + (b + 1)$ (ta'rifga asosan). Demak, $c = 1$ uchun guruhlash xossasi o'rinli.

2) $c = n$ uchun $(a + b) + n = a + (b + n)$ o'rinli deb faraz qilaylik.

3) $c = n + 1$ uchun bu xossani isbotlaylik.

$(a + b) + (n + 1) = [(a + b) + n] + 1 = [\text{ta'rifga asosan}] = [a + (b + n)] + 1 = [\text{farazga asosan}] = a + [(b + n) + 1] = [\text{ta'rifga asosan}] = a + [b + (n + 1)]$ (ta'rifga asosan). Demak, $(a + b) + (n + 1) = a + [b + (n + 1)]$. Peanoning 4-aksiomasiga asosan, $(a+b)+c=a+(b+c)$ ekanligi kelib chiqadi.

2°. O'rin almashtirish (kommutativlik) xossasi. $(a, b \in \mathbb{N}) (a + b = b + a)$. Bu xossani ham matematik induksiya metodidan foydalangan holda isbotlaymiz.

Isbot. 1) $a=1$ bo'lsa, $1+b=b+1$ bo'lishini isbotlaylik. $b = 1$ bo'linsa, $1 + 1 = 1 + 1$ bo'ladi. Demak, $b = 1$ uchun $1 + b = b + 1$

tenglik to'g'ri. $b=n$ uchun $1+n=n+1$ to'g'ri deb faraz qilaylik.

$b=n+1$ uchun $1+(n+1)=(n+1)+1$ to'g'riligini isbotlaymiz.

$$1+(n+1)=(1+n)+1=[\text{ta'rifga asosan}] = (n+1)+1 [\text{farazga asosan}].$$

Demak, $1+(n+1)=(n+1)+1$ bo'ladi.

2.2. Ayirish amalining ta'rifi va xossalari. Aytaylik, bizga ikkita qo'shiluvchining yig'indisi ***a*** va qo'shiluvchilardan biri ***b*** berilgan holda ikkinchi qo'shiluvchini topish talab qilinsin. Demak, shunday *x* sonini topish kerakki, bunda ***a = b + x*** bo'lsin.

1-ta'rif. Berilgan ***a*** sonidan ***b*** sonni ayirish deb, ***b*** ga qo'shganda *a* hosil bo'ladigan *x* sonni topishga aytiladi. Bunda: ***a*** — kamayuvchi, ***b*** - ayiriluvchi; ***x*** - ayirma deb yuritiladi va

x = a - b ko'rinishda yoziladi.

Ta'rifdan ko'rinadiki, kamayuvchi ayiriluvchi bilaayirmaning yig'indisidan iborat bo'ladi. Demak, ***a - b = x => a = b + x***. Bundan ko'rinadiki, yig'indining monotonligiga asosan kamayuvchi ayiriluvchidan katta bo'ladi, ya'ni ***a > b***. Nomanfiy butun sonlar to'plamida kamayuvchi ayiriluvchidan katta yoki unga teng bo'lgan holdagina ayirish

amali aniqlangan bo'ladi. Ya'ni ***a > b*** bo'lgan holda ***a - b*** ayirma mavjud bo'ladi.

Ayirish amali quyidagi xossalarga ega:

1°. Agar ikki sonning ayirmasiga ayiriluvchi qo'shilsa, kamayuvchi hosil bo'ladi, ya'ni ***a - b = c*** bo'sa, ***a = b + c*** bo'ladi.

Isbot. Ta'rifga asosan ***a = b + c*** yoki ***c + b = a***. Lekin

c = a - b => c + b = (a - b) + b = a.

2°. Agar ikki son yig'indisidan qo'shuvchilardan biri ayirilsa, ikkinchi qo'shiluvchi hosil bo'ladi, ya'ni ***(a, b ∈ N) [(a + b) - b = a]***.

3°. Berilgan songa ikki sonning ayirmasini qo'shish uchun kamayuvchini qo'shib, ayiriluvchini ayirish kifoya, ya'ni

(a, b, c ∈ N) [a + (b - c) = (a + b) - c].

4°. Berilgan sonidan yigindini ayirish uchun bu sonidan qo'shiluvchilarni birin-ketin ayirish kifoya, ya'ni ***(a, b ∈ N) [(a - (b + c)) = a - b - c]***.

5°. Berilgan sonidan ayirmani ayirish uchun kamayuvchini ayirib, ayiriluvchini qo'shish kifoya, ya'ni

(a, b, c ∈ N) [a - (b - c) = (a - b) + c].

2.3. Nomanfiy butun sonlar yig'indisi, uning mavjudligi va yagonaligi.

To‘plamlar ustida bajariladigan har bir amalga shu to‘plamlar bilan aniqlanadigan sonlar ustidagi amallar mos keladi. Masalan, o‘zaro kesishmaydigan A va B to‘plamlar birlashmasidan iborat C to‘plam A va B to‘plamlar bilan aniqlanadigan a va b nomanfiy butun sonlarning yig‘indisi deb ataluvchi c sonni aniqlaydi.

2- ta’rif. Butun nomanfiy a va b sonlarning **yig‘indisi** deb $n(A) = a$; $n(B) = b$ bo‘lib, kesishmaydigan A va B to‘plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi.

$a + b = n(A \cup B)$, **bu yerda** $n(A) = a$; $n(B) = b$ va $A \cap B = \emptyset$.

Berilgan ta’rifdan foydalanib, $5 + 2 = 7$ bo‘lishini tushuntiramiz. 5 — bu biror A to‘plamning elementlari soni, 2 — biror B to‘plamning elementlari soni, bunda ularning kesishmasi bo‘sh to‘plam bo‘lishi kerak. Masalan, $A = \{x; y; z; t; p\}$, $B = \{a; b\}$ to‘plamlarni olamiz. Ularni birlashtiramiz: $A \cup B = \{x; y; z; t; p; a; b\}$. Sanash yo‘li bilan $n(A \cup B) = 7$ ekanligini aniqlaymiz. Demak, $5 + 2 = 7$.

Umuman, $a + b$ yigindi $n(A)=a$, $n(B)=b$ shartni qanoatlantiruvchi kesishmaydigan A va B to‘plamlarning tanlanishiga bog‘liq emas. Bu umumiy da’voni biz isbotsiz qabul qilamiz.

Bundan tashqari, butun nomanfiy sonlar yig‘indisi har doim mavjud va yagonadir. Boshqacha aytganda, biz qanday ikkita nomanfiy a va b sonlar olmaylik, ularning yig‘indisi — butun nomanfiy c sonni har doim topish mumkin. U berilgan a va b sonlar uchun yagona bo‘ladi.

Yigindining mavjudligi va yagonaligi ikki to‘plam birlashmasining mavjudligi va yagonaligidan kelib chiqadi.

Yigindi ta’rifidan foydalanib, «kichik» munosabatiga boshqacha ta’rif berish mumkin:

3- ta’rif. $\forall a, b \in \mathbb{N}$ uchun $a = b + c$ bo‘ladigan c son topilsa, $b < a$ (yoki $a > b$) deyiladi.

$(\forall a, b \in \mathbb{N})(c \in \mathbb{N})(b < a \Leftrightarrow a = b + c)$.

2.4. Qo'shish amalining xossalari.

1°. Qo'shish amali kommutativdir:

$$(\forall a, b \in N_0)(a+b=b+a),$$

ya'ni ixtiyoriy nomanfiy butun a va b sonlar uchun $a + b = b + a$ tenglik o'rinli.

Isbot. $a = n(A)$, $b = n(B)$ va $A \cap B = \emptyset$ bo'lsin,

$$a+b=n(A \cup B)=n(B \cup A)=b+a$$

(to'plamlar birlashmasining kommutativligiga asosan).

2°. Qo'shish amali assotsiativdir:

$$(\forall a, b, c \in N_0) a + (b + c) = (a + b) + c).$$

Isbot: $a = n(A)$, $b = n(B)$, $c = n(C)$ va $A \cap B = \emptyset$, $B \cap C = \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$ bo'lsin.

$$a + (b + c) = n(A \cup (B \cup C)),$$

$$(a + b) + c = n((A \cup B) \cup C)$$

to'plamlar birlashmasining assotsiativligiga ko'ra

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C.$$

$$\text{Demak, } a + (b + c) = (a + b) + c.$$

3°. 0 ni yutish qonuni:

$$(\forall a \in N_0) a + 0 = a.$$

Isbot.

$a = n(A)$, $0 = n(\emptyset)$, $a + 0 = n(A \cup \emptyset) = n(A) + n(\emptyset)$, $A \cup \emptyset = A$ bo'lgani uchun.

4°. Qo'shish amali qisqaruvchandir:

$$(\forall a, b, c \in N_0) a + c = b + c. \Leftrightarrow a = b,$$

Isbot. $a = n(A)$, $b = n(B)$, $c = n(Q)$ bo'lsin. $A = B \Rightarrow A \cup C = B \cup C$ bo'ladi.

Qo'shish amali ta'rifidan $n(A) = n(B) \Rightarrow n(A \cup C) = n(B \cup C)$, $a = b \Rightarrow a + c = b + c$.

5°. Qo'shish amali monotondir:

$$(\forall a, b, c \in N_0) a < b \Rightarrow a + c < b + c.$$

Isbot. $a = n(A)$, $b = n(B)$ bo'lsin.

$a < b \Rightarrow A \sim B_1 \subset B$, bu yerda $B_1 \neq B$, $B_1 \neq \emptyset$, u holda

$A \cup C \sim B_1 \cup C \subset B \cup C \Rightarrow a + c < b + c$.

«<» munosabati N_0 to'plamda qat'iy tartib munosabati bo'lishini isbot qilamiz. Buning uchun «<» munosabatining tranzitiv va asimmetrik ekanligini ko'rsatamiz.

a) tranzitivligi: $a < b$, $b < c$ bo'lsin, 7-ta'rifga ko'ra, shunday k va h sonlar topiladiki, $b = a + k$ va $c = b + h$ bo'ladi, bundan

$c = b + h = (a + k) + h$ a qo'shishning assotsiativligiga ko'ra

$c = a + (k + h)$ ekanligini yozish mumkin, bu esa $a < c$ degan xulosani beradi.

b) asimmetriklikni teskarisini faraz qilish yo'li bilan isbotlaymiz. Faraz qilaylik, bir vaqtda $a < b$ va $b < a$ o'rinli bo'lsin. Bundan tranzitivlik xossasiga ko'ra $a < a$ ekanligi kelib chiqadi, demak, farazimiz noto'g'ri va bir vaqtda $a < b$ va $b < a$ bo'lishi mumkin emas, degan xulosaga kelamiz. 4-ta'rif. Butun nomanfiy a va b sonlarning yig'indisi deb, $n(A)=a$, $n(B)=b$ bo'lib, kesishmaydigan A va B to'plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi.

$a+b=n(A \cup B)$, bu erda $n(A)=a$, $n(B)=b$ va $A \cap B=\emptyset$

Misol. Berilgan ta'rifdan foydalanib, $5+2=7$ bo'lishini tushuntiramiz. 5-bu biror A to'plamning elementlari soni, 2- biror B to'plamning elementlari soni, bunda ularning kesishmasi bo'sh to'plam bo'lishi kerak. Masalan, $A=\{x,u,z,t,r\}$, $B=\{a,b\}$ to'plamlarni olamiz. Ularni birlashtiramiz: $A \cup B=\{x,u,z,t,r,a,b\}$. Sanash yo'li bilan $n(A \cup B)=7$ ekanini aniqlaymiz. Demak $5+2=7$. Butun nomanfiy sonlar yig'indisi har doim mavjud va yagonadir. Boshqacha aytganda, biz qanday ikkita butun nomanfiy a va b sonlar olmaylik, ularning yig'indisi – butun nomanfiy c sonini har doim topish mumkin, u berilgan a va b sonlar uchun yagona bo'ladi.

1. Kommutativlik qonuniga misol

Agar $a=3$, $b=-5$ va $c=7$ bo'lsa, kommutativlik qonuni quyidagicha ishlaydi:

$$\begin{aligned} a+b &= 3+(-5)=-2 & a+b &= 3+(-5)=-2 \\ a+b &= 3+(-5)=-2 & b+a &= -5+3=-2 \\ b+a &= -5+3=-2 & b+a &= -5+3=-2 \end{aligned}$$

Ko‘rib turganimizdek, qo‘shishda sonlarning tartibi o‘zgarsa ham, natija bir xil bo‘lib qoladi, ya’ni -2 .

Shuningdek, uchta sonni qo‘shish bilan ham quyidagicha kommutativlik qonuni ishlashini ko‘rish mumkin:

$$a+(b+c)=3+(-5+7)=3+2=5$$

$$a + (b + c) = 3 + (-5 + 7) = 3 + 2 = 5$$

$$a+(b+c)=3+(-5+7)=3+2=5$$

$$(b+c)+a=(-5+7)+3=2+3=5$$

2. Assotsiativlik qonuniga misol

Agar $a=-2$, $b=4$ va $c=10$ bo‘lsa, assotsiativlik qonuni quyidagicha ishlaydi:

$$(a+b)+c=(-2+4)+10=2+10=12$$

$$a+(b+c)=-2+(4+10)=-2+14=12$$

Bu yerda ko‘rganimizdek, qo‘shish tartibi o‘zgarsa ham (ya’ni qaysi juftlarni birinchi bo‘lib qo‘shishimizga qarab), natija bir xil bo‘ladi.

3. Kommutativlik va assotsiativlikni birlashtirish

Endi kommutativlik va assotsiativlik qonunlarini birgalikda qo‘llaymiz. Agar $a=1$, $b=2$, $c=-3$, $d=5$ bo‘lsa, biz quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$a+(b+(c+d))=1+(2+(-3+5))=1+(2+2)=1+4=5 \quad a + (b + (c + d)) =$$

$$=1 + (2 + (-3 + 5)) = 1 + (2 + 2) = 1 + 4 = 5$$

$$a+(b+(c+d))=1+(2+(-3+5))=1+(2+2)=1+4=5$$

$$((a+b)+c)+d=((1+2)+(-3))+5=(3+(-3))+5=0+5=5 \quad ((a + b) + c) + d =$$

$$=(((1 + 2) + (-3)) + 5) = (3 + (-3)) + 5 = 0 + 5 = 5$$

$$((a+b)+c)+d=((1+2)+(-3))+5=(3+(-3))+5=0+5=5$$

Ko‘rganimizdek, tartibni o‘zgartirish orqali ham (kommutativlik va assotsiativlik qonunlarini qo‘llab) natija o‘zgarmasdan 5 ga teng bo‘lib qoladi.

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

1. Agar $a=4$, $b=-7$, $c=5$ quyidagi ifodalarda kommutativlik qonunini tekshiring:

a) $a+b$ va $b+a$ ning natijalarini solishtiring.

b) $a+(b+c)$ va $(a+b)+c$ ni solishtiring.

2. Quyidagi ifodalarni kommutativlik qonuniga asoslanib hisoblang:

a) $12+(-6)$ va $-6+12$

b) $(-3)+8$ va $8+(-3)$

c) $0+(-15)$ va $-15+0$

3. Agar $a=-3$, $b=6$ va $c=-2$ quyidagi ifodalarda assotsiativlik qonunini tekshiring:

a) $(a+b)+c$ va $a+(b+c)$ ning natijalarini solishtiring.

b) $(5+(-9))+3$ va $5+((-9)+3)$ ifodalarining natijalarini hisoblang.

4. Quyidagi ifodalarni assotsiativlik qonuniga asoslanib hisoblang:

a) $(7+4)+2$ va $7+(4+2)$

b) $(12+(-3))+(-5)$ va $12+((-3)+(-5))$

5. Agar $a=8$, $b=-2$, $c=6$, $d=-5$ quyidagi ifodalarda kommutativlik va assotsiativlik qonunlarini birlashtirib hisoblang:

a) $a+(b+(c+d))$ va $(a+b)+(c+d)$

b) $(a+(b+c))+d$ va $a+((b+c)+d)$

6. Agar $a=3$, $b=5$, $c=-4$, $d=-7$ quyidagi ifodalarda kommutativlik va assotsiativlik qonunlarini qo'llang:

a) $(a+b)+(c+d)$ va $(a+(b+c))+d$

b) $a+(b+(c+d))$ va $((a+b)+c)+d$

7. Agar $a=2$, $b=-4$, $c=6$ va $d=-1$ quyidagi ifodalarda barcha qo'shish qonunlarini qo'llang:

a) $(a+(b+c))+d$ va $(a + (b + c)) + d$

b) $a+(b+(c+d))$ va $a + (b + (c + d))$

c) $(a+b)+(c+d)$ va $(a + b) + (c + d)$



3.1. Nomanfiy butun sonlar ko'paytmasi.

$a = n(A)$ va $b = n(B)$ bo'lgana va b nomanfiy butun sonlar berilgan bo'lsin.

1-ta'rif. a va b nomanfiy butun sonlar ko'paytmasi deb, $A \times B$ dekart ko'paytma elementlari sonini ifodalovchi c nomanfiy butun songa aytiladi. Bu yerda $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$ ekanini eslatib o'tamiz. Demak, ta'rifga ko'ra:

$a \cdot b = n(A \times B) = c$, bu yerda $a, b, c \in \mathbb{N}_0$,

$a \cdot b = c$ yozuvda a - 1-ko'paytuvchi, b - 2-ko'paytuvchi, c - ko'paytma deyiladi, $c \in \mathbb{N}_0$ sonni topish amali esa ko'paytirish deyiladi.

Masalan, ta'rifga ko'ra $5 \cdot 2$ ko'paytmani topaylik. Buning uchun $n(A) = 5$ va $n(B) = 2$ bo'lgan $A = \{a; b; c; d; e\}$, $B = \{1; 2\}$ to'plamlarning dekart ko'paytmasini tuzamiz:

$A \times B = \{(a; 1), (a; 2), (b; 1), (b; 2), (c; 1), (c; 2), (d; 1), (d; 2), (e; 1), (e; 2)\}$.

Dekart ko'paytma elementlari soni 10 ta bo'lgani uchun $5 \cdot 2 = 10$.

3.2. Nomanfiy butun sonlar ko'paytmasining mavjudligi va yagonaligi.

Teorema. Ikkita nomanfiy butun son ko'paytmasi mavjud va yagonadir.

Ko'paytmaning mavjudligi va yagonaligi berilgan sondagi elementlardan tashkil topgan to'plamlarning dekart ko'paytmasini tuzish har doim mumkinligi va dekart ko'paytma elementlari soni to'plamlarning qanday elementlardan tashkil topganiga bog'liq emasligi bilan isbotlanadi.

Ko'paytirish amalining xossalari.

1°. Ko'paytirish amali kommutativdir:

$(\forall a, b \in \mathbb{N}_0) ab = ba$.

Isbot. $a = n(A)$ va $b = n(B)$, $A \cap B = \emptyset$ bo'lsin. $A \times B \neq B \times A$, shunga qaramay, $A \times B \sim B \times A$ (bunda istalgan $(a, b) \in A \times B$ juft likka $(b, a) \in B \times A$ juft lik mos keltiriladi):

$$A \times B \sim B \times A \Rightarrow n(A \times B) = n(B \times A),$$

$$ab = n(A \times B) = n(B \times A) = ba \Rightarrow ab = ba.$$

2°. Ko'paytirish amali assotativdir:

$$(\forall a, b, c \in N_0) (ab)c = a(bc).$$

Isboti. $(ab)c = n(A)$, $b = n(B)$, $c = n(C)$ va A, B, C lar juft-jufti bilan kesishmaydigan to'plamlar bo'lsin:

$$(ab)c = n((A \times B) \times C) \text{ va } a(bc) = n(A \times (B \times C)).$$

Yuqoridagi dekart ko'paytmalar doirasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatish yo'li bilan $(A \times B) \times C \sim A \times (B \times C)$ ekanini ko'rsatish mumkin

(kombinatorika bo'limidagi ko'paytma qoidasini eslang). Demak:

$$(ab)c = n((A \times B) \times C) = n(A \times (B \times C)) = a(bc).$$

3°. Ko'paytirishning qo'shishga nisbatan distributivligi:

$$(\forall a, b, c \in N_0) (a+b)c = ac + bc.$$

Isbot. $a = n(A)$, $b = n(B)$, $c = n(C)$ va A, B, C lar juft-jufti bilan kesishmaydigan to'plamlar bo'lsin. To'plamlar nazariyasidan malumki, $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ va $A \cap B = \emptyset \Rightarrow (A \times C) \cap (B \times C) = \emptyset$ chunki, $A \times C$ va $B \times C$ dekart ko'paytmalar elementlari 1-komponentlari bilan farq qiladi. Shularga asosan:

$$\begin{aligned} (a+b) \cdot c &= n((A \cup B) \times C) = n((A \times C) \cup (B \times C)) = \\ &= n(A \times C) + n(B \times C) = ac + bc. \end{aligned}$$

Demak, $(a+b)c = ac + bc$.

4°. Yutuvchi elementning mavjudligi:

$$(\forall a \in N_0) a \cdot 0 = 0.$$

Isbot. $a = n(A)$, $0 = n(\emptyset)$ bo'lsin. $A \times \emptyset = \emptyset$ ekanligidan

$$a \times 0 = n(A \times \emptyset) = n(\emptyset) = 0.$$

5°. Ko'paytirish amalining monotonligi:

$$(\forall a, b, c \in N_0, c \neq 0) a > b \Rightarrow ac > bc; (\forall a, b, c \in N_0) a \geq b \Rightarrow ac \geq bc;$$

$$(\forall a, b, c \in N_0, c \neq 0) a < b \Rightarrow ac < bc.$$

Isbot. Namuna uchun 1-jumlani isbotlaymiz.

$$a > b \Rightarrow B \sim A, B \subset A, \text{ bu yerda } n(A) = a, n(B) = b, A_1 \neq \emptyset, A_1 \neq A.$$

$$\text{U holda } B \times C \sim (A_1 \times C) \subset (A \times C).$$

$$\text{Demak, } n(B \times C) = n(A_1 \times C) < n(A \times C) \Rightarrow bc < ac.$$

6°. Ko‘paytmaning qisqaruvchanligi:

$$(\forall a, b, c \in \mathbb{N}_0, c \neq 0) ac = bc \Rightarrow a = b.$$

Isbot. Teskarisini faraz qilaylik: $a \neq b$ bo‘lsin. U holda yoki $a < b$, yoki $a > b$ bo‘lishi kerak. $a < b$ bo‘lsa, $ac < bc$ bo‘lishi kerak, bu esa shartga zid. Demak, $a = b$ ekan.

Ko‘paytmaga yigindi orqali ta’rif berish ham mumkin.

11-ta’rif. $a, b \in \mathbb{N}_0$ bo‘lsin. a sonning b soniga ko‘paytmasi deb, har biri a ga teng bo‘lgan b ta qo‘shiluvchining yig‘indisiga aytiladi.

$$ab = \underbrace{a + a + \dots + a}_{b \text{ marta}}$$

Bundan $a \cdot 1 = a$ va $a \cdot 0 = 0$ ekanligi kelib chiqadi.

Bu ta’rif $a = n(A)$, $b = n(B)$, $A \cap B = \emptyset$ bo‘lgan $A \times B$ dekart ko‘paytma elementlarini sanash malum bir qonuniyatga asoslanishiga bog‘liq.

Miso1. $A = \{a; b; c\}$, $B = \{x; y; z; t\}$.

$A \times B$ dekart ko‘paytmasi

(a; x)	(a; y)	(a; z)	(a; t)
(b; x)	(b; y)	(b; z)	(b; t)
(c; x)	(c; y)	(c; z)	(c; t)

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

1. Agar $a=123$, $b=456$ va $c=789$ bo‘lsa, distributivlik qonunini qo‘llang.
2. Agar $a=245$, $b=189$ va $c=67$ bo‘lsa, distributivlik qonunini qo‘llang:
 $245 \times (189 + 67)$
3. Agar $a=321$, $b=124$, va $c=876$ bo‘lsa, distributivlik qonunini qo‘llang:
 $321 \times (124 + 876)$

3.4-MAVZU: NOMANFIY BUTUN SONNI NATURAL SONGA BO'LISHNING TA'RIFI, UNING MAVJUDLIGI VA YAGONALIGI



4.1. Natural sonlarni bo'lish ta'rifi va xossalari.

1-ta'rif. Ikki ko'paytuvchining ko'paytmasi va bir ko'paytuvchi berilgan holda ikkinchi ko'paytuvchini topish amali bo'lish amali deyiladi.

Bunda berilgan ko'paytmani ifodalovchi son – bo'linuvchi, berilgan ko'paytuvchi – bo'luvchi, izlanayotgan ko'paytuvchi – bo'linma deyiladi.

Agar a — ko'paytma, b - berilgan ko'paytuvchi, c - izlanayotgan ko'paytuvchi bo'lsa, u bo'lish amali yordamida $a:b=c$ ko'rinishda belgilanadi. Ta'rifdan ko'rinadiki. bo'lish

amali ko'paytirish amaliga teskari amal ekan. Bo'lish amali bir qiymatlidir.

Masalan, a) $9:3=3$; b) $21:7=3$; d) $111:3=37$. Bo'lish amali quyidagi xossalarga ega.

1°. Ko'paytmani noldan farqli biror songa bo'lish uchun ko'paytuvchilardan birini shu songa bo'lish kifoya, ya'ni $(a:b):c=(a:c)b$, bunda a soni c ga karrali bo'ladi, ya'ni c soniga

butun marta bo'linadi. Isbot. $(ab):c=x$ bo'lsin, $a=b \cdot c \cdot x$. Lekin, $(a:c) \cdot c=a$ bo'ladi.

U holda $(a:c) \cdot cb = cx \Rightarrow (a:c)b = x \Rightarrow (a:c)b = (ab):c$ bo'ladi.

2°. Biror sonni ikki sonning bo'linmasiga ko'paytirish uchun shu sonni bo'linuvchiga ko'paytirish va hosil bo'lgan ko'paytmani bo'luvchiga bo'lish kifoya, ya'ni

$(a, b, c \in \mathbb{N}) [a : (b : c) = (a \cdot b) : c]$.

Isbot. $a : (b : c) = x$ bo'lsin.

Tenglikning ikkala tomonini c ga ko'paytirsak, $a : (b : c) \cdot c = xc$ bo'ladi.

Lekin $(b : c) \cdot c = b$ bo'ladi. Bundan $ab = xc$. U holda ta'rifga asosan $(ab) : c = x$ bo'ladi. Demak, $(ab) : c = a : (b : c)$.

3°. $(a, b, c \in \mathbb{N}) [a : (b : c) = (a : b) : c = (a : c) : b]$.

Isbot. $a:(b:c)=x$ desak, $a=bc$ x bo'ladi. Tenglikning ikkala tomonini b ga bo'lsak $a:b=c$ x

bo'ladi. U holda bo'lish ta'rifga asosan $(a:b):c=x$ bo'ladi.

Demak, $(a:b):c=(a:c):b$ bo'ladi.

4°. $(a,b,c \in \mathbb{N})[a:(b:c)=ac:b]$.

Isbot. $a:(b:c)=x$ desak, $a=(b:c)$ x bo'ladi. U holda tenglikning ikkala tomonini c ga ko'paytirsak, $a c=[(b:c) c]$ x bo'ladi. Bunda

$(b:c) c=b$ ekanligidan $a c=b$ x bo'ladi. Bundan $(a:c):b=x$ bo'ladi.

Demak, $a:(b:c)=(ac):b$.

5°. $(a, b \in \mathbb{N}, c \in \mathbb{N})(a:c + b:c) = \gg f(a+b):c = a:c + b:c]$.

Isbot. $(a+b):c=x$ bo'lsin. U holda $a=(a:c) c$ va $b=(b:c)c$. Bundan $(a:c)c+(b:c)c=cx$ yoki $[(a:c)+(b:c)]:c=cx$ yoki

$a:c+b:c=x$. Bundan $a:c+b:c=(a+b):c$ bo'ladi.

6°. $(a, b \in \mathbb{N}, c \in \mathbb{N})(a:c - b:c) = \gg (a-b):c = a:c - b:c$.

Isbot. $(a-b):c=x$ desak, $a-b=cx$ bo'ladi. $a=(a:c)c$ va $b=(b:c)c$ desak, $(a:c)c-(b:c)c=cx$, bundan $[(a:c)-(b:c)]:c=cx$. U holda tenglikning ikkala tomonini c ga bo'lsak, $a:c-b:c=x$.

Demak, $a:c-b:c=(a-b):c$ tenglik to'g'ri ekanligi mavhum bo'ladi.

4.2. Bo'lish amali quyidagi xossalari.

1°. Ko'paytmani noldan farqli biror songa bo'lish uchun ko'paytuvchilardan birini shu songa bo'lish kifoya, ya'ni $(a \cdot b):c = (a:c) b$, bunda $a:c$ bo'ladi, ya'ni a sonigabuton marta bo'linadi.

Isbot. $(a \cdot b):c = x$ desak, $a \cdot b = c \cdot x$. Lekin, $(a:c) \cdot b = x$ bo'ladi.

U holda $(a:c) \cdot cb = cx \Rightarrow (a:c) \cdot b = x \Rightarrow (a:c) \cdot b = (ab):c$ bo'ladi.

2°. Biror sonni ikki sonning bo'linmasiga ko'paytirish uchun shu sonni bo'linuvchiga ko'paytirish va hosil bo'lgan ko'paytmani bo'luvchiga bo'lish kifoya, ya'ni $(\forall a, b, c \in \mathbb{N})[a:(b:c) = (ab):c]$.

Isbot. $a \cdot (b:c) = x$ bo'lsin.

Tenglikning ikkala tomonini c ga ko'paytirsak, $a \cdot (b:c) \cdot c = xc$ bo'ladi.

Lekin $(b : c) \cdot c = b$ bo'ladi. Bundan $ab = xc$. U holda ta'rifga asosan $(ab) : c$

$= x$ bo'ladi. Demak, $(ab) : c = a \cdot (b : c)$.

3°. $(\forall a, b, c \in \mathbb{N}) [a : (b \cdot c) = (a : b) : c = (a : c) : b]$.

Isbot. $a : (b : c) = x$ desak, $a = bc \cdot x$ bo'ladi. Tenglikning ikkala tomonini b ga bo'lsak $a : b = c \cdot x$ bo'ladi. U holda bo'lish ta'rifga asosan $(a : b) : c = x$ bo'ladi.

Demak, $(a : b) : c = (a : c) : b$ bo'ladi.

4°. $(\forall a, b, c \in \mathbb{N}) [a : (b : c) = ac : b]$.

Isbot. $a : (b : c) = x$ desak, $a = (b : c) \cdot x$ bo'ladi. U holda tenglikning ikkala tomonini c ga ko'paytirsak, $a \cdot c = [(b : c) \cdot c] \cdot x$ bo'ladi. Bunda $(b : c) \cdot c = b$

ekanligidan $a \cdot c = b \cdot x$ bo'ladi. Bundan $(a \cdot c) : b = x$ bo'ladi. Demak, $a : (b : c) = (ac) : b$.

5°. $(\forall a, b \in \mathbb{N}_0, c \in \mathbb{N}) (a : c \wedge b : c) \Rightarrow [(a + b) : c = a : c + b : c]$.

Isbot. $(a + b) : c = x$ bo'lsin. U holda $a = (a : c) \cdot c$ va $b = (b : c) \cdot c$. Bundan $(a : c) \cdot c + (b : c) \cdot c = cx$ yoki $[(a : c) + (b : c)] : c = cx$ yoki $a : c + b : c = x$. Bundan $a : c + b : c = (a + b) : c$ bo'ladi.

6°. $(\forall a, b \in \mathbb{N}_0, \forall c \in \mathbb{N}) (a : c \wedge b : c) \Rightarrow (a - b) : c = a : c - b : c$.

Isbot. $(a - b) : c = x$ desak, $a - b = cx$ bo'ladi. $a = (a : c) \cdot c$ va $b = (b : c) \cdot c$ desak, $(a : c) \cdot c - (b : c) \cdot c = cx$, bundan $[(a : c) - (b : c)] : c = cx$. U holda tenglikning ikkala tomonini c ga bo'lsak, $a : c - b : c = x$. Demak, $a : c - b : c = (a - b) : c$.

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

1. Qaysi eng kichik natural son 6, 8 va 12 ga qoldiqsiz bo'linadi?
2. Son 2, 3, 4, 5, 6 va 7 ga qoldiqsiz bo'linadi, lekin 8 ga bo'linmaydi. Shunday eng kichik sonni toping.
3. Natural son x shundayki, u 15 ga bo'linadi, lekin 3 va 5 ga bo'linmaydi. Bunday eng kichik x mavjudmi?

3.5-MAVZU: YIG'INDINI VA KO'PAYTMANI SONGA BO'LISH QOIDALARINING TO'PLAMLAR NAZARIYASI BO'YICHA MA'NOSI.



To'plamlar nazariyasida yig'indi va ko'paytma operatorlari, umumiy ravishda, to'plamlar bilan ishlashda asosiy amallar hisoblanadi. Yig'indilar va ko'paytmalarning songa bo'lish qoidalarini ko'pincha bo'linma operatsiyalari sifatida qaraladi. Keling, bu mavzu bo'yicha to'liq ma'lumotni keltiraylik:

5.1. Yig'indi va ko'paytma

1. Yig'indi: To'plamlar nazariyasida yig'indi, ikki yoki undan ortiq to'plamni birlashtirish operatsiyasidir. Agar A va B to'plamlar bo'lsa, ularning yig'indisi $A \cup B$ (A birlashgan B) shaklida yoziladi. Bu yerda $A \cup B$ to'plami A va B to'plamlaridagi barcha elementlarni o'z ichiga oladi.

Ko'paytma: To'plamlar orasidagi ko'paytma, ikki yoki undan ortiq to'plamni kesishish operatsiyasi sifatida qaraladi. Agar A va B to'plamlar bo'lsa, ularning ko'paytmasi $A \cap B$ (A kesishgan B) shaklida yoziladi. Bu yerda $A \cap B$ to'plami faqat A va B to'plamlarida ham bo'lgan elementlarni o'z ichiga oladi.

2. Songa bo'lish qoidalarini:

To'plamlar nazariyasida "song'a bo'lish" qoidalarini turli xil operatorlarni o'rganishga imkon beradi. Songa bo'lish qoidalarini odatda to'plamlarni matematik jihatdan tuzish va ularga operatsiyalarni amalga oshirishda qo'llaniladi.

Yig'indi va ko'paytmani songa bo'lish qoidasi: Agar biror to'plamni bir nechta qismlarga bo'lish kerak bo'lsa, u holda yig'indi va ko'paytma operatsiyalarini qo'llash orqali bu bo'lishlarni amalga oshirish mumkin. Misol uchun:

1. Agar $A = \{1, 2\}$ va $B = \{2, 3\}$ u holda $A \cup B = \{1, 2, 3\}$ bu yerda yig'indi amalga oshirildi.

2. Agar $A = \{1, 2\}$ va $B = \{2, 3\}$, u holda $A \cap B = \{2\}$ bu yerda ko'paytma (kesish) amalga oshirildi.

3. Yig'indi va ko'paytma bo'yicha boshqa muhim qoidalar:

- Distributivlik: Yig'indi va ko'paytma operatsiyalari o'rtasida distributivlik qonuni mavjud.

Yig'indi ustida ko'paytma distributiv bo'ladi:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Ko'paytma ustida yig'indi distributiv bo'ladi:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

- Assotsiativlik: Yig'indi va ko'paytma operatsiyalarida assotsiativlik ham mavjud.

Yig'indi assotsiativ bo'ladi:

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

Ko'paytma assotsiativ bo'ladi:

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

- Idempotentlik: Yig'indi va ko'paytma operatorlari uchun idempotentlik xususiyatiga ega:

- Yig'indi uchun:

$$A \cup A = A$$

- Ko'paytma uchun:

$$A \cap A = A$$

4. Songa bo'lish operatsiyalarining matematik ma'nosi:

Matematikada, ayniqsa to'plamlar nazariyasida, yig'indi va ko'paytma operatsiyalarining bo'lishi turli xildagi bo'linishlar va tartiblarni yaratadi. Bu operatsiyalar to'plamlar orasida turli xildagi nisbatlar o'rnatishda va ma'lumotlarni tuzishda foydalidir. Masalan:

Qismlarga bo'lish: To'plamlarni qismlarga ajratish jarayonida yig'indi va ko'paytma operatsiyalari to'plamning o'zaro aloqalarini o'rganishda yordam beradi. To'plamlar orasidagi o'zaro bog'lanishlarni (yig'indi yoki ko'paytma orqali) matematik jihatdan aniq ifodalash mumkin.

5. Amaliyotda qo'llanish:

Yig'indi va ko'paytma songa bo'lish qoidalari ko'plab ilmiy va texnik sohalarda, jumladan:

- Logika: Propozitsion mantiq va boole algebraida yig'indi va ko'paytma operatsiyalari ishlatiladi.
- Kompyuter fanlari: Algoritmalar va ma'lumotlar strukturalarini tuzishda.
- Statistika va ehtimollar nazariyasi: Ehtimollarni hisoblash va to'plamlar orasidagi aloqalarni model qilishda.

Umuman olganda, yig'indi va ko'paytma songa bo'lish qoidalarini to'plamlar nazariyasining asosiy qoidalaridan bo'lib, matematik model va amaliy masalalarni hal qilishda keng qo'llaniladi.

Amalda ko'pincha quyidagi savol tug'iladi: yig'indi (ayirma, ko'paytma) berilgan songa bo'linadimi yoki yo'q ekanligini qanday aniqlash mumkin? Bunda beriladigan javob quyidagi teoremlarni bilishni talab qiladi.

5.2.Yig'indining bo'linuvchanligi haqida

Teorema. Agar har bir qo'shiluvchi natural son n ga bo'linsa, u holda ular yig'indisi ham shu songa bo'linadi. 2 qo'shiluvchi uchun to'g'ri bo'lib, u n ta chekli qo'shiluvchi uchun ham o'rinli.

Ayirmaning bo'linuvchanligi haqida teorema: Agar a va b sonlari n ga bo'linsa, va $a^3 b$ bo'lsa, u holda $(a - b)$ ayirma n ga bo'linadi.

Ko'paytmaning bo'linuvchanligi haqida teorema: Agar ko'paytmaning ko'paytuvchilaridan biri natural son n ga bo'linsa, u holda butun ko'paytma ham n ga bo'linadi.

Misol: $24 \cdot 976 \cdot 305 / 12$ chunki $24 / 12$.

Teorema: Agar $a \cdot b$ ko'paytmada a ko'paytuvchi natural son m ga, b ko'paytuvchi natural son n ga bo'linsa, u holda $a \cdot b$ ko'paytma $m \cdot n$ ko'paytmaga bo'linadi.

Misol: $24 \cdot 36$ ko'paytma $12 \cdot 9$ ga ya'ni 108 ga bo'linadi, chunki $24 / 12 = 2$
 $36 / 9 = 4$

$(24 \cdot 36) / (12 \cdot 9) = 864 / 108 = 8$

Teorema. Agar yig'indida qo'shiluvchilardan biri m ga bo'linmasa, qolgan qo'shiluvchilar esa m ga bo'linsa, u holda butun yig'indi m ga bo'linmaydi.

Misol: $(34+125 + 376 + 1024)/ 2$

$125 /2$ noto'g'ri, chunki

$(34+125 +376 + 1024)=1559/2$ noto'g'ri

Yig'indining bolinuvchanligi haqida umumlashgan teoremani keltiramiz:

Teorema. Agar a va b sonlarni natural n songa bo'lganda chiqadigan qoldiqlar yig'indisi $(r_1 + r_2)$ natural n soniga bo'linsa u holda $(a + b)$ yig'indi ham natural n soniga bo'linadi.

Ko'paytmaning bo'linishi haqida umumlashgan teorema : Agar a va b sonlarni natural n ga bo'lganda qoladigan qoldiqlar ko'paytmasi natural n ga bo'linsa u holda $a \cdot b$ ko'paytma natural n ga bo'linadi.

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

1. Yig'indisini hisoblamasdan, quyidagi sonlarning 2, 5, 3 ga bo'linish yoki bo'linmasligini ko'rsating:

- a) $60+120+24$;
- b) $75+300+150$;
- c) $375+3150+7125$;
- d) $480+2400+1680$

2. Ko'paytirish amalini bajarmasdan turib, quyidagi ko'paytmalarni 2 ga, 4 ga, 3 ga bo'linish – bo'linmasligini aniqlang:

- a) 144×7
- b) $123 \times 280 \times 50$;
- c) $97 \times 504 \times 225$.

3. Ayirish amallarini bajarmasdan turib,

- a) $360-144$,
- b) $946-540$,
- c) $30240-9720$
- d) ayirmalarining 2ga, 3ga, 5ga, 9ga, bo'linishi yoki bo'linmasligini aniqlang.



6.1. Natural sonlarni ko'paytirish amali ta'rifi va xossalari.

Har biri a ga teng bo'lgan b ta natural son yig'indisini topish talab qilingan bo'lsin. Bunday ko'rinishdagi yigindini hisoblash amaliy jihatdan qiyinchilik tug'diradi. Shuning uchun bir xil qo'shiluvchilar yig'indisini topishni osonlashtirish maqsadida yangi amal kiritiladi. Bu amal ko'paytirish amali deb yuritiladi.

Ta'rif. Har biri a ga teng bo'lgan b ta qo'shiluvchining yig'indisini topishga ko'paytirish amali deyiladi.

U $a \times b$ yoki $a \cdot b$ ko'rinishda belgilanib, a sonining b soniga ko'paytmasi deb ataladi.

Demak, $a \cdot b = \underbrace{a + a + a + \dots + a}_{b \text{ ta}}$. Bunda $a \cdot b$ — ko'paytma, a, b — ko'paytuvchilar deb yuritiladi.

Ko'paytirish amalining aksiomatik ta'rifi quyidagicha:

Ta'rif: a natural sonining b natural soniga ko'paytmasi deb, shunday algebraik operatsiyaga aytiladiki, unda

1) $a \cdot 1 = a$,

2) $a \cdot (b + 1) = a \cdot b + a$ bo'ladi.

Bu ta'rif yordamida bir xonali sonlar uchun ko'paytirish jadvalini tuzishimiz mumkin.

Masalan, a) 2 ni ko'paytirish jadvalini tuzaylik:

$$2 \cdot 1 = 2$$

$$2 \cdot 2 = 2 \cdot (1 + 1) = 2 \cdot 1 + 2 = 2 + 2 = 4$$

$$2 \cdot 3 = 2 \cdot (2 + 1) = 2 \cdot 2 + 2 = 4 + 2 = 6$$

$$2 \cdot 4 = 2 \cdot (3 + 1) = 2 \cdot 3 + 2 = 6 + 2 = 8$$

b) 3 ni ko'paytirish jadvalini tuzaylik:

$$3 \cdot 1 = 3$$

$$3 \cdot 2 = 3 \cdot (1 + 1) = 3 \cdot 1 + 3 = 6$$

$$3 \cdot 3 = 3 \cdot (2 + 1) = 3 \cdot 2 + 3 = 6 + 3 = 9$$

$$3 \cdot 4 = 3 \cdot (3 + 1) = 3 \cdot 3 + 3 = 9 + 3 = 12$$

6.2. Ko'paytirish amalining xossalari

1°. Distributivlik xossasi (chapdan).

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$, ya'ni natural sonning boshqa ikki natural son yig'indisiga ko'paytmasi, shu sonning har bir qo'shiluvchi bilan ko'paytmasining yig'indisiga teng.

Isbot. Bu xossani isbotlashda matematik induksiya metodidan foydalanamiz.

$c = 1$ uchun $a \cdot (b + 1) = a \cdot b + a \cdot 1 = a \cdot b + a$ to'g'ri bo'ladi.

$c = n$ uchun $a \cdot (b + n) = ab + an$ to'g'ri deb faraz qilamiz.

$c = n + 1$ uchun bu xossaning to'g'riligini isbotlaymiz.

$$a \cdot (b + n + 1) = a \cdot [(b + n) + 1] = a(b + n) + a \cdot 1 = [ta'rifga asosan] = ab + an + a = [farazga asosan] = ab + a(n + 1) = [ta'rifga asosan].$$

Demak, $a \cdot (b + c) = ab + ac$ bo'ladi.

2°. Distributivlik xossasi (o'ngdan). $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ bo'ladi, ya'ni ikkita son yig'indisining uchinchi son bilan ko'paytmasi, har bir sonning uchinchi son bilan ko'paytmasining yig'indisiga teng.

Isbot. Buni matematik induksiya metodi yordamida amalga oshiramiz.

$c = 1$ uchun $(a + b) \cdot c = (a + b) \cdot 1 = a + b = a \cdot 1 + b \cdot 1$ to'g'ri bo'ladi.

$c = n$ uchun $(a + b) \cdot n = a \cdot n + b \cdot n$ to'g'ri deb faraz qilamiz.

$c = n + 1$ uchun $(a + b) \cdot (n + 1)$ ni to'g'ri bo'lishini isbotlaymiz.

$$(a + b)(n + 1) = (a + b) \cdot n + (a + b) = [ta'rifga asosan] = an + bn + a + b = [farazga asosan] = an + a + bn + b = (yigindining o'rinalmashtirish xossasiga asosan) = a(n + 1) + b(n + 1) \text{ (ko'paytirish ta'rifiga asosan).}$$

Demak, $(a + b)(n + 1)$ uchun yuqoridagi xossa to'g'ri ekan. Bundan $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ bo'ladi.

3°. Ko'paytirishning o'rin almashtirish xossasi.

$a \cdot b = b \cdot a$, ya'ni ko'paytuvchilarning o'rnini o'zgartirish bilan ko'paytma o'zgarmaydi.

Isbot. Bu xossani ham matematik induksiya metodi yordamida amalga oshiramiz.

$a + 1$ uchun $1 \cdot b = b = b \cdot 1$ bo'lib, bu xossa o'rinli bo'ladi.

$a = n$ uchun $n \cdot b = b \cdot n$ deb faraz qilaylik.

$a = n + 1$ uchun to'g'ri ekanligini isbotlaylik.

$a - b = (n + 1) \cdot b = nb + 1 \cdot b = (\text{ko'paytirishning chapdan distributivlik xossasiga asosan}) = b \cdot n + b = (\text{farazga asosan}) = b \cdot (n + 1)$ (ko'paytirishning o'ngdan distributivlik xossasiga asosan).

Demak, $(n + 1)b = b(n + 1)$. Bundan $a \cdot b = b \cdot a$ ekanligi kelib chiqadi.

4°. Ko'paytirishning guruhlash xossasi .

$(a \cdot b)c = a(b \cdot c)$ bo'ladi.

Isbot. Bu xossani ham matematik induksiya metodi yordamida isbotlaymiz.

$(a \cdot b) \cdot 1 = ab = a \cdot (b \cdot 1)$ to'g'ri bo'ladi.

$c = n$ uchun $(a \cdot b) \cdot n = a \cdot (b \cdot n)$ deb faraz qilamiz. $c = n + 1$ uchun to'g'riligini isbotlaymiz.

$(a \cdot b) \cdot (n + 1) = (a \cdot b) \cdot n + ab = (\text{ko'paytirish ta'rifiga asosan}) = a \cdot (b \cdot n) + a \cdot b = (\text{farazga asosan}) = a(b \cdot n + b) = a(b \cdot (n + 1))$ (ko'paytmaning distributivlik xossasiga asosan). Demak, $(a \cdot b)(n + 1) = a(b(n + 1))$. Bundan $(a \cdot b)c = a(b \cdot c)$.

Natija. Har qanday natural sonning 0 soni bilan ko'paytmasi nolga teng.

Haqiqatan ham, $0 \cdot a = \underbrace{0 + 0 + 0 + \dots + 0}_{a \text{ ta}} = 0$.

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

1. Nomanfiy butun sonlar ko'paytmasi ta'rifini ayting.
2. Ko'paytmaning mavjudlik va yagonalik shartlari qanday?
3. Ko'paytmaning qanday xossalari bor? Ularni to'plamlarnazariyasiga ko'ra asoslang.
4. Ko'paytmaga yig'indi orqali ta'rif bering.
5. Nomanfiy butun sonlar bo'linmasini ta'riflang.

6. Bo‘linmaga ko‘paytma orqali ta’rif bering.

7. Bo‘linmaning mavjudlik va yagonalik shartlarini ayting.

8. $(220+140):10$

9. $240:(10+2)$

10. $12+(30:15)$



7.1. Ayirish amalining ta’rifi va xossalari.

Aytaylik, bizga ikkita qo‘shiluvchining yig‘indisi a va qo‘shiluvchilardan biri b berilgan holda ikkinchi qo‘shiluvchini topish talab qilinsin. Demak, shunday x sonini topish kerakki, bunda $a = b + x$ bo‘lsin.

1-ta’rif. Berilgan a sonidan b sonni **ayirish** deb, b ga qo‘shganda a hosil bo‘ladigan x sonni topishga aytiladi.

Bunda: a — kamayuvchi, b — ayiriluvchi; x — ayirma deb yuritiladi va $x = a - b$ ko‘rinishda yoziladi.

Ta’rifdan ko‘rinadiki, kamayuvchi ayiriluvchi bilan ayirmaning yig‘indisidan iborat bo‘ladi. Demak, $a - b = x \Rightarrow a = b + x$. Bundan ko‘rinadiki, kamayuvchi ayiriluvchidan katta bo‘ladi, ya’ni $a > b$. Nomanfiy butun sonlar to‘plamida kamayuvchi ayiriluvchidan katta yoki unga teng bo‘lgan holdagina ayirish amali aniqlangan bo‘ladi. Ya’ni $a \geq b$ bo‘lgan holda $a - b$ ayirma mavjud bo‘ladi. Ayirish amali quyidagi xossalarga ega:

1°. Agar ikki sonning ayirmasiga ayiriluvchi qo‘shilsa, kamayuvchi hosil bo‘ladi, ya’ni $a - b = c$ bo‘lsa, $a = b + c$ bo‘ladi.

Isbot. Ta’rifga asosan $a = b + c$ yoki $c + b = a$. Lekin

$$c = a - b \Rightarrow c + b = (a - b) + b = a.$$

2°. Agar ikki son yig‘indisidan qo‘shuvchilardan biri ayirilsa, ikkinchi qo‘shiluvchi hosil bo‘ladi, ya’ni

$$(\forall a, b \in \mathbb{N})[(a + b) - b = a].$$

3°. Berilgan songa ikki sonning ayirmasini qo‘shish uchun kamayuvchini qo‘shib, ayiriluvchini ayirish kifoya, ya’ni

$$(\forall a, b, c \in \mathbb{N})[a + (b - c) = (a + b) - c].$$

4°. Berilgan sonidan yig‘indini ayirish uchun bu sonidan qo‘shiluvchilarni birin-ketin ayirish kifoya, ya’ni

$$(\forall a, b, c \in \mathbb{N})[(a - (b + c)) = a - b - c].$$

5°. Berilgan sondan ayirmani ayirish uchun kamayuvchini ayirib, ayiriluvchini qo'shish kifoya, ya'ni

$$(\forall a, b, c \in \mathbb{N})[a - (b - c) = (a - b) + c].$$

7.2. Natural sonlarni bo'lish ta'rifi va xossalari.

2-ta'rif. Ikki ko'paytuvchining ko'paytmasi va bir ko'paytuvchi berilgan holda ikkinchi ko'paytuvchini topish amali bo'lish amali deyiladi.

Bunda berilgan ko'paytmani ifodalovchi son — bo'linuvchi, berilgan ko'paytuvchi — bo'luvchi, izlanayotgan ko'paytuvchi — bo'linma deyiladi.

Agar a — ko'paytma, b — berilgan ko'paytuvchi, c — izlanayotgan ko'paytuvchi bo'lsa, u bo'lish amali yordamida $\frac{a}{b} = c$ yoki: $b = c$ ko'rinishda

belgilanadi. Ta'rifdan ko'rinadiki, bo'lish amali ko'paytirish amaliga teskari amal ekan.

Bo'lish amali bir qiymatlidir. Masalan, a) $9:3=3$; b) $21:7=3$; d) $111:3=37$.

Ta'rif: Butun nomanfiy a va b sonlarning ayirmasi deb $n(A)=a$, $n(B)=b$ va $B \subset A$ shartlar bajarilganda B to'plamning A to'plamgacha to'ldiruvchi to'plamining elementlari soniga aytiladi:

$$a-b=n(A \setminus B), \text{ bu erda } a=n(A), b=n(B), B \subset A$$

Ta'rif: Butun nomanfiy a va b sonlarning ayirmasi deb shunday butun nomanfiy c songa aytiladiki, uning b son bilan yig'indisi a songa teng bo'ladi.

$$\text{Shunday qilib, } a-b=c \Leftrightarrow a=b+c$$

Ayirish amali qo'shishga teskari amal deb aytiladi.

Ayirmaning ikkinchi ta'rifidan kelib chiqib, quyidagi teoremlarni keltiramiz:

Teorema: Butun nomanfiy a va b sonlarning ayirmasi $b \leq a$ bo'lganda va faqat shunda mavjud bo'ladi.

Teorema: Agar butun nomanfiy a va b sonlarning ayirmasi mavjud bo'lsa, u holda u yagonadir. (Ayirish amalining xossalari yuqoridagi mavzularda keltirilgan).

Bo'lish amali quyidagi xossalarga ega.

1°. Ko'paytmani noldan farqli biror songa bo'lish uchun ko'paytuvchilarda n birini shu songa bo'lish kifoya, ya'ni $(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b$, bunda $a : c$ bo'ladi, ya'ni a soniga butun marta bo'linadi.

Isbot. $(a \cdot b) : c = x$ desak, $a \cdot b = c \cdot x$. Lekin, $(a : b) \cdot c = x$ bo'ladi.

U holda $(a : c) \cdot cb = cx \Rightarrow (a : c) \cdot b = x \Rightarrow (a : c) \cdot b = (ab) : c$ bo'ladi.

2°. Biror sonni ikki sonning bo'linmasiga ko'paytirish uchun shu sonni bo'linuvchiga ko'paytirish va hosil bo'lgan ko'paytmani bo'luvchiga bo'lish kifoya, ya'ni $(\forall a, b, c \in \mathbb{N}) [a(b : c) = (ab) : c]$.

Isbot. $a \cdot (b : c) = x$ bo'lsin.

Tenglikning ikkala tomonini c ga ko'paytirsak, $a \cdot (b : c) \cdot c = xc$ bo'ladi.

Lekin $(b : c) \cdot c = b$ bo'ladi. Bundan $ab = xc$. U holda ta'rifga asosan $(ab) : c = x$ bo'ladi. Demak, $(ab) : c = a \cdot (b : c)$.

3°. $(\forall a, b, c \in \mathbb{N}) [a : (b \cdot c) = (a : b) : c = (a : c) : b]$.

Isbot. $a(b : c) = x$ desak, $a = bc \cdot x$ bo'ladi. Tenglikning ikkala tomonini b ga bo'lsak $a : b = c \cdot x$ bo'ladi. U holda bo'lish ta'rifga asosan $(a : b) : c = x$ bo'ladi.

Demak, $(a : b) : c = (a : c) : b$ bo'ladi.

4°. $(\forall a, b, c \in \mathbb{N}) [a : (b : c) = ac : b]$.

Isbot. $a(b : c) = x$ desak, $a = (b : c) \cdot x$ bo'ladi. U holda tenglikning ikkala tomonini c ga ko'paytirsak, $a \cdot c = [(b : c) \cdot c] \cdot x$ bo'ladi. Bunda $(b : c) \cdot c = b$ ekanligidan $a \cdot c = b \cdot x$ bo'ladi. Bundan $(a \cdot c) : b = x$ bo'ladi.

Demak, $a(b : c) = (ac) : b$.

5°. $(\forall a, b \in \mathbb{N}_0, c \in \mathbb{N}) (a : c \wedge b : c) \Rightarrow [(a + b) : c = a : c + b : c]$.

Isbot. $(a + b) : c = x$ bo'lsin. U holda $a = (a : c) \cdot c$ va $b = (b : c) \cdot c$.

Bundan $(a : c) \cdot c + (b : c) \cdot c = cx$ yoki $[(a : c) + (b : c)] : c = cx$ yoki $a : c + b : c = x$. Bundan $a : c + b : c = (a + b) : c$ bo'ladi.

6°. $(\forall a, b \in \mathbb{N}_0, \forall c \in \mathbb{N}) (a : c \wedge b : c) \Rightarrow (a - b) : c = a : c - b : c$.

Isbot. $(a - b) : c = x$ desak, $a - b = cx$ bo'ladi. $a = (a : c) \cdot c$ va $b = (b : c) \cdot c$ desak, $(a : c) \cdot c - (b : c) \cdot c = cx$, bundan $[(a : c) - (b : c)] : c = cx$. U

holda tenglikning ikkala tomonini c ga bo'lsak, $a : c - b : c = x$. Demak, $a : c - b : c = (a - b) : c$.

7.3. Nomanfiy butun sonlar to'plamining xossalari

Bo'sh to'plamlar sinfining umumiy xossasiga esa son 0 soni deyiladi, $0 = n(\emptyset)$.

0 soni va barcha natural sonlar birgalikda nomanfiy butun sonlar to'plamini tashkil qiladi. Bu to'plam N_0 ko'rinishida belgilanadi. $N_0 = \{0\} \cup N$. Bu yerda, N — barcha natural sonlar to'plami.¹

3. Nomanfiy butun sonlarni taqqoslash. Sonlarni taqqoslash qanday nazariy asosda yuz berishini aniqlaylik. Ikkita nomanfiy butun a va b son berilgan bo'lsin hamda ular chekli A va B to'plamlar bilan aniqlansin.

*4-ta'rif. Agar a va b sonlar teng quvvatli to'plamlar bilan aniqlansa, u holda ular **teng** deyiladi.*

$a = b \Leftrightarrow A \sim B$, bu yerda $n(A) = a$; $n(B) = b$.

Agar A va B to'plamlar teng quvvatli bo'lmasa, u holda ular bilan aniqlanadigan sonlar turlicha bo'ladi.

5-ta'rif. Agar A to'plam B to'plamning o'z qism to'plamiga teng quvvatli va $n(A) = a$; $n(B) = b$ bo'lsa, a son b sonidan **kichik** deyiladi va $a < b$ kabi yoziladi. Xuddi shu vaziyatda b son a sonidan **katta** deyiladi va $b > a$ kabi yoziladi.

$a < b \Leftrightarrow A \sim B$, bu yerda $B_1 \subset B$ va $B_1 \neq B$ $B \neq \emptyset$.

4. Nomanfiy butun sonlar yig'indisi, uning mavjudligi va yagonaligi. To'plamlar ustida bajariladigan har bir amalga shu to'plamlar bilan aniqlanadigan sonlar ustidagi amallar mos keladi.

Masalan, o'zaro kesishmaydigan A va B to'plamlar birlashmasidan iborat C to'plam A va B to'plamlar bilan aniqlanadigan a va b nomanfiy butun sonlarning yig'indisi deb ataluvchi c sonni aniqlaydi.

*6-ta'rif. Butun nomanfiy a va b sonlarning **yig'indisi** deb $n(A) = a$; $n(B) = b$ bo'lib, kesishmaydigan A va B to'plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi. $a + b = n(A \cup B)$, bu yerda*

$n(A)=a; n(B)=b$ va $A \cap B = \emptyset$.

Berilgan ta'rifdan foydalanib, $5 + 2 = 7$ bo'lishini tushuntiramiz. 5 — bu biror A to'plamning elementlari soni, 2 — biror B to'plamning elementlari soni, bunda ularning kesishmasi bo'sh to'plam bo'lishi kerak.

Masalan, $A = \{x; y; z; t; p\}$, $B = \{a; b\}$ to'plamlarni olamiz. Ularni birlashtiramiz: $AVB = \{x; y; z; t; p; a; b\}$. Sanash yo'li bilan $n(AVB) = 7$ ekanligini aniqlaymiz. Demak, $5 + 2 = 7$.

Umuman, $a + b$ yigindi $n(A)=a, n(B)=b$ shartni qanoatlantiruvchi kesishmaydigan A va B to'plamlarning tanlanishiga bog'liq emas. Bu umumiy da'voni biz isbotsiz qabul qilamiz.

Bundan tashqari, butun nomanfiy sonlar yig'indisi har doim mavjud va yagonadir. Boshqacha aytganda, biz qanday ikkita nomanfiy a va b sonlar olmaylik, ularning yig'indisi — butun nomanfiy c sonni har doim topish mumkin. U berilgan a va b sonlar uchun yagona bo'ladi.

Yigindining mavjudligi va yagonaligi ikki to'plam birlashmasining mavjudligi va yagonaligidan kelib chiqadi.

Yigindi ta'rifidan foydalanib, «kichik» munosabatiga boshqacha ta'rif berish mumkin:

7-ta'rif. $\forall a, b \in \mathbb{N}$ uchun $a = b + c$ bo'ladigan c son topilsa, $b < a$ (yoki $a > b$) deyiladi.

$(\forall a, b \in \mathbb{N})(\exists c \in \mathbb{N})(b < a \Leftrightarrow a = b + c)$.

7.4. Qo'shish amalining xossalari.

1°. Qo'shish amali kommutativdir:

$(\forall a, b \in \mathbb{N}_0)(a+b=b+a)$,

ya'ni ixtiyoriy nomanfiy butun a va b sonlar uchun $a + b = b + a$ tenglik o'rinli.

Isbot. $a = n(A)$, $b = n(B)$ va $A \cap B = \emptyset$ bo'lsin,

$a+b=n(A \cup B)=n(B \cup A)=b+a$

(to'plamlar birlashmasining kommutativligiga asosan).

2°. Qo'shish amali assotsiativdir:

$(\forall a, b, c \in \mathbb{N}_0) a + (b + c) = (a + b) + c$.

Isbot: $a = n(A)$, $b = n(B)$, $c = n(C)$ va $A \cap B = \emptyset$, $B \cap C = \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$ bo'lsin.

$$a + (b + c) = n(A \cup (B \cup C)),$$

$$(a + b) + c = n((A \cup B) \cup C)$$

to'plamlar birlashmasining assotsiativligiga ko'ra

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C.$$

$$\text{Demak, } a + (b + c) = (a + b) + c.$$

3°. 0 ni yutish qonuni:

$$(\forall a \in N_0) a + 0 = a.$$

Isbot.

$$a = n(A), 0 = n(\emptyset), a + 0 = n(A \cup \emptyset) = n(A) + n(\emptyset), A \cup \emptyset = A \text{ bo'lgani uchun.}$$

4°. Qo'shish amali qisqaruvchandir:

$$(\forall a, b, c \in N_0) a + c = b + c \Leftrightarrow a = b,$$

Isbot. $a = n(A)$, $b = n(B)$, $c = n(Q)$ bo'lsin. $A = B \Rightarrow A \cup C = B \cup C$ bo'ladi. Qo'shish amali ta'rifidan $n(A) = n(B) \Rightarrow n(A \cup C) = n(B \cup C)$, $a = b \Rightarrow a + c = b + c$.

5°. Qo'shish amali monotondir:

$$(\forall a, b, c \in N_0) a < b \Rightarrow a + c < b + c.$$

Isbot. $a = n(A)$, $b = n(B)$ bo'lsin.

$a < b \Rightarrow A \sim B_1 \subset B$, bu yerda $B_1 \neq B$, $B_1 \neq \emptyset$, u holda

$$A \cup C \sim B_1 \cup C \subset B \cup C \Rightarrow a + c < b + c.$$

«<» munosabati N_0 to'plamda qat'iy tartib munosabati bo'lishini isbot qilamiz.

Buning uchun «<» munosabatining tranzitiv va asimmetrik ekanligini ko'rsatamiz.

Tranzitivligi: $a < b \wedge b < c$ bo'lsin,

ta'rifga ko'ra, shunday k va h sonlar topiladiki, $b = a + k$ va $a + c = b + h$ bo'ladi, bundan $c = b + h = (a + k) + h$ va qo'shishning assotsiativligiga ko'ra $c = a + (k + h)$ ekanligini yozish mumkin, bu esa $a < c$ degan xulosani beradi.

Asimmetriklikni teskarisini faraz qilish yo'li bilan isbotlaymiz. Faraz qilaylik, bir vaqtda $a < b$ va $b < a$ o'rinli bo'lsin. Bundan tranzitivlik xossasiga ko'ra $a < a$ ekanligi kelib chiqadi, demak, farazimiz noto'g'ri va bir vaqtda $a < b$ va $b < a$ bo'lishi mumkin emas, degan xulosaga kelamiz.

7.5.Qoldikli bo'lish

Ta'rif: Butun nomanfiy a sonni b natural songa qoldikli bo'lish deb, $a=bq+r$ va $0 \leq r < b$ bo'ladigan butun nomanfiy q va r sonlarni topishga aytiladi.

Qoldiqning berilgan ta'rifidan kelib chiqadigan o'ziga xos xususiyatlari:

Qoldiq b bo'luvchidan kichik natural sonidir. Shuning uchun butun nomahfiy sonlarni b ga bo'lganda hammasi bo'lib b ta turlicha qoldiq hosil bo'lishi mumkin.

Qoldikli bo'lish – bu biror sonni boshqa songa bo'lganda natija butun son chiqmasligi, ya'ni qoldiq qolishi holatidir. Masalan, 10 ni 3 ga bo'lsak, 3 marta joylashadi va 1 ortib qoladi. Bu yerda: $10 \div 3 = 3$ (qoldiq 1) Bu shuni anglatadiki, 3 raqami 10 ichida 3 marta to'liq joylashadi, 1 esa ortiqcha qoladi. Qoldiq har doim bo'luvchidan kichik bo'ladi.

Masalan: 37 soni 8 ga bo'linmaydi, lekin $37=8*4+5$ bo'ladigan 4 va 5 sonlari mavjud. 37 sonini 8 ga bo'lish qoldikli bo'lish bilan bajariladi, bunda to'liqmas 4 bo'linma va 5 qoldiq topildi deb aytiladi.

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

1. Nazariyani aksiomatik qurish to'g'risida ma'lumot bering.
2. Natural son va nol tushunchasining vujudga kelishi tarixi haqida ma'lumot.
3. Nomanfiy butun sonlar to'plamini to'plamlar nazariyasi asosida qurish.
4. Nomanfiy butun sonlarni taqqoslash.
5. Qoldikli bo'lishni bajaring:
 - 1) 42 ni 5 ga
 - 2) 82 ni 9 ga
 - 3) 677 ni 42 ga
 - 4) 105 ni 82 ga



8.1. Nomanfiy butun sonlar to‘plamining xossalari

Nomanfiy butun sonlar to‘plamida eng kichik element mavjud va u 0 ga teng. Bu esa to‘plamning quyidan chegaralanganligini bildiradi.

Nomanfiy butun sonlar to‘plamida eng katta element mavjud emas shuning uchun N_0 to‘plam cheksiz va yuqoridan chegaralanmagan.

Nomanfiy butun sonlar to‘plami diskret.

Diskretlik nomanfiy butun sonlar to‘plamida har bir natural sondan bevosita keyin va oldin keladigan sonlarni ko‘rsatish mumkinligi bilan izohlanadi. Faqat 0 hech qanday sondan keyin kelmaydi. Boshqacha aytganda, ikkita ixtiyoriy nomanfiy butun son orasida chekli sondagi nomanfiy sonlar joylashgan

N natural sonlar to‘plamiga tartib munosabatini kiritamiz.

Bunda biz birinchi va to‘rtinchi aksiomalarga va sonlar yig‘indisi ta’riflariga asoslanamiz.

«a natural son b natural sondan kichik» ta’rifini keltirib chiqarishda chekli to‘plamlarga bog‘liq

Nomanfiy butun sonlar to‘plami «<» munosabati orqali tartiblangan.

N natural sonlar to‘plamiga tartib munosabatini kiritamiz.

Bunda biz birinchi va to‘rtinchi aksiomalarga va sonlar yig‘indisi ta’riflariga asoslanamiz.

«a natural son b natural sondan kichik» ta’rifini keltirib chiqarishda chekli to‘plamlarga bog‘liqlikdan foydalanamiz.

Bizga ma’lumki, chekli A to‘plam bilan bo‘sh bo‘lmagan chekli B to‘plam birlashmasi $C=A \cup B$ ($A \cap B = \emptyset$) A to‘plamdagidan ko‘p elementlarga ega bo‘ladi. Bu esa quyidagi ta’rifga olib keladi:

Ta’rif. Agar a va b natural sonlari uchun shunday bir c natural soni mavjud bo‘lib, $a+c=b$ munosabat o‘rinli bo‘lsa, a natural soni b natural sonidan kichik deyiladi va

$a < b$ ko'rinishda yoziladi. Masalan, $5 < 7$, bu holda shunday natural 2 soni mavjudki,

$2+5=7$ bo'ladi.

$a < b$ munosabatdan foydalanib,

4-aksiomani quyidagicha ifodalash mumkin:

4'-aksioma. N natural sonlarning bo'sh bo'lmagan A to'plam ostida eng kichik son bor, ya'ni shunday sonni a desak, A to'plamdagi a dan farqli barcha x sonlari uchun $a < x$ bajariladi.

Aytaylik, $a < b$ va $b < c$ bo'lsin. Ta'rifga asosan shunday k va l sonlari topiladiki $b = a + k$, $c = b + l$ bo'ladi. U holda

$c = (a + k) + l$.

8.2. Natural sonning ma'nosi va sonlar-kattaliklarni o'lchash natijalari ustida amallar ma'nosi.

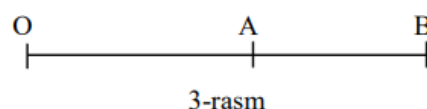
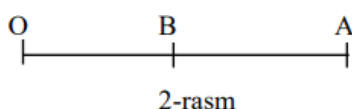
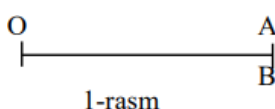
a va b kesmalar berilgan bo'lsin. Bu kesmalarga teng kesmalarni boshi O nuqtada bo'lgan biror nurga qo'yamiz. $OA = a$ va $OB = b$ kesmalarni hosil qilamiz. Uchta hol bo'lishi mumkin.

1. A va B nuqtalar ustma-ust tushadi. (1-rasm) U holda OA va OB - bitta kesma, a va b kesmalar esa unga teng, demak, $a = b$.

2. B nuqta OA kesma ichida yotadi (2-rasm) U holda OB kesma OA kesmadan kichik (yoki OA kesma OB kesmadan katta) deyiladi va bunday yoziladi: $OB < OA$ (yoki $OA > OB$).

3. A nuqta OB kesma ichida yotadi. (3-rasm) U holda OA kesma OB kesmadan kichik deyiladi va bunday yoziladi:

$OA < OB$ yoki $a < b$ ($b > a$)



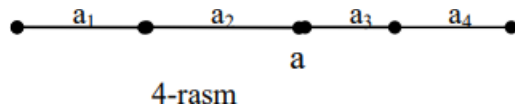
Kesmalar ustida turli amallar

Ta'rif: Agar a kesma $a_1, a_2, \dots, a_n$ kesmalarning birlashmasi bo'lib, kesmalarning birortasi ham ichki umumiy nuqtaga ega bo'lmasa (bir-biri bilan ustma-ust

tushmasa) va bir kesma ikkinchi kesmaning oxiriga birin-ketin tutashsa, a kesma bu kesmalarning yigindisi deyiladi.

Bunday yoziladi: $a = a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

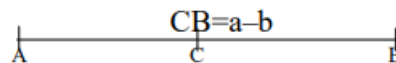
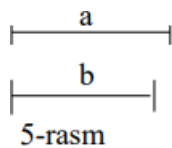
Masalan, 4-rasmda tasvirlangan a kesmani a_1, a_2, a_3, a_4 kesmalarning yigindisi deyish mumkin.



Ta'rif: a va b kesmalarning a-b ayirmasi deb, shunday c kesmaga aytiladiki, uning uchun $b + c = a$ tenglik o'rinli bo'ladi.

a va b kesmalarning ayirmasi bunday topiladi. a kesmaga teng AB kesma yasaladi va unda b kesmaga teng AC kesma ajratiladi.

U holda CB kesma a va b kesmalarning a-b ayirmasi bo'ladi. (5-rasm)



Ravshanki, a va b kesmalarning ayirmasi mavjud bo'lishi uchun b kesma a kesmadan kichik bo'lishi zarur va yetarlidir.

Kesmalar ustida amallar qator xossalarga ega. Ulardan ba'zilarini isbotsiz keltiramiz.

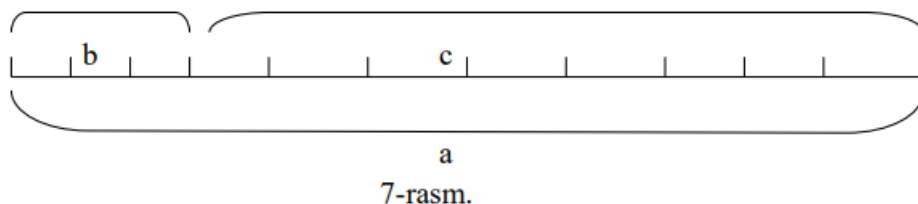
1. Har qanday a va b kesmalar uchun $a + b = b + a$ tenglik o'rinli, ya'ni kesmalarni qo'shish o'rin almashtirish qonuniga bo'ysunadi.
2. Har qanday a, b, c kesmalar uchun $(a + b) + c = a + (b + c)$ tenglik o'rinli, ya'ni kesmalarni qo'shish guruhlash qonuniga buysunadi.
3. Har qanday a va b kesmalar uchun $a + b \neq a$.
4. Har qanday a, b va c kesmalar uchun $a < b$ bo'lsa, u holda $a + c < b + c$ bo'ladi.

So'ngra berilgan a kesma birlik e kesma bilan taqqoslanadi. Agar a kesma e birlik kesmaga teng n ta kesma yig'indisi bo'lsa, bunday yoziladi:

$$a = e + e + \dots + e = ne$$

Shuni eslatib o'tish muhimki, har qanday natural son n uchun uzunligi shu son bilan ifodalanadigan kesma mavjud bo'ladi. Bunday kesma yasash uchun e uzunlik birligini birinketin n marta qo'shish yetarlidir.

1.Qo'shish. Masalan, 3 va 8 sonlari b va c kesmalar uzunliklarini e birlik yordamida o'lchash natijalari bo'lsin, ya'ni $b=3e$, $c=8e$. Ma'lumki $3+8=11$. Ammo 11 soni qaysi kesma uzunligini o'lchash natijasi bo'ladi? Ravshanki, bu $a=b+c$ kesma uzunligining qiymatidir.(7-rasm)



Mulohazani umumiy ko'rinishda yuritamiz. a kesma b va c kesmalar yig'indisi hamda $b=me$, $c=ne$ bo'lsin, bunda m va n b c a 7-rasm. 23 –natural sonlar. U holda b kesma m ta bo'lakka, c kesma n ta shunday bo'lakka bo'linadi, bu bo'laklarning har biri birlik kesma e ga teng.

Shunday qilib, butun a kesma $m+n$ ta shunday bo'lakka bo'linadi. Demak, $a=(m+n)e$. Shunday qilib, m va n natural sonlar yigindisini uzunliklari m va n natural sonlar bilan ifodalanadigan b va c kesmalardan tuzilgan a kesma uzunligining qiymati sifatida qarash mumkin ekan.

2.Ayirish. Agar a kesma b va c kesmalardan iborat bo'lib, a va b kesmalarining uzunliklari m va n natural sonlar bilan ifodalansa (bir xil uzunlik birligida), c kesma uzunligining qiymati a va b kesmalar uzunliklari qiymatlarining ayirmasiga teng: $c=(m-n)e$, ya'ni natural sonlarning $m-n$ ayirmasini uzunliklari mos ravishda m va n natural sonlar bilan ifodalangan a va b kesmalar ayirmasi bo'lgan c kesma o'zunligining qiymati sifatida qarash mumkin ekan.

Boshlang'ich sinflar uchun matematika darsliklarida turli kattaliklar va ular ustida amallar qaratilgan masalalar ko'p. Kattaliklarning qiymatlari bo'lgan natural sonlarni qo'shish va ayirishning ma'nosini aniqlash bunday masalalarni yechishda amallarni tanlashni asoslashga imkon beradi.

Masalan, quyidagi masalani qaraylik: Bog‘dan 3 kg olcha va 4 kg olma terishdi. Hammasi bo‘lib necha kg meva terishgan? Masala qo‘shish amali bilan echiladi. Nima uchun? Terilgan olchalar massasini a kesma ko‘rinishida, terilgan olmalar massasini b kesma ko‘rinishida tasvirlaymiz. (8-rasm) U holda terilgan hamma mevalar massasini AB kesmadan va BC kesmadan AC kesma yordamida tasvirlash mumkin. AC kesma uzunligining son qiymati AB va BC kesmalar son qiymatlarining yig‘indisiga teng bo‘lgani uchun terilgan mevalar massasini qo‘shish amali bilan topamiz: $3+4=7(\text{kg})$.

8.3. Tartib va sanoq natural sonlar.

Shuni xulosa qilib aytish kerakki, natural sonlar nafaqat miqdorlarni oichash va to‘plam elementlarini sanash uchun ishlatiladi, balki to‘plam elementlarini tartiblash ham natural sonlar yordamida amalga oshiriladi. Bunda chekli to‘plam uchun natural sonlar qatori kesmasi tushunchasi ishlatiladi.

Ta’rif. Natural sonlar qatorining N_a **kesmasi** deb, a natural sondan katta bo‘lmagan barcha natural sonlar to‘plamiga aytiladi.

Masalan, $N_5 = \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Ta’rif. A to‘plam elementlarini **sanash** deb, A to‘plam bilan natural sonlar qatorining N_a kesmasi orasidagi o‘zaro bir qiymatli moslik o‘rnatilishiga aytiladi

a soni A to‘plam elementlari sonini bildiradi va $n(A)=a$ deb yoziladi. To‘plam elementlarini sanash faqat ularning miqdorini aniqlab qolmay, balki to‘plam elementlarini tartiblaydi ham. Bunda har bir elementning sanoqda «nechanchi» ekanligini ham aytish mumkin bo‘ladi. Elementning nechanchi bo‘lishi sanashning olib borilishiga bog‘liq.

Kombinatorikada ko‘rilganidek, a ta elementli to‘plam tartiblanishlari umumiy soni $a!$ ga teng bo‘lgani uchun bu turli usullar bilan sanalganda element tartib nomeri $a!$ marta o‘zgarishi mumkin degani. Lekin qanday usul bilan sanalmasin, to‘plam elementlari soni o‘zgarmasdir

Demak, «nechta» savoliga javob beruvchi natural sonlar miqdoriy, «nechanchi» savoliga javob beruvchi natural sonlar tartib natural sonlar deyiladi. To‘plam oxirgi elementining tartib nomeri bir vaqtda to‘plam elementlari sonini

bildiradi. Demak, sanoq 19-elementida tugasa, to‘plamda 19 ta element bor degan xulosa chiqariladi.

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

1. Nomanfiy butun sonlar to‘plamining xossalari ayting.
2. a natural soni b natural sonidan qachon kichik deyiladi?
3. Kichik munosabati N to‘plamda tartib munosabati bo‘lishini izohlang.
4. Natural sonlar to‘plamini chegaralanmaganligi va diskretligini tushuntiring.
5. n ning barcha natural qiymatlarida tengsizlik o‘rinli bo‘lishini isbotlang:
 - a) $2^n \leq n + 1$;
6. Ketma-ketliklarning n-hadi formulasini toping:
 - a) 2, 4, 6, 8, 10, ...;
 - b) 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...;
 - d) 5, 10, 15, 20, 25, ...;
 - e) 1, 4, 9, 25, ...;
 - f) 1, -2, 3, -4, 5, -6, 7, -8, ...;

IV BOB: NATURAL SON MIQDORLARNI O'LGASH NATIJASIDA.

4.1-MAVZU: NATURAL SON KESMA O'LGAMI SIFATIDA.



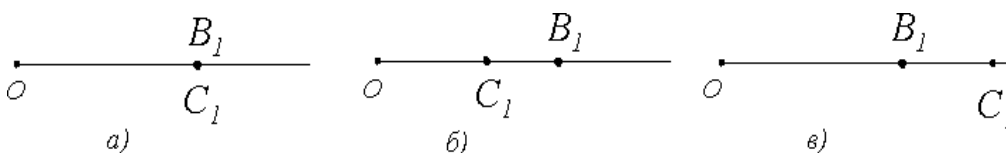
Kishilarning turmush faoliyatida faqat buyumlarning sanog'ini bilishgina emas, balki turli miqdorlarni – uzunlik, massa, vaqt va boshqalarni ham o'lchashga to'g'ri keladi. Shu sababli natural sonlarning paydo bo'lishida sanoqqa bo'lgan ehtiyoj bilan o'lchashga bo'lgan ehtiyoj ham sabab bo'ldi. Natural songa bunday yondoshish bilan bog'liq bo'lgan hamma nazariy dalillarni bitta kattalik-uzunligi misolida qaraymiz.

1.1. Kesmalarni taqqoslash. Kesmalar ustida amallar. Bizga $a=[AB]$ va $b=[BC]$ kesmalar berilgan bo'lsin. Bu kesmalarga teng kesmalarni boshi O nuqtada bo'lgan biror nurga qo'yamiz. $OB_1=a$ va $OC_1=b$ kesmalarni hosil qilamiz. Bunda uchta hol bo'lishi mumkin:

1) B_1 va C_1 nuqtalar ustma-ust tushadi (1- rasm). U holda OB_1 va OC_1 bitta kesmani ifodalaydi, demak $a=b$;

2) C_1 nuqta OB_1 kesma ichida yotadi (5.2-5 rasm). U holda OC_1 kesma OB_1 kesmadan kichik (yoki OB_1 kesma OC_1 kesmadan katta) deyiladi va quyidagicha yoziladi; $OC_1 < OB_1$ ($OB_1 > OC_1$) yoki $b < a$ ($a > b$):

B_1 nuqta OC_1 kesma ichida yotadi (5.2-B rasm). U holda OB_1 kesma OC_1 kesmadan kichik deyiladi. $OB_1 < OC_1$ yoki $a < b$ ko'rinishda yoziladi.

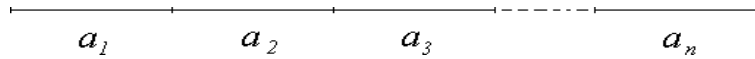


1.2. Kesmalar ustida turli amallar bajarish

1-ta'rif: Agar $a_1, a_2, \dots, a_n$ kesmalarning birlashmasi a kesмага teng bo'lib, kesmalar biri-biri bilan ustma-ust tushmasa (ya'ni ichki nuqtalarga ega bo'lmasa) va bir kesma uchi ikkinchi kesmaning boshiga ustma-ust tushsa, u holda a kesma

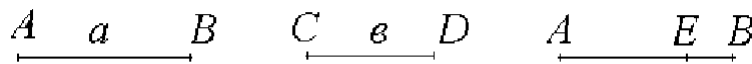
$a_1, a_2, \dots, a_n$ kesmalarning yig'indisi deyiladi (5.3-rasm) yig'indi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$a = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$



2-ta'rif. a va b kesmalarning ayirmasi deb, shunday c kesmaga aytiladiki, uning uchun $b+c=a$ tenglik bajariladi.

a va b kesmalarning ayirmasi quyidagicha topiladi. $a=[AB]$ kesma yasaladi va shu kesmada b kesmaga teng $[AE]$ kesma ajratiladi. Natijada $c=[EB]$ kesma hosil bo'ladi.



$a-b$ ayirma mavjud bo'lishi uchun a kesma b kesmadan kattabo'lishi zarur va yetarlidir.

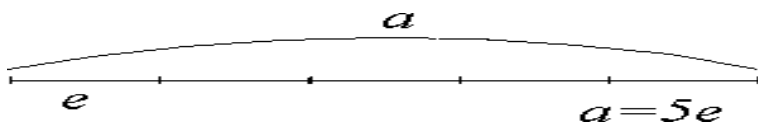
Kesmalar ustida amallar quyidagi xossalarga ega:

- 1) Har qanday a va b kesmalar uchun $a+b=b+a$ tenglik o'rinli (kesmalarni qo'shish o'rin almashtirish qonunga bo'ysunadi).
- 2) Har qanday a, b, c kesmalar uchun $a+(b+c)=(a+b)+c$ tenglik o'rinli (kesmalarni qo'shish gruppalash qonuniga bo'ysunadi)
- 3) Har qanday a, b va c kesmalar uchun $a < b$ bo'lsa, u holda $a+c < b+c$ bo'ladi.

1.3. Natural son kesma uzunligining qiymati sifatida.

Eng avvalo kesmalar uzunligini o'lchashni eslaymiz. Kesmalar to'plamida birorta e kesma tanlanib, u birlik kesma yoki uzunlik birligi deyiladi. Keyinchalik esa, boshqa kesmalar shu birlik e kesma bilan taqqoslanadi.

n natural son a kesma uzunligining e uzunlik birligidagi son qiymati deyiladi.



Agar uzunlik birligi sifatida boshqa kesma olinsa, u holda a kesma uzunligining son qiymati o'zgaradi.

Shunday qilib, a kesma uzunligining son qiymati sifatidagi n natural son a kesma tanlab olingan e birlik kesmalarning nechtasidan iboratligini ko'rsatadi. Tanlab olingan e uzunlik birligida bu son yagonadir. Bu sonlar uchun «teng» va «kichik» munosabatlarini qaraylik. Aytaylik, m natural son a kesma uzunligining, n natural son b kesma uzunligining e uzunlik birligidagi son qiymatlari bo'lsin. Agar a va b kesmalar teng bo'lsa, ular uzunliklarining son qiymatlari ham teng bo'ladi, ya'ni $m=n$;

Agar a kesma b kesmadan kichik bo'lsa, u holda $m < n$ bo'ladi va teskari tasdiq ham to'g'ri bo'ladi. Kesmalar va ular uzunliklarining son qiymatlari orasida o'rnatilgan bog'lanish kesmalar uzunliklarini taqqoslashni ularni tegishli son qiymatlarini taqqoslashga keltiradi.

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

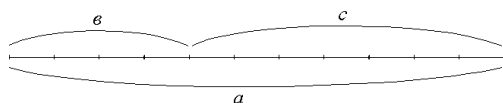
1. Kesmalarni taqqoslashni tushuntirib bering.
2. Kesmalar ustida bajariladigan amallarni tushuntiring.
3. Kesmalar ustida amallar qanday xossalarga ega?
4. Miqdorlarning qiymatlari bo'lgan sonlar ustida bajariladigan amallarning ma'nosi.
5. Tartib va miqdor natural sonlar deganda qanday sonlarni tushunasiz?

4.2-MAVZU: KESMALARNING O'LGAMI SIFATIDA QARALGAN SONLAR USTIDA ARIFMETIK AMALLARNING TA'RIFI.



Agar natural sonlar kesmalarning uzunliklarini o'lchash natijasida hosil bo'lgan bo'lsa, bu sonlarni qo'shish va ayirish qanday ma'noga ega bo'lishini aniqlaymiz.

2.1. Qo'shish. Masalan, 4 va 7 sonlari b va c kesmalarni e birlik yordamida o'lchash natijalari bo'lsin, $b=4e$, $c=7e$. $4+7=11$ ekani ma'lum. Bunda 11 soni $a=b+c$ kesma uzunligining qiymati bo'ladi.



Umumiy holda a kesma b va c kesmalar yig'indisi hamda $b=me$; $c=ne$ bo'lsin. Bunda m va n - natural sonlar. Bu deganimiz, b kesma m ta, c kesma n ta shunday bo'lakka bo'linadiki, bu bo'laklarning har biri birlik kesma e ga teng. Shunday qilib, m va n natural sonlar yig'indisini uzunliklari m va n natural sonlar bilan ifodalangan b va c kesmalardan tuzilgan a kesma uzunligining qiymati sifatida qarash mumkin.

2.2. Ayirish. Agar a kesma, b va c kesmalardan iborat bo'lib, a va b kesmalarning uzunliklari m va n natural sonlar bilan ifodalansa (bir xil uzunlik birligida), c kesma uzunligining son qiymati a va b kesmalar uzunliklari son qiymatlari ayirmasiga teng. $c=(m-n)e$

Bundan ko'rinadiki, a kesma b va c kesmalar yig'indisi lari mos ravishda m va n natural sonlar bilan ifodalangan a va b kesmalar ayirmasi bo'lgan c kesma uzunligining qiymatini ifodalay ekan.

Agar $a=7e$ kesma b va c kesmalardan iborat bo'lib $b=3e$ bo'lsa, u holda $c=(7-4)e=3e$ bo'ladi.

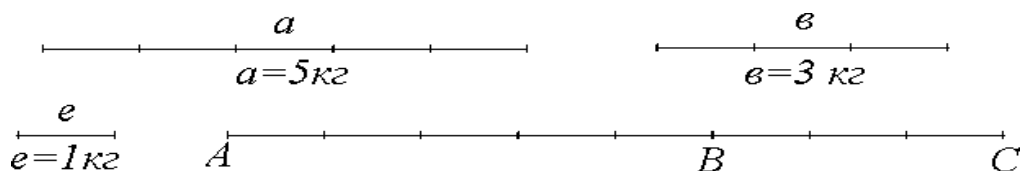
Natural sonlarni qo'shish va ayirishga bunday yondashish nafaqat kesmalar uzunliklarini o'lchash, balki boshqa miqdorlarni o'lchash bilan ham bog'liq. Boshlang'ich sinf matematika darsliklarida turli xil miqdorlar va ular ustida amallarga doir masalalar ko'p. Bu masalalarni yechish esa miqdorlarning

qiymatlari bo'lgan natural sonlar ustida amallar bajarish bilan bog'liq bo'lib, qo'shish va ayirishning ma'nosini aniqlash bunday masalalarni yechishda amallarni tog'ri tanlashga imkon beradi.

Masalan, Karim 5 kg olma, Olim 3 kg nok terdi. Karim va Olim hammasi bo'lib necha kilogramm meva tergan?

Masala qo'shish amali bilan yechiladi. Masalani yechishda terilgan olmalar massasini a kesma, noklar massasini b kesma ko'rinishida tasvirlaymiz (5.7-rasm).

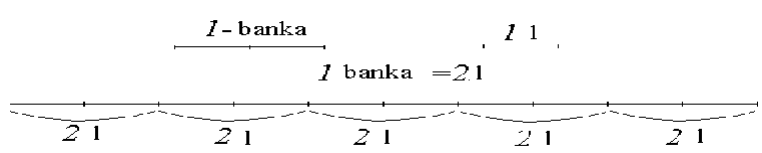
U holda terilgan hamma mevalar massasini a ga teng $[AB]$ va b ga teng $[BC]$ kesmadan tuzilgan $[AC]$ kesma yordamida tasvirlash mumkin. $[AC]$ kesma uzunligining son qiymati $[AB]$ va $[BC]$ kesmalar son qiymatlarining



yig'indisiga teng bo'lgani uchun terilgan mevalar massasini qo'shish amali bilan topamiz.

2.3. Miqdorlarning qiymatlari bo'lgan sonlarni ko'paytirish va bo'lishning ma'nosi. Miqdorlarning qiymatlari bo'lgan sonlarni ko'paytirish va bo'lishning ma'nosini ko'rsatish uchun dastlab masalalarga murojaat qilamiz.

1-masala. Omborxonada har birida 2 litr sharbat bo'lgan 5 ta banka bor. Bu bankalarda hammasi bo'lib qancha litr sharbat bor. Bu masalani kesmalar yordamida ifodalaylik.



Bu masala ko'paytirish amali bilan yechiladi: $2 \cdot 5 = 10(l)$. Nima uchun?

Bu savolga yuqoridagi rasm yordamida javob beramiz.

5 ta bankada hammasi bo'lib qancha litr sharbat borligini bilish uchun $2l + 2l + 2l + 2l + 2l$ yig'indini topish yetarli. $2l$ deganimiz $2 \cdot 1$ ko'paytma bo'lgani

uchun yig'indini quyidagi ko'rinishda yozish mumkin. 5 ta bir xil qo'shiluvchining yig'indisini $2 \cdot 5$ ko'paytma bilan almashtirib, $(2+2+2+2+2) \cdot 1 = (2 \cdot 5) \cdot 1l = 10 \cdot 1l = 10l$ ni hosil qilamiz. Bu masalada sharbat egallagan hajmning ikki o'lchov birligi banka va litr haqida so'z yuritilmoqda. Shu sababli bumasalani boshqa usulda ham yechish mumkin. Dastlab birlik sifatida bankani olsak, keyin litrga o'tsak, boshqacha aytganda yangi birlik sifatida litrni olsak 1 banka-2 litr.

$$\text{U holda } 5 \cdot 1b = 5 \cdot (2l) = 5(2 \cdot 1l) = (5 \cdot 2) \cdot 1l = 10l$$

Bundan ko'rindiki, natural sonlarni ko'paytirish kattalikning yangi, yanada maydaroq birligini tasvirlar ekan. Bu xulosamizni sonlarga - kesmalar uzunliklarining qiymatlariga qo'llab umumiy ko'rinishda isbotlaymiz.

a kesma e ga teng m ta kesmadan, e kesmaning o'zi e_1 ga teng n ta kesmadan iborat bo'lsa, a kesma uzunligining son qiymati uzunlikning e_1 birligida $m \cdot n$ ga teng bo'ladi. Demak, $a = (m \cdot n)e_1$

Shunday qilib, natural sonlarni ko'paytirish uzunlikning yangi birligiga o'tishni ifodalaydi. Bu deganimiz, agar m natural son a kesma uzunligining e uzunlik birligidagi qiymati, n natural son e kesma uzunligining e_1 uzunlik birligidagi qiymati bo'lsa, m n ko'paytma a kesma uzunligining e_1 uzunlik birligidagi qiymati demakdir. Kattaliklarning qiymatlari bo'lgan natural sonlarni bo'lishning ma'nosini aniqlaymiz.

2-masala. Bir bankaning sig'imi 2 l bo'lsa, 10 l meva sharbatini qo'yish uchun necha banka kerak bo'ladi?

Masalani yechish uchun 10 l ni kesma bilan tasvirlaymiz va unda 2l ni tasvirlovchi kesma necha marta joylashishini aniqlaymiz: $10l : 2l = 5(b)$

Bu masalaning yechilishini boshqacha asoslash mumkin. Masalada sharbat egallagan hajmning ikki birligi - litr va banka qaralmoqda, o'lchash natijasini bankalar bilan, ya'ni yangibirlikda ifodalash talab etilmoqda. Yangi birlikda (bankada) 2 ta eski birlik (2 l) bor.

Shuning uchun, $1l = 1b : 2$; $10l = 10 \cdot (1b : 2) = (10 : 2) \cdot 1b = 5 \cdot 1b = 5b$; Ko'rinib turibdiki, natural sonlarni bo'lish miqdorning yangi birligiga o'tish bilan

bog'liq ekan. Buni umumiy holda ko'rsatamiz. a kesma e ga teng m ta kesmadan, e_1 kesma e ga teng n ta kesmadan iborat bo'lsin. e_1 uzunlik birligida a kesma uzunligini ifodalaydigan sonni qanday topish mumkinligini aniqlaymiz.

$e_1 = n$ e bo'lgani uchun $e = e_1 : n$. U holda $a = me = m(e_1 : n) = (m : n) e_1$;

Shunday qilib, kesmalar uzunliklarining qiymati bo'lgan natural sonlarni bo'lish uzunlikning yangi (yanada yirikroq) birligiga o'tishni aniqlaydi: agar m natural son a kesma uzunligining e uzunlik birligidagi qiymati, n natural son e kesma uzunligining e_1 uzunlik birligidagi qiymati bo'lsa, $m:n$ bo'linma kesma uzunligining e_1 uzunlik birligidagi qiymatidir.

Masalan, agar $a = 16e$ va $e_1 = 4e$ bo'lsa, a kesma uzunligining e_1 uzunlik birligidagi qiymati $4e_1$ ga teng bo'ladi: $a = 16e = 16 \cdot (e_1 : 4) = (16 : 4) e_1 = 4 e_1$;

Boshlang'ich sinf matematika darslarida turli miqdorlar qatnashadigan ko'paytirish va bo'lish bilan yechiladigan sodda masalalar ko'p. Bularni yechishda ko'paytirish bir xil qo'shiluvchilarni qo'shish amali sifatida, bo'lish esa ko'paytirishga teskari amal sifatida qaraladi.

Tartib va miqdor natural sonlar.

Bizga ma'lumki, natural sonlar deb buyumlarni sanashda qo'llaniladigan sonlarga aytiladi. Sanash jarayoni nimani ifodalaydi?

Masalan, biz $A = \{a, b, c, d, e\}$ to'plam elementlarini sanashni qanday olib borishimiz kerak? Bu to'plamning har bir elementini ko'rsatib, biz «birinchi», «ikkinchi», «uchinchi», «to'rtinchi», «beshinchi» deymiz. Shu bilan sanash jarayonini tugatamiz, chunki A to'plamning barcha elementlaridan foydalandik. Sanab borishda biz tubandagi qoidalarga amal qildik.

A to'plamning ixtiyoriy elementi sanashda birinchi ko'rsatilishi, birorta element ham tushib qolmasligi, bitta element ikki marta sanalmasligi kerak.

A to'plamni sanab, biz A to'plamda 5 ta element bor deymiz, ya'ni bu to'plamning miqdor xarakteristikasiga ega bo'lamiz. Buni hosil qilish uchun esa tartib natural sonlar: «birinchi», «beshinchi» dan foydalandik. Boshqacha

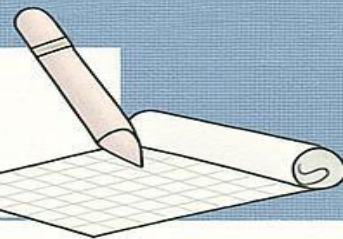
aytganda, biz natural sonlar qatori kesmasi deb ataluvchi $\{1,2,3,4,5,\}$ to'plamdan foydalandik.

Natural qator kesmasining ta'rifi to'plam elementlari sanog'i tushunchasiga olib keladi. Bunda A to'plam elementlari bilan N_a kesma o'rtasida bir qiymatli moslik o'rnatiladi.

Sanash uchun avvaldan yetarlicha sonlar zapasiga ega bo'lish zarur va bu sonlar ma'lum tartibda joylashishi, birinchi son mavjud bo'lishi lozim. Sanash chekli to'plam elementlarini tartiblashtirish uchun, ham ularning miqdorini aniqlash uchun xizmat qiladi. Demak tartib son miqdor songa olib keladi. Miqdor natural sonlar chekli teng quvvatli to'plamlar sinfining umumiy xossasini ifodalaydi. Shunday qilib, miqdor va tartib natural sonlar boshlang'ich ta'limda o'zaro uzviy bog'langan, birgalikda qaraladi.

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

1. a kesma b va c kesmalar yig'indisini tushuntiring.
2. Natural sonlarni qo'shish va ayirishga kesmalar uzunliklarini o'lchash orqali boshqa miqdorlarni o'lchashlarni tushuntiring.
3. Miqdorlarning qiymatlari bo'lgan sonlarni ko'paytirish va bo'lishning ma'nosi.
4. Boshlang'ich sinf matematika darslarida turli miqdorlar qatnashadigan ko'paytirish va bo'lishga misollar keltiring.
5. Natural qator kesmasining ta'rifi.



3.1. Hisoblashning qulay usullari haqida. Boshlang‘ich matematika kursining asosiy vazifalaridan biri bu o‘quvchilarda puxta va mustahkam hisoblash malakalarini shakllantirishdan iboratdir. Bu borada asosiy e‘tibor avvalo hisoblashning og‘zaki usullariga qaratiladi va mumkin bo‘lgan hamma hollarda hisoblashlarni og‘zaki bajarish talab qilinadi. Faqatgina katta sonlar bilan ishlaganda, oraliq natijalarni esda saqlash qiyin bo‘lgan hollardagina yozma hisoblash usullariga murojaat qilish tavsiya etiladi.

Qulay hisoblash usullari natijani oson, ortiqcha murakkab amalbajarmasdan tez topishga imkon beradi. Buning uchun o‘qituvchining o‘zi ham puxta matematik tayyorgarlikka ega bo‘lishi, qulay usullarni qo‘llay olishi va ularning nazariyasoslarini yaxshi bilishi kerak.

Ushbu ma‘ruzada hisoblashning ba‘zi bir usullari nazariy asoslangan holda beriladi. Arifmetik amallarning asosiy qonun va qoidalari isbotsiz keltiriladi, chunki ularning isbotlari boshlang‘ich matematika kursining nazariy asoslariga oid darsliklarda berilgan.

1. Bir yoki bir necha qo‘shiluvchini yaxlitlash. Bir (yoki bir necha) qo‘shiluvchini unga yaqin yaxlit son bilan almashtirib, hosil bo‘lgan sonlar yig‘indisi topiladi va undan tegishli to‘ldirma son ayiriladi yoki qo‘shiladi.

Misol:

a) $173 + 59 = (173 + (59 + 1)) - 1 = (173 + 60) - 1 = 233 - 1 = 232;$

b) $882 + 197 = (882 + (197 + 3)) - 3 = (882 + 200) - 3 = 1082 - 3 = 1079.$

c) $78 + 364 = 364 + 78 = (360 + 80) + 4 - 2 = 440 + 2 = 442.$

d) $664 + 243 = (660 + 240) + (4 + 3) = 900 + 7 = 907.$

2. Xona birliklari bo'yicha qo'shish. Ko'p xonali sonlaryig'indisini mos xona birliklarini qo'shib topish mumkin.

Masalan:

$$a) 26+17+85+43=(20+10+80+40)+(6+7+5+3)=150+21=171;$$

$$b) 328+681+237+495=(300+600+200+400)+(20+80+30+90)+(8+1+7+5)=1500+210+21=1000+(500+200)+(10+20)+1=1600+700+30+1=1731.$$

3. "Negiz" son atrofida guruhlash. Bu usul bir-biriga yaqinsonlar yig'indisini topish talab qilinganda qo'llanadi.

Masalan: $57+54+53+55+54+52+54+50$ yig'indini topish talabetilsin.

Bu sonlarning tstalgan birini "negiz" uchun tanlash mumkin. 54ni olaylik:

Hammasi bo'lib 8 ta qo'shiluvchi bo'lgani uchun 54 ni 8 gako'paytiramiz:

$$54 \cdot 8 = 432;$$

Qo'shiluvchilarning 54 dan farqlarini yig'amiz: $3+0-1+1+0-2+0-4=-3$;

Natijani 432 ga qo'shamiz: $432+(-3)=432-3=429$.

Negiz son farqlarni jamlash oson bo'ladigan qilib tanlanadi.

Masalan, 50 ni negiz son qilib tanlasak:

$$1) 50 \cdot 8 = 400,$$

$$2) 7+4+3+5+4+2+4=(7+3)+(4+4+2)+5+4=29.$$

$$3) 400+29=429.$$

4. Umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish. Bir xil songa karrali sonlarni qo'shish uchun umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqaruiga chiqarib, qavs ichidagi sonlar yig'indisi topiladi va natija umumiy ko'paytuvchiga ko'paytiriladi.

$$\text{Masalan. } 28+20+36+16=4 \cdot (7+5+9+4)=4 \cdot 25=100.$$

Ayirish usullari. Ayirish bilan bog'liq hisoblash usullari qo'shish qonunlari va yig'indidan sonni va sondan yig'indini ayirish qoidalariga asoslanadi.

1- xossa. Agar kamayuvchi bjr necha birlikka orttirilsa yoki kamaytirilsa, ayirma ham shunchaga ortadi yoki kamayadi.

$$(\forall a_1, a_2, b \in \mathbb{Z}) [(a_1 - a_2 = c) \Rightarrow ((a_1 \pm b) - a_2 = c \pm b)].$$

2 - xossa. Agar ayriluvchi bjr necha birlikka orttirilsa yoki kamaytirilsa, ayirma shunchaga kamayadi yoki ortadi.

$$(\forall a_1, a_2, b \in \mathbb{Z}) [(a_1 - a_2 = c) \Rightarrow (a_1 - (a_2 \pm b) = c \mp b)].$$

3- xossa. Agar kamayuvchi va ayriluvchini bjr necha birlikka orttirilsa yoki kamaytirilsa, ayirma o'zgarmaydi.

$$(\forall a_1, a_2, b \in \mathbb{Z}) [(a_1 - a_2 = c) \Rightarrow ((a_1 \pm b) - (a_2 \pm b) = c)].$$

4- xossa. Agar kamayuvchi va ayriluvchini bir necha marta orttirilsa yoki kamaytirilsa, ayirma shuncha marta ortadi yoki kamayadi.

$$(\forall a_1, a_2, b \in \mathbb{N}) [(a_1 - a_2 = c) \Rightarrow (a_1 \cdot b - a_2 \cdot b = c \cdot b) \wedge (a_1 : b - a_2 : b = c : b)].$$

Bu xossalarning isboti qo'shish xossalari isboti kabi bajariladi. Ayirishga oid hisoblash usullarini ko'raylik.

3.2. Kamayuvchi va ayriluvchini bir necha birlikka orttirish yoki kamaytirish.

$$\text{Masalan. } 342 - 26 = (342 - 2) - (26 - 2) = 340 - 24 = 316.$$

Sonlar yaxlit sonlarga yaqin bo'lganda bu usulni qo'llash juda qulay.

$$\text{Misol. } 1285 - 296 = (1285 + 4) - (296 + 4) = 1289 - 300 = 1289 - (200 + 100) = (1289 - 200) - 100 = 1089 - 100 = 989.$$

Faqat ayriluvchini yaxlitlash. Ayriluvchi yaxlit songa to'ldiriladi, ayirma topiladi, to'ldirilgan son ayirmaga qo'shiladi.

$$\begin{aligned} \text{Misol. } 1285 - 296 &= 12185 - ((296 + 4) - 4) = 1285 - (300 - 4) = (1285 - 300) + 4 = \\ &= 1285 - (200 + 100) + 4 = (1085 - 100) + 4 = 985 + 4 = 989. \end{aligned}$$

Umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish. Bir xil songa karrali sonlarni ayirish uchun umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqaruiga chiqarib, qavs ichidagi sonlar ayirmasi topiladi va natija umumiy ko'paytuvchiga ko'paytiriladi.

Misol.

$$\begin{aligned} \text{a) } 724 - 148 &= 4 \cdot (181 - 37) = 4 \cdot 144 = 2 \cdot 2 \cdot 144 = 2 \cdot 288 = 576; \text{ b) } 91 - 35 - \\ &28 = 7 \cdot (13 - 5 - 4) = 7 \cdot 4 = 28. \end{aligned}$$

3.3. Ko'paytirishga oid hisoblash usullari. Ko'paytirishga oid hisoblash usullari ko'paytirishning qonunlariga asoslanadi:

1. Ko'paytirishning kommutativligi:

$$\forall a, b \in \mathbb{N} \text{ uchun } a \cdot b = b \cdot a \text{ o'rinli.}$$

2. Ko'paytirishning assotsiativligi.

$$\forall a, b, c \in \mathbb{N} \text{ uchun } (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

1. Ko'paytirishning qo'shishga nisbatan distributivligi

$$\forall a, b, c \in \mathbb{N} \text{ uchun } (a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c.$$

1-xossa. Agar ko'paytuvchilardan biri bir necha marta orttirilsa, yoki kamaytirilsa, ko'paytma ham shuncha marta ortadi yoki kamayadi.

2-xossa. Agar ko'paytuvchilardan birini biron songa ko'paytirilsa va ikkinchi ko'paytuvchini shu songa bo'linsa, ko'paytma o'zgarmaydi.

3-xossa. Agar ko'paytuvchilardan ikki va undan ortig'i birnecha marta orttirilsa, yoki kamaytirilsa, ko'paytma ham shuncha

marta ortadi yoki kamayadi. biron sonlarga ko'paytirilsa, ko'paytma shu sonlar ko'paytmasi barobar ortadi.

2-3 xossalar 1-xossa kabi isbot qilinadi.

Ko'paytmaning yuqoridagi xossalaridan hisoblashning ko'paytirishga oid usullari kelib chiqadi.

3.4. Bo'laklab ko'paytirish. Ko'paytuvchilardan biri ko'paytuvchi-larga ajratilib, 2-ko'paytuvchini birin-ketin shu ko'paytuvchilarga ko'paytiriladi.

Bu usul 2 ning darajalariga ko'paytirishda qo'l keladi. 2 ning darajalariga ko'paytirishni sonni ketma-ket ikkilantirish bilan almashtirish mumkin.

2^n ga ko'paytirish: $a \cdot 2^n = a \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2$ (n marta).

Misol.

$$\begin{aligned} \text{a) } 948 \cdot 4 &= (948 \cdot 2) \cdot 2 = (900 \cdot 2 + 40 \cdot 2 + 8 \cdot 2) \cdot 2 = (1800 + 80 + 16) \cdot 2 = 1896 \cdot 2 = \\ &= 1000 \cdot 2 + 800 \cdot 2 + 90 \cdot 2 + 6 \cdot 2 = 2000 + 1600 + 180 + 12 = 3792; \end{aligned}$$

$$\text{b) } 474 \cdot 8 = (474 \cdot 2) \cdot 4 = 948 \cdot 4 = (948 \cdot 2) \cdot 2 = 1896 \cdot 2 = 3792;$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 237 \cdot 16 &= (237 \cdot 2) \cdot 8 = 474 \cdot 8 = (474 \cdot 2) \cdot 4 = 948 \cdot 4 = (948 \cdot 2) \cdot 2 = \\ &= 1896 \cdot 2 = 3792. \end{aligned}$$

Juft sonlarni 5 ga karrali sonlarga ko'paytirish:

$$(2n) \cdot (5k) = (2 \cdot 5) \cdot (n \cdot k) = 10 \cdot (n \cdot k)$$

Misol.

$$a) 24 \cdot 15 = (12 \cdot 2) \cdot 15 = 12 \cdot (2 \cdot 15) = 12 \cdot 30 = 260;$$

$$b) 42 \cdot 25 = (42 : 2) \cdot (25 \cdot 2) = 21 \cdot 50 = 1\,050;$$

$$c) 18 \cdot 45 = (18 : 2) \cdot (45 \cdot 2) = 9 \cdot 90 = 810.$$

Ko'paytuvchilardan birini bo'linma shaklida ifodalash. Bu usul 5 (50, 500) ga ko'paytirishda qo'l keladi.

Qoida. 5 (50, 500)ga ko'paytirish. Sonni 5 (50, 500)ga ko'paytirish uchun, uni 10 (100, 1 000) ga ko'paytirib natijani 2ga bo'lish kifoya.

Misol.

$$a) 387 \cdot 5 = (387 \cdot 10) : 2 = 3870 : 2 = 3000 : 2 + 800 : 2 + 70 : 2 = 1500 + 400 + 35 = 1935;$$

$$b) 347 \cdot 50 = (347 \cdot 100) : 2 = 34\,700 : 2 = 30\,000 : 2 + 4\,000 : 2 + 700 : 2 = 15\,000 + 2\,000 + 350 = 17\,350;$$

$$c) 237 \cdot 500 = (237 \cdot 1\,000) : 2 = 237\,000 : 2 = 200\,000 : 2 + 30\,000 : 2 + 7\,000 : 2 = 100\,000 + 15\,000 + 3\,500 = 118\,500.$$

Qoidaning umumlashmasi keyingi qoidada ifodalaniladi .

10^n ko'paytirish ($n \geq 0$). Sonni $5 \cdot 10^n$ ga ko'paytirish uchun, uni 10^{n-1} ga ko'paytirib natijani 2 ga bo'lish kifoya.

Isbot. a – berilgan son bo'lsin. $(a \cdot 10^{n-1}) : 2$ ifodasi qoidaga asoslanib, sodda $a \cdot 5 \cdot 10^n$ shakliga ega bo'ladi.

Demak, $a \cdot 5 \cdot 10^n = (a \cdot 10^{n+1}) : 2$. Shuni isbotlash talab qilingan edi.

Misollar:

769-547 ayirmani qaraymiz. Berilgan sonlarni koeffitsiyentli o'nning darajalari yig'indisi ko'rinishida yozamiz:

$$769-547 = (7 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 9) - (5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 7).$$

$7 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 9$ yig'indidan $5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 7$ yig'indini ayirish uchun shu yig'indidan har bir qo'shiluvchini birin –ketin ayirish kifoya, bu qanday yoziladi:

$$(7 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 9) - 5 \cdot 10^2 - 4 \cdot 10 - 7.$$

Endi $7 \bullet 10^2 + 6 \bullet 10 + 9$ yig'indidan $5 \bullet 10^2$, $4 \bullet 10$, 7 sonlarni ayiramiz. Yig'indidan sonni ayirish uchun shu sonni birorta qo'shiluvchidan ayirish yetarli. Shuning uchun $5 \bullet 10^2$ sonni $7 \bullet 10^2$ qo'shiluvchidan $4 \bullet 10$ sonni $6 \bullet 10$ qo'shiluvchidan, 7 sonini 9 qo'shiluvchidan ayiramiz.

$$(7 \bullet 10^2 - 5 \bullet 10^2) + (6 \bullet 10 - 4 \bullet 10) + (9 - 7).$$

Ayirishga nisbatan ko'paytirishning taqsimot xossasiga asosan 10^2 va 10 ni qavsdan tashqariga chiqaramiz.

$$(7-5) \bullet 10^2 + (6-4) \bullet 10 + (9-7)$$

Ko'rib turibmizki, 769 va 547 sonlarining ayirmasi tegishli xona raqamlari bilan tasvirlangan bir xonali sonlarni ayirishga keltirildi: $7-5$, $6-4$, $9-7$ ayirmalarini qo'shish jadvalidan topamiz:

$$2 \bullet 10^2 + 2 \bullet 10 + 2$$

Hosil qilingan ifoda 222 sonining o'nli yozuvidir. Demak, $769 - 547 = 222$

Umuman "ustun" qilib ayirish qoidasi: sonlarni o'nli sanoq sistemasida yozish usuliga, yig'indidan sonni va sondan yig'indini ayirish va ayirishga nisbatan ko'paytirishning taqsimot qonuniga, bir xonali sonlarni qo'shish jadvaliga asoslanadi.

Kamayuvchining biror xonasidagi bir xonali son ayriluvchining o'sha xonasidagi bir xonali sondan kichik bo'lgan holda ham ayirish qoidasining asosida o'sha nazariy dalillar yotishini ko'rsatamiz.

Berilgan sonlarni koeffitsientli o'nning darajalari yig'indisi ko'rinishida yozamiz:

$$(5 \bullet 10^2 + 4 \bullet 10 + 0) - (1 \bullet 10^2 + 2 \bullet 10 + 6)$$

0 dan 6 ni ayirib bo'lmaydi, demak, birinchi holdagidek ayirib bo'lmaydi. Shuning uchun 540 sonidan bitta o'nlikni olamiz va uni 10 birlik ko'rinishda yozamiz:

$$(5 \bullet 10^2 - 1 \bullet 10^2) + (3 \bullet 10 - 2 \bullet 10) + (10 - 6)$$

ayirishga nisbatan ko'paytirishning taqsimot qonunini qo'llab va qo'shish jadvalidan foydalanib, quyidagini hosil qilamiz:

$$(5-1) \bullet 10^2 + (3-2) \bullet 10 + (10-6) = 4 \bullet 10^2 + 1 \bullet 10 + 4 = 414$$

Oʻnli sanoq sistemasida yozilgan koʻp xonali sonlarni ayirish algoritmi umumiy koʻrinishda quyidagicha ifodalanadi.

$$X = a_n \cdot 10^n + \dots + a_1 \cdot 10^1 + a_0,$$

$$Y = b_k \cdot 10^k + \dots + b_1 \cdot 10^1 + b_0 \text{ sonlari berilgan boʻlsin}$$

1. Ayriluvchini mos xonalar bir –birining ostida boʻladigan qilib kamayuvchining ostiga yozamiz.

2. Agar ayriluvchining birlar xonasidagi raqam kamayuvchining tegishli raqamidan katta boʻlmasa, uni kamayuvchining raqamidan ayiramiz, soʻngra keyingi xonaga oʻtamiz.

3. Agar ayriluvchining birlar raqami kamayuvchining birlar raqamidan katta , yaʼni $a < b$ boʻlib ,kamayuvchining oʻnlari raqami 0 dan farqli boʻlsa , kamayuvchining oʻnlar raqamini 1 ta kamaytiramiz, shu vaqtning oʻzida birlar raqami 10 ta ortadi, shundan keyin 10^{+a_0} sonidan b_0 ni ayiramiz va natijasini ayirmaning birlar xonasiga yozamiz, soʻngra keyingi xonaga oʻtamiz.

4. Agar ayriluvchining birlar raqami kamayuvchining birlar raqamidan katta boʻlib, kamayuvchining oʻnlar , yoʻzlar va boshqa xonasidagi raqamlar 0 ga teng boʻlsa, kamayuvchining 0 dan farqli birinchi (birlar xonasidan keyingi) raqamini olib, uni bitta kamaytiramiz, kichik xonalardagi barcha raqamlarni oʻnlar xonasigacha 9 ta orttiramiz, birlar xonasidagi raqamni esa 10 ta orttiramiz va $33 \cdot 10^{+a_0}$ dan b_0 ni ayiramiz. Natijani ayirmaning birlar xonasiga yozamiz va keyingi xonaga oʻtamiz.

5. Keyingi xonada bu jarayonni takrorlaymiz.

6. Kamayuvchining katta xonasidan ayirish bajarilgandan keyin ayirish jarayoni tugallanadi.

3.5. Oʻnli sanoq sistemasida koʻp xonali sonlarni koʻpaytirish

426 ni 123 soniga koʻpaytiramiz. (Sonlar yozma ustun shaklida koʻpaytiriladi)

$$\begin{array}{r}
 \times 426 \\
 123 \\
 \hline
 1278 \\
 + 852 \\
 126 \\
 \hline
 22398
 \end{array}$$

Natijani hosil qilish uchun 426 sonini 3 ga, 2 ga, 1 ga ya'ni ko'p xonali sonni bir xonali songa ko'paytirdik, ammo 2 ga ko'paytirganda natijani boshqacha yozdik, ya'ni 852 sonining birlarini 1278 sonining o'nlari tagiga yozdik, sababi , biz aslida 2ta o'nlikka ko'paytirdik, 3- qo'shiluvchi 426 ni esa bitta yuzlikka ko'paytirishning natijasidir. Undan tashqari biz ko'p xonali sonlar yig'indisini ham topdik. Shunday qilib, ko'p xonali sonni ko'p xonali songa ko'paytirish uchun : ko'p xonali sonni bir xonali songa ko'paytirishni; ko'p xonali sonni 10 ning darajasiga ko'paytirishni; ko'p xonali sonlarni qo'shishni bilish kerak .

Ko'p xonali sonlarni o'rganganimiz uchun ko'p xonali sonni bir xonali songa va o'nning darajasiga ko'paytirishning nazariy asoslari nimadan iboratligini aniqlaymiz.

426 ni 3 ga ko'paytirish jarayonini ko'rib chiqamiz. O'qli sanoq sistemasida sonlarni yozish qoidasiga ko'ra 426 sonini 34 bunday ko'rinishda yozish mumkin. $4 \bullet 10^2 + 2 \bullet 10 + 6$, u holda $426 \bullet 3 = (4 \bullet 10^2 + 2 \bullet 10 + 6) \bullet 3$

qo'shishga nisbatan ko'paytirishning taqsimot qonuniga asosan oxirgi yozuvida qavslarni ochib, o'zgartirib yozamiz:

$$(4 \bullet 10^2) \bullet 3 + (2 \bullet 10) \bullet 3 + 6 \bullet 3$$

Ko'paytirishning o'rin almashtirish va guruhlash qonunlari bu yigindidagi qo'shiluvchilarni bunday yozishga imkon beradi.

$$(4 \bullet 3) \bullet 10^2 + (2 \bullet 3) \bullet 10 + 6 \bullet 3$$

Qavs ichidagi ko'paytmalar bir xonali sonlarni ko'paytirish jadvalidan topiladi:

$$12 \bullet 10^2 + 6 \bullet 10 + 18$$

Ko‘rib turibmizki, ko‘p xonali sonni bir xonali songa ko‘paytirish bir xonali sonlarni ko‘paytirishga keltirildi.

Ammo hosil bo‘lgan ifoda sonning o‘nli yozuvi emas-10 ning darajalari oldidagi koeffitsientlar 10 dan kichik bo‘lishi kerak.

Shuning uchun 12 ni $10+2$ ko‘rinishda, 18 ni $10+8$ ko‘rinishda yozamiz:

$(10+2) \cdot 102+6 \cdot 10+(10+8)$ qavslarni ochamiz: $103+2 \cdot 102+6 \cdot 10+10+8$ qo‘shishning guruhlash qonuni va qo‘shishga nisbatan ko‘paytirishning taqsimot qonunidan foydalanamiz: $1 \cdot 103+2 \cdot 102+(6+1) \cdot 10+8$; $6+1$ yigindi bir xonali sonlar yigindisidir va uni qo‘shish jadvalidan osongina topiladi:

$$1 \cdot 103+2 \cdot 102+7 \cdot 10+8$$

Hosil bo‘lgan ifoda 1278 sonining unli yozuvidir. Shunday qilib, $426 \cdot 3=1278$

Umuman, $X=a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$ sonni bir xonali son n ga ko‘paytirish algoritmini bunday ifodalash mumkin:

1. Ikkinchi sonni birinchi sonning ostiga yozamiz. 35
2. Birlar xonasidagi raqamlarni “y” soniga ko‘paytiramiz. Agar ko‘paytma 10 dan kichik bo‘lsa, uni javobidagi birlar xonasiga yozamiz va keyin o‘nlar xonasiga o‘tamiz.
3. Agar birlar xonasidagi raqamlarning “y” soniga ko‘paytmasi 10 dan katta yoki 10 ga teng bo‘lsa, uni $10 \cdot q_1 + C_0$ ko‘rinishda yozamiz, bunda C_0 – bir xonali son: C ni javobdagi birlar xonasiga yozamiz va q ni keyingi xonaga o‘tkazishni esda saqlaymiz.
4. O‘nlar xonasidagi raqamni Y soniga ko‘paytiramiz, chiqqan ko‘paytmaga q_1 ni qo‘shamiz va 2- hamda 3- punktlardagi jarayonni takrorlaymiz.
5. Yuqori xona raqamlari ko‘paytirilgandan keyin ko‘paytirish jarayoni tugallanadi.

Ma’lumki, x sonni 10^k ko‘rinishdagi songa ko‘paytirish berilgan sonning o‘nli yozuviga o‘ng tomondan k ta nolni qo‘shib yozishga keltiriladi. Haqiqatan, agar $x = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0$ bo‘lsa, u holda

$x \cdot 10^k = (a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0) \cdot 10^k$ qo'shishga nisbatan ko'paytirishning taksimot qonunini va ko'paytirishning boshqa qonunlarini qo'llab, $a_n \cdot 10^{n+k} + a_{n-1} \cdot 10^{n+k-1} + \dots + a_1 \cdot 10^{k+1} + a_0 \cdot 10^k$ ni hosil qilamiz.

Endi ko'p xonali sonni ko'p xonali songa ko'paytirish algoritmini qaraymiz. Yuqorida qaralgan misolga, ya'ni 426·123 ko'paytmaga qaytamiz. 123 sonini koeffitsientli o'ning darajalari yigindisi ko'rinishida yozamiz: $123 = 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 3$ va $426 \cdot (1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 3)$ ko'paytmani yozamiz. Bu ko'paytma qo'shishga nisbatan ko'paytirishning taqsimot qonuniga ko'ra $426 \cdot (1 \cdot 10^2) + 426 \cdot (2 \cdot 10) + 426 \cdot 3$ ga 36 teng. Bundan ko'paytirishning guruhlash qonuniga asosan: $(426 \cdot 1) \cdot 10^2 + (426 \cdot 2) \cdot 10 + 426 \cdot 3$

Shunday qilib, ko'p xonali sonni ko'p xonali songa ko'paytirish ko'p xonali sonni bir xonali songa ko'paytirishga keltirildi...

Umuman, $x = a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$ sonni $y = b_k b_{k-1} \dots b_1 b_0$ songa ko'paytirish algoritmini bunday ifodalash mumkin.

1. x ko'paytuvchini yozamiz va uning ostiga ikkinchi ko'paytuvchi y ni yozamiz.
2. x sonni y sonning kichik xonasi b_0 ga ko'paytiramiz va $x b_0$ ko'paytmani y sonning ostiga yozamiz.
3. x sonni y sonning keyingi xonasi b_1 ga ko'paytiramiz va $x b_1$ ko'paytmani bir xona chapga surib yozamiz. Bu $x b_1$ ni 10 ga ko'paytirishga mos keladi.
4. Bu jarayonni $x b_k$ hisoblaguncha davom ettiramiz.
5. Topilgan $k+1$ ta ko'paytmani qo'shamiz.

Boshlang'ich matematika kursida ko'paytirishni o'rganish bir necha bosqichda olib boriladi, unga bir xonali sonlarni ko'paytirish jadvali, nol bilan tugaydigan ikki xonali sonlarni ko'paytirish; ko'p xonali sonlarni bir xonali, ikki xonali va uch xonali sonlarga ko'paytirish kiradi.

“Ustun” qilib ko'paytirish algoritmini o'rganish uch xonali sonni bir xonali songa ko'paytirishdan boshlanadi. Undan oldin quyidagi ko'paytma tushuntiriladi:

$$426 \cdot 3 = (400 + 20 + 6) \cdot 3 = 400 \cdot 3 + 20 \cdot 3 + 6 \cdot 3 = 1200 + 60 + 18 = 1278$$

Bular uch xonali sonni bir xonali songa ko'paytirish:

- sonni o'nli sanoq sistemasida yozishga;
- qo'shishga nisbatan ko'paytirishni taqsimot qonuniga;
- yaxlit sonlarni bir xonali songa ko'paytirish, ya'ni bir xonali sonlarini ko'paytirish jadvaliga;
- ko'p xonali sonlarni qo'shishga asoslanishni ko'rsatadi.

So'ngra misollar orqali ko'p xonali sonni ko'p xonali songa ko'paytirish ko'p xonali sonni bir xonali songa ko'paytirish va 37 ko'p xonali sonlarni qo'shishga keltiriladi.

Misol: $46 \bullet 38 = 46 \bullet (30 + 8) = 46 \bullet 30 + 46 \bullet 8$

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

1. Hisoblashning qulay usullari haqida nima bilasiz?
2. Qo'shishning qulay usullarini aytib bering.
3. Ayirishning qulay usullarini aytib bering.
4. Ko'paytirishning qulay usullarini aytib bering.
5. Bo'lishning qulay usullarini aytib bering.
6. 6. a) $173 + 59$
b) $882 + 197$
c) $78 + 364$
d) $664 + 243$



4.1. Bo‘lish amali.

1-ta’rif: Ikki ko‘paytuvchining ko‘paytmasi va bir ko‘paytuvchi berilgan holda ikkinchi ko‘paytuvchini topish amali bo‘lish amali deyiladi.

Bunda berilgan ko‘paytmani ifodalovchi son – bo‘linuvchi, berilgan ko‘paytuvchi – bo‘luvchi, izlanayotgan ko‘paytuvchi – bo‘linma deyiladi.

Agar a – ko‘paytma, b – berilgan ko‘paytuvchi, c – izlanayotgan ko‘paytuvchi bo‘lsa, u bo‘lish amali yordamida $a:b=c$ ko‘rinishda belgilanadi. Ta’rifdan ko‘rinadiki, bo‘lish amali ko‘paytirish amaliga teskari amal ekan.

Bo‘lish amali bir qiymatlidir. Masalan, a) $9:3=3$; b) $21:7=3$; d) $111:3=37$.

2-ta’rif. Butun nomanfiy a soni bilan b natural sonning bo‘linmasi deb, shunday butun nomanfiy $c=a:b$ songa aytiladiki, uning b soni bilan ko‘paytmasi a ga teng bo‘ladi. Bu ta’rifdan $a:b=c$ $a=c \times b$ ekanligi ko‘rinadi.

1-teorema. Ikkita a va b natural sonning bo‘linmasi mavjud bo‘lishi uchun $b \nmid a$ bo‘lishi zarur.

2-teorema. Agar a va b natural sonlarning bo‘linmasi mavjud bo‘lsa, u yagonadir.

3-teorema. Agar a va b sonlar c songa bo‘linsa, u holda ularning $a+b$ yig‘indisi ham c ga bo‘linadi: $a+b$ yig‘indini c ga bo‘lganda hosil bo‘ladigan bo‘linma a ni c ga va b ni c ga bo‘lganda hosil bo‘ladigan bo‘linmalar yig‘indisiga teng, ya’ni $(a+b):c=a:c+b:c$.

4-teorema. Agar a natural son b va c natural sonlarga bo‘linsa, u holda a sonni b va c sonlar ko‘paytmasiga bo‘lish uchun a sonni $b(c)$ ga bo‘lish va hosil bo‘lgan bo‘linmani $c(b)$ ga bo‘lish yetarli:

$$a:(b \times c) = (a:b):c = (a:c):b$$

5-teorema. Sonni ikki sonning bo‘linmasiga ko‘paytirish uchun bu sonni bo‘linuvchiga ko‘paytirish va hosil bo‘lgan ko‘paytmani bo‘luvchiga bo‘lish yetarli, ya’ni $a \times (b:c) = (a \times b):c$

Misollar.

1) $(220+140):10=220:10+140:10=22+14=36;$

2) $240:(10 \times 2)=(240:10):2=24:2=12;$

3) $12 \times (30:15)=(12 \times 30):15=360:15=24.$

4.2. Sonlarni bo'lish texnikasi.

Ta'rifni eslaylik: butun nomanfiy a sonni b natural songa qoldikli bo'lish deb $a=bq+r$ va $0 \leq r < b$ bo'ladigan butun nomanfiy q va r sonlarni topishga aytiladi. q sonni esa to'liqsiz bo'linma deyiladi.

Bir xonali va ikki xonali (89 dan katta bo'lmagan) sonlarni bir xonali songa bo'lganda bir xonali sonlarni ko'paytirish jadvalidan foydalaniladi.

Masalan, 54 ni 9ga bo'lish kerak bo'lsin. 9- ustunda (9- satrda) 54 sonini topamiz. U 6- satrda joylashgan. Demak $54:9=6$

Endi 51 ni 9 ga bo'lamiz. 9- ustunda 51 soni yuq. Shuning uchun bu ustunda 51 dan kichik eng yaqin 45 sonini olamiz. 45 soni 5- satrda bo'lgani uchun to'liqsiz bo'linma 5 ga teng . Qoldiqni topish uchun 51 dan 45 ni ayiramiz: $51-45=6$. Shunday qilib, $51=9 \bullet 5+6$ yoki maktab simbolikasi bilan yozsak: $51:9=5(\text{qol.}6)$ Endi ko'p xonali sonni bir xonali songa bo'lish qanday amalga oshirilishini aniqlaymiz. 238 ni 4 ga bo'lish kerak bo'lsin. Bu degani shunday to'liqsiz bo'linma q va r qoldiqni topish kerakki , ular uchun $238=4q+r$, $0 \leq r < 4$ bo'lsin.

Shuni aytish kerakki, 238 va 4 sonlarining to'liqsiz bo'linmasi q ga bo'lgan talabini quyidagicha yozish mumkin: $4q < 238 < 4(q+1)$

Avval q sonining yozuvda nechta raqam bo'lishini aniqlaymiz.

q bir xonali son bo'lmaydi, chunki 4 sonining bir xonali songa ko'paytmasi plyus qoldiq 238 ga teng emas. Agar q soni 2 xonali bo'lsa ya'ni agar $10 < q < 100$ bo'lsa, u holda 238 soni 40 va 400 sonlari orasida bo'ladi, bu esa to'g'ri. Demak, 238 va 4 sonlarining bo'linmasi 2 xonali son.

Bo'linmaning 10 lar raqamini topish uchun 4 ni ketmaket 20ga, 30ga, 40ga va hokazoga ko'paytiramiz. $4 \cdot 50=200$, $4 \cdot 60=240$ va $200 < 238 < 240$ bo'lgani

uchun to'liqsiz bo'linma 50 va 60 sonlari orasida bo'ladi, ya'ni $q=50+q$ u holda 238 soni haqida bunday deyish mumkin: $4 \bullet (50+q) \leq 238 < 4 \bullet (50+q+1)$,

bundan $200+4q \leq 238 < 200+3(q+1)$ va berilgan tengsizlikni qanoatlantiruvchi q sonini (bo'linmaning birlar raqamini) ko'paytirish jadvalidan foydalanib topish mumkin. $q=9$ hosil bo'ladi va demak, to'liqsiz bo'linma $q=50+9=59$. Qoldiq ayirish bilan topiladi: $238-4 \cdot 59=2$

Shunday qilib, 238 ni 4ga bo'lganda to'liqsiz bo'linma 59 va 2 qoldiq hosil bo'ladi. $238=4 \cdot 59+2$ Bo'lishning ifodalangan bu jarayoni burchak qilib bo'lish asosida yotadi.

$$\begin{array}{r|l} 238 & 4 \\ \hline 20 & 59 \\ \hline 38 & \\ -36 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

Ko'p xonali sonni ko'p xonali songa bo'lish ham xudda shunday bajaraladi. Masalan, 5658 ni 46ga bo'laylik. Bu bo'lishni bajarish shunday butun nomanfiy q va r sonlarni topish demakki, uning uchun $5658=46q+r$, $0 \leq r < 46$ bajarilsin. Bundan $46 \bullet q \leq 5658 < 46(q+1)$.

q bo'linmadagi raqamlar sonini aniqlaymiz. Shubhasiz, q bo'linma 100 va 1000 sonlari orasida yotadi (u uch xonali) chunki $4600 < 5658 < 46000$

Bo'linmaning yo'zlar raqamini topish uchun bo'linuvchi 46 ni ketma-ket 100ga, 200ga 300ga va hokazo ko'paytiramiz. $46 \cdot 100=4600$, $46 \cdot 200=9200$ va $4600 < 5658 < 9200$, bo'lgani uchun to'liqsiz bo'linma 100 va 200 sonlari orasida yotadi, ya'ni $q=100+q_1$, bu erda q_1 -ikki xonali son. U holda quyidagi tengsizlik o'rinli bo'ladi. $46(100+q_1) \leq 5658 < 46(100+q_1+1)$ qavslarni ochib va 4600 sonini ayirib, ushbu tengsizlikka kelamiz: $46q_1 \leq 1058 < 1058 < q_1$ soni ikki xonali. Shuning uchun bo'linmadagi o'nlar raqamini topish uchun bo'linuvchi 46 ni ketma-ket 10ga, 20ga, 30ga va hokazo ko'paytirimiz. $46 \cdot 20=920$, $46 \cdot 30=1380$ va $920 < 1058 < 1380$, bo'lgani uchun $20 < q_1 < 30$ va q sonini $q=20+q$ ko'rinishda yozish mumkin. U holda 1058 soni haqida quyidagilarni aytish mumkin.

$$46 \bullet (20 + q_0) \leq 1058 < 46 \bullet (20 + q_0 + 1), \quad \text{ya'ni}$$

$$46 \bullet 20 + 46q_0 \leq 1058 < 46 \bullet 20 + 46(q_0 + 1), \quad 46q_0 \leq 138 < 46(q_0 + 1)$$

Oxirgi tengsizlikni qanoatlantiruvchi q_0 sonini 46 ni ketma-ket birga, 2ga, 3ga, 4ga, 5ga... ko'paytirib, tanlab topamiz. $46 \cdot 3 = 138$ ni ya'ni qoldiq nolga teng bo'lgan holni topamiz.

Demak, $5658:46=123$. Bu mulohazalar burchak qilib bo'lish asosida yotadi...

$$\begin{array}{r|l} 5658 & 46 \\ \hline 46 & 123 \\ \hline 105 & \\ - 92 & \\ \hline 138 & \\ - 138 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

1. b sonda nechta xona bo'lsa, a sonida shuncha xonalarni yoki, agar zarur bo'lsa, bitta ortik xonani shunday ajratamizki, ular b dan katta yoki o'nga teng d_1 sonni hosil qilsin. b ni ketma-ket 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ga ko'paytirib, d_1 va b sonlarning q_1 bo'linmasini tanlab topamiz. q_1 ni burchak ostiga yozamiz.
2. d ni q_1 ga ko'paytirib, ko'paytmani a sonining ostiga shunday yozamizki, q_1 sonning quyi xonasi ajratilgan d_1 sonning quyi xonasi ostiga yozilsin.
3. b_1 ning ostiga chiziqli chizamiz va ayirmani topamiz. $r_1 = d_1 - bq_1$
4. r_1 ayirmani bq_1 sonning ostiga yozamiz, r_1 ning o'ng tomoniga a bo'luvchining foydalanilmagan xonalaridan yuqori xonasini yozamiz va chiqqan d_2 sonni b bilan taqqoslaymiz.
5. Agar chiqqan d_2 son b dan katta yoki unga teng bo'lsa, u holda d_2 nisbatan I va II punktlardagidek ish tutamiz. q_2 bo'linmani q_1 dan keyin yozamiz.
6. Agar chiqqan d_2 son b dan kichik bo'lsa, birinchi chiqqan d_3 son b dan katta yoki unga teng bo'lishi uchun keyingi xonalardan qancha zarur bo'lsa yana shuncha yozamiz. Bu holda q_1 dan keyin shuncha nol yozamiz. Keyin d_3 ga nisbatan I va II punktlardagidek ish tutamiz q_2 bo'linma nollardan keyin yoziladi. Agar a sonning kichik xonalaridan foydalanganda $d_3 < b$ bo'lsa, d_3 va b sonlarning

bo‘linmasi nolga teng bo‘ladi va bu nolni bo‘linmaning oxirgi xonasiga yozamiz, qoldiq $r=d_3$ bo‘ladi.

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

1) $1:1 + 0:428 + 428:1$

2) $20 \cdot 17 + 15 \cdot 18 - 43310:71$

3) $178 - 4 \cdot (25 - 13) - 40$

4) $510:17 + 24 \cdot 38 - 80:4$

5) $510:17 + 24 \cdot (38 - 80:4)$

6) $(510:17 + 24) \cdot 38 - 80:4$

7) $(510:17 + 24) \cdot (38 - 80:4)$

8) $510: (27 + 24 \cdot 38 - 33 \cdot 13)$

9) $2098 \cdot 0 + 1 \cdot (207 + 0:4567) + 728:1$

10) $(627900 : 8050 + 5420635 : 67) \cdot 2458763 : 307 - 999600 : 4900$



5.1. Sonlarning bo'linish alomatlarini qurish usullari.

- 1) Biror songa bo'linish alomatini 10^k ko'rinishdagi sonlarni shu songa bo'linishidan foydalanib aniqlash.
- 2) Taqqoslashlar usuli
- 3) Paskal usuli
- 4) Bo'linish alomatlarini Fermaning kichik teoremasiga ko'ra qurish.
- 5) Murakkab sonlarning bo'linish alomatlari.

Bo'linish alomatlarining sonli fokuslarda qo'llanilishi.

Xulosalar

Sonlar nazariyasi-matematikaning sonlarning xossalari o'rganiladigan bo'limidir.

Sonlar nazariyasining asosiy ob'ekti-natural sonlardir. Sonlarning sonlar nazariyasida o'rganiladigan asosiy xossalaridan biri bo'linuvchanlik.

Sonlarning bo'linish alomatlarini sinflarga quyidagicha ajratish mumkin:

5.2. Oxirgi raqam bo'yicha bo'linish alomatlari.

Natural sonlarning oxirgi raqami bo'yicha bo'linish alomatlarini qurish:

Bo'linish alomati deganda, biror berilgan sonni boshqa bir songa bo'lish amalini bajarmasdan turib, biror belgisiga ko'ra son bo'linish yoki bo'linmasligini tushunamiz. Biz quyida 2, 5, 4, 25, 3, 9, 11, 6, 12, 15 kabi sonlarga bo'linish alomatlarini qarab chiqamiz.

n natural sonining o'nlik sanoq sistemasidagi yozuvi berilgan bo'lsin:

$$N = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0$$

2ga bo'linish alomati: n soni ikkiga bo'linishi uchun uning o'nli yozuvi 0, 2, 4, 6, 8 raqamlaridan biri bilan tugashi zarur va yetarlidir.

Masalan, $2346:2$, chunki $6:2$.

5 ga bo'linish alomati: n soni 5 ga bo'linishi uchun uning o'nli yozuvi 0 yoki 5 raqam bilan tugashi zarur va yetarlidir.

Masalan, $320 : 5$, $1345 : 5$.

4 ga bo'linish alomati: n soni 4 ga bo'linishi uchun n sonining o'nli yozuvidagi oxirgi ikkita raqamidan hosil bo'lgan ikki xonali sonning 4 ga bo'linishi zarur va yetarlidir.

Masalan, $32364 : 4$, chunki $64 : 4$.

25 ga bo'linish alomati: n soni 25 ga bo'linishi uchun n sonining o'nli yozuvidagi oxirgi ikkita raqamidan hosil bo'lgan ikki xonali sonning 25 ga bo'linishi zarur va yetarlidir. (yoki sonning oxirgi ikkita raqamidan tuzilgan son 00, 25, 50, 75 ko'rinishida bo'lishi zarur va yetarlidir)

Masalan, $2625 : 25$; $150300 : 25$; $3275 : 25$; $36550 : 25$.

3 ga bo'linish alomati: n soni 3 ga bo'linishi uchun bu sonning o'nli yozuvdagi raqamlar yig'indisi 3 ga bo'linishi zarur va yetarlidir.

9 ga bo'linish alomati: n soni 9 ga bo'linishi uchun bu sonning o'nli yozuvdagi raqamlar yig'indisi 9 ga bo'linishi zarur va yetarlidir.

Masalan, $12363 : 3$, chunki $(1+2+3+6+3) : 3$, ammo 12363 9 soniga bo'linmaydi, chunki sonning raqamlar yig'indisi 9 ga bo'linmaydi.

11 ga bo'linish alomati: agar n sonining juft o'rinda turgan raqamlari yig'indisi bilan toq o'rinda turgan raqamlari yig'indilarining ayirmasi 11 ga bo'linsa, bu son 11 ga bo'linadi.

6 ga bo'linish alomati: n soni 6 ga bo'linishi uchun u 2 ga ham, 3 ga ham bo'linishi zarur va yetarlidir.

12 ga bo'linish alomati: n soni 12 ga bo'linishi uchun u 3 ga ham, 4 ga ham bo'linishi zarur va yetarlidir.

15 ga bo'linish alomati: n soni 15 ga bo'linishi uchun u 3 ga ham, 5 ga ham bo'linishi zarur va yetarlidir.

Teorema: Natural son murakkab $a=b \cdot c$ ga bo'linishi uchun u son b ga ham, c ga ham bo'linishi zarur va yetarlidir, bunda b va c sonlar o'zaro tub sonlar.

1-masala.

1 dan 106 gacha bo'lgan nechta son 2ga ham, 3ga ham bo'linmaydi?

Yechish:

2 ga bo'linadigan sonlar miqdori (har ikkinchisi - juft): $106:2 = 53$.

3 ga bo'linadigan sonlar miqdori (har uchinchisi): $106:3 = 35$.

Bu guruhdan barcha juftlarni olib tashlaymiz (har ikkinchisi), chunki ular allaqachon birinchi guruhga kirgan: $35:2 = 17$.

Natija: $106 - 53 - (35 - 17) = 106 - 53 - 18 = 35$

Javob: 35.

2-masala. Yangitdan olingan son 36 ga bo'linishi uchun 752 soniga qanday raqamni yozish kerak?

Yechish:

$$36 = 4 \times 9$$

$752x$ – yangi son, uning oxirgi ikki raqami 4 ga bo'linadigan son hosil qilishi kerak. bular: 20, 24, 28 bo'lishi mumkin.

Binobarin, x yoki 0 ga, yo 4 ga, yohud 8 ga teng.

$752x$ ham 9 ga bo'linishi kerak:

$7 + 5 + 2 + x = 14 + x$ 9 ga bo'linishi kerak. x ning o'rniga uning bo'lishi mumkin bo'lgan qiymatini (0, 4 yoki 8) qo'yib, shuni olamizki, faqat $x = 4$ to'g'ri keladi. Bunda yangi sonning raqamlari yig'indisi 18 ga teng va 9 ga bo'linadi.

Javob: 4.

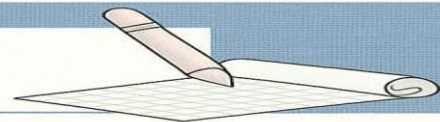
3-masala. Ayirma qanday son bilan tugaydi: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 26 \cdot 27 - 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 25 \cdot 27$?

Kamayuvchi 0 bilan tugaydi, chunki 10 ga ko'paytirilgan har qanday son 0 bilan tugaydi.

Ayriluvchi – toq son, chunki toq songa ko'paytirilgan toq son – toq sonidir. 5 ga ko'paytirilgan toq son 5 ga tugaydi. Shunday qilib, ayriluvchi 5 ga tugaydi.

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

1. Qachon b soni a sonining bo'luvchisi deyiladi?
2. Bo'linuvchanlik munosabati nima?
3. «Berilgansonning bo'luvchisi» va «bo'luvchi» terminlarining farqi nimada?
4. Bo'linuvchanlik munosabatlarining xossalari ayting.
5. 2 ga va 3 ga bo'linish alomatlarini aytib, isbotlab bering.



6.1. Tub va murakkab sonlar.

Ta'rif: Faqat ikkita bo'luvchiga (1ga va o'ziga) ega bo'lgan birdan katta bo'lgan natural son tub son deyiladi; agar sonning ikkitadan ortiq chekli bo'luvchilari bo'lsa, bunday sonlar murakkab sonlar deyiladi.

Masalan, 2;3;5;7;...- sonlari tub sonlar.

4;6;8;9;...- sonlari murakkab sonlar.

Bir tub son ham, murakkab son ham bo'lmaydi. Bir shunday birgina maxsus natural son bo'lib, faqat bitta bo'luvchiga ega.

1-teorema: Birdan boshqa har qanday natural son hech bo'lmaganda bitta tub bo'luvchiga ega.

2-teorema: Har qanday murakkab son tub sonlar ko'paytmasi shaklida faqat birgina usul bilan tasvirlanishi mumkin.

Sonni tub sonlar ko'paytmasi shaklida ko'rsatish kanonik yoyilma deyiladi.

Misol, $210=2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

Ba'zan murakkab sonni tub ko'paytuvchilarga ajratganda tub ko'paytuvchi takrorlanishi mumkin. Masalan, $24=2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3=2^3 \cdot 3$

Tub ko'paytuvchilarning takrorlanib kelishini hisobga olib murakkab A sonning tub ko'paytuvchilar shaklidagi kanonik yoyilmasi deb quyidagi ko'rinishdagi yozuvga aytiladi.

$$A = P_1 \alpha_1 \cdot P_2 \alpha_2 \cdot P_3 \alpha_3 \cdot \dots \cdot P_n \alpha_n$$

3-teorema: Tub sonlar soni cheksizdir. Ushbu teorema ba'zi adabiyotlarda Yevklid teoremasi deb nomlanadi.

Berilgan son tub yoki murakkab son ekanligini aniqlash uchun bajariladigan hisoblashlarni ancha soddalashtirish imkonini beradigan usullardan birini ko'rsatamiz.

Har bir murakkab sonning hech bo'lmaganda bitta tub bo'luvchisi borligi ko'rsatilgan edi.

Berilgan murakkab A sonning birdan boshqa eng kichik tub bo'luvchisi A dan oshmasligini isbotlaymiz.

Haqiqatan A sonning eng kichik tub bo'luvchisi q bo'lsin.

$A = q \cdot A_1$, bunda $A_1 \geq q$

Bundan $AA_1 \geq q A_1$ ga ega bo'lamiz. Tengsizlikning ikkala tomonini A_1 ga qisqartirib $A \geq q_2$ yoki $q \leq A$ ni hosil qilamiz. A sonning tub yoki murakkab son ekanligini aniqlash uchun A ni A dan kichik bo'lgan tub sonlarga bo'lish shart. Agar A son A dan kichik bo'lgan birorta tub songa bo'linmasa, bu holda A tub son bo'ladi.

Misol: 919 sonni tub yoki murakkab son ekanligini aniqlash kerak bo'lsin. 919 dan kichik bo'lgan barcha tub sonlar 2;3;5;7;11;13;17;19;23;29 919 sonini bu sonlarning har biriga bo'lib tekshiramiz. $\sqrt{919}$ soni bu tub sonlarning hech biriga bo'linmaganligi sababli 919 soni tub son bo'ladi.

Ta'rif. Faqat ikkita turli bo'luvchiga ega bo'lgan natural son tub son, ikkitadan ko'p turli natural bo'luvchiga ega bo'lgan natural son murakkab son deyiladi.

Izoh. p tub son 1 dan farqli bo'lib, faqat 1 va p ga bo'linadi.

m murakkab sonning 1 va m bo'luvchilardan farqli kamida yana bitta bo'luvchisi mavjud. 1 soni esa na tub, na murakkab son hisoblanadi.

6.2. Tub va murakkab sonlarning ba'zi xossalari.

$a > 1$ murakkab sonning 1 dan farqli eng kichik natural bo'luvchisi p bo'lsa, u holda p tub son bo'ladi.

Haqiqatdan, aks holda p biror q ($1 < q < p$) bo'luvchiga ega bo'lib, yangi tub son hosil bo'ladi. Bu holda ham farazimiz noto'g'ri.

2. Har qanday natural a va p tub soni yo o'zaro tub, yoki a son p ga bo'linadi.

3. Agar ab ko'paytma biror p tub songa bo'linsa, u holda ko'paytuvchilardan kamida bittasi p ga bo'linadi, ya'ni

$$(\forall a, b \in \mathbb{N}) (ab/p) \Rightarrow (a/p \vee b/p).$$

Misol. 2,3,5,7,11,13 –tub sonlar, 4,6,8,9,10,12 – murakkab sonlar.

Teorema. a natural sonning eng kichik tub bo'luvchisi $\sqrt{a}$ va dan katta emas.

Isboti. Faraz qilaylik p_1 tub son a ning eng kichik bo'luvchisi bo'lsin. U holda $a = p_1 \cdot a_1$ bo'lib, $a \geq p_1$ bo'ladi. Bundan $a = p_1 a_1 \geq p_1^2$ yoki $p_1 \leq \sqrt{a}$

Teorema. Tub sonlar to'plami cheksizdir.

Isbot. Faraz qilaylik tub sonlar soni chekli bo'lib, ular o'sish tartibida joylashgan $1, p_2, \dots, p_n$ ko'rinishdagi tub sonlardan iborat bo'lsin.

$$Q_n = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_n + 1$$

sonni olamiz. Bu sonning eng kichik bo'luvchisini p_m desak, u albatta tub son bo'ladi (tub sonlarning 1-xossasi) va u p_i larning birontasiga ham teng bo'lmaydi. m son p_i ($i = 1, n$) tub sonlarning birortasiga ham teng bo'la olmaydi, aks holda $p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_n$ larning p_m ga bo'linishidan 1 ning ham p_m ga bo'linishi kelib chiqar edi. Bu esa mumkin emas. Demak, farazimiz noto'g'ri ekan.

Q_n tub son bo'lsa, u holda $Q_n > p_i$ ($i = 1, n$) va yangi tub son hosil bo'ladi. Bu holda ham farazimiz noto'g'ri. Demak, tub sonlarning soni cheksiz, ya'ni tub sonlar to'plami cheksizdir.

Ta'rif. 1 dan farqli umumiy bo'luvchilarga ega bo'lmagan ikkita natural son o'zaro tub sonlar deyiladi.

Ta'rif. Agar noldan farqli a va b butun sonlar uchun $a=bq$ tenglikni qanoatlantiradigan q butun son mavjud bo'lsa, u holda a son b songa qoldiqsiz bo'linadi (bo'linadi) yoki b son a sonni bo'ladi deyiladi hamda $b | a$ kabi yoziladi.

$a=bq$ tenglikdagi a son bo'linuvchi yoki b soniga karrali son, b son a sonining bo'luvchisi, q son esa bo'linma deb yuritiladi.

Ravshanki, ikkita son umumiy bo'luvchiga ega bo'lsa, u holda ularning yig'indisi, ayirmasi va karralilari ham shu bo'luvchiga ega.

x, y va z butun sonlar bo'lsa, u holda quyidagi sodda xossalar o'rinli:

(a) $x | x$ (refleksivlik xossasi);

(b) Agar $x | y$ va $y | z$ bo'lsa, u holda $x | z$ (tranzitivlik xossasi);

(c) Agar $x | y$ va $y \neq 0$ bo'lsa, u holda $|x| \leq |y|$;

(d) Agar $x | y$ va $x | z$ bo'lsa, u holda barcha butun, α, β sonlar uchun $x | yz + \alpha\beta$;

(e) Agar $x | y$ va $x | y \pm z$ bo'lsa, u holda $x | z$;

(f) Agar $x | y$ va $y | x$ bo'lsa, u holda $|x| = |y|$;

(g) $x | y \Leftrightarrow |x| | |y|$;

Izoh. Shuni aytish joizki, oxirgi (g) xossa bo‘linish bilan bog‘liq mulohazalarni butun sonlar uchun emas, balki natural sonlar uchun yuritishga imkon yaratadi. 2 ga karrali butun sonlar (ya’ni $2k$, $k \in \mathbb{Z}$, ko‘rinishdagi sonlar) juft, 2 ga karrali bo‘lmagan butun sonlar ya’ni $2k+1$, $k \in \mathbb{Z}$ yuritiladi.

Bunda quyidagilar o‘rinli:

- a) Ikkita toq sonlarning yig‘indisi va ayirmasi juft, ko‘paytmasi esa toq son bo‘ladi.
- b) Ikkita juft sonlarning yig‘indisi, ayirmasi va ko‘paytmasi juft son bo‘ladi.

Teorema. Agar $a = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_n^{\alpha_n}$ bo‘lsa, u holda a sonning barcha natural bo‘luvchilari soni $\tau(a)$ quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$\tau(a) = (\alpha_1 + 1) \cdot (\alpha_2 + 1) \cdot \dots \cdot (\alpha_n + 1).$$

Teorema. $a = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_n^{\alpha_n}$ sonning barcha natural bo‘luvchilari yig‘indisi $\sigma(a)$ quyidagi formula orqali aniqlanadi:

$$\sigma(a) = \frac{p_1^{\alpha_1+1}-1}{p_1-1} \cdot \frac{p_2^{\alpha_2+1}-1}{p_2-1} \cdot \dots \cdot \frac{p_n^{\alpha_n+1}-1}{p_n-1}.$$

Teorema. $a = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_n^{\alpha_n}$ sonning undan katta bo‘lmagan va u bilan o‘zaro tub sonlar soni $\varphi(a)$ quyidagi formula orqali aniqlanadi:

$$\varphi(a) = a \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{p_n}\right).$$

6.3. Eratosfen g‘alviri.

Matematiklar tomonidan tub sonlarni ifodalovchi bir qancha jadvallar tuzilgan. Bu jadvallardan foydalanilsa, har bir sonning tub yoki murakkabligini tekshirib o‘tirish shart emas. Eramizdan oldingi III asrda Aleksandriyada yashagan grek matematigi va astronomi Eratosfen, tub sonlarni aniqlashning oddiy usulini, ya’ni ma’lum qoidaga ko‘ra sonlarni o‘chirishga asoslangan usulini yaratdi.

Bu metodni qo‘llaganda o‘chirilgan sonlar o‘rni bo‘sh qoladi, boshqacha aytganda murakkab sonlar tushib, tub sonlar qoladi, shu sababli bu metodni Eratosfen g‘alviri deb ataganlar. Bu metodning mohiyati quyidagicha. Dastlab 2 dan n gacha barcha natural sonlar yoziladi. Shundan keyin 2 soni qoldirilib, 2 ga karrali sonlar o‘chiriladi.

Masalan: $n = 30$ deb olsak, quyidagi jadval hosil bo‘ladi:

2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29.

Jadvaldan 2 sonidan boshqa 2 ga bo‘linadigan sonlar o‘chirilgan, bundan esa qolgan sonlarni eng kichik tub bo‘luvchisi 2 dan katta ekanligi ko‘rinadi.

Jadvalda 2 dan keyin o‘chirilmagan son 3. 3 sonini o‘zini qoldirib, jadvaldan 3 ga bo‘linuvchi sonlarni o‘chiramiz.

Eratosfen metodi berilgan n natural sonidan oshmaydigan tub sonlarni topishga imkon beradi. Ammo u bu tub sonlar soni cheklimi yoki cheksizmi degan savolga javob bera olmaydi. Bu savolga eramizdan oldin III asrda Aleksandriyada yashagan grek matematigi Evklid javob berdi. U tub sonlar to‘plami cheksizdir degan tasdiqni isbotladi va u Evklidning tub sonlar haqidagi teoremasi nomi bilan yuritiladi.

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

1. Sonlarni tub ko‘paytuvchilarga ajrating:

10; 100; 1 000; 10 000; 100 000; 1 000 000.

2. Sonlarni tub ko‘paytuvchilarga ajrating:

250; 300; 340; 3 700; 48 950; 4 725 000.

3. Sonlarni kanonik shaklda yozing:

1) 56;	2) 135;	3) 848;	4) 18 880;
5) 72;	6) 36;	7) 1 002;	8) 2 661;

4.7-MAVZU: SONLARNI TUB KO'PAYTUVCHILARGA AJRATISH.



Sonning tubligiga doir teorema:

Teorema. Agar ixtiyoriy p soni $\sqrt{p}$ dan kichik birorta tub songa bo'linmasa, u holda p soni tub son bo'ladi.

7.1. Sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisi.

1-ta'rif. Agar a va b sonlari s ga bo'linsa, s soni bu sonlarning umumiy bo'luvchisi deyiladi. a va b sonlarining umumiy bo'luvchilarini topish uchun a soni bo'luvchilari to'plami bilan b soni bo'luvchilari to'plami kesishmasini topish kerak.

Masalan, 16 va 28 sonlarining umumiy bo'luvchilarini toping.

A va B to'plamlar mos ravishda 16 va 28 sonlarining umumiy bo'luvchilarini ifodalasin. U holda

$$A = \{1, 2, 4, 8, 16\}, \quad B = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$$

$A \cap B = \{1, 2, 4\}$, Demak, 16 va 28 sonlarining umumiy bo'luvchilari 1, 2, 4 sonlari ekan. Aytaylik, a natural son b ga bo'linsin. a sonining bo'luvchilar soni a dan oshmaydi, shu sababli bo'luvchilar soni chekli bo'ladi. Shunga asosan a va b sonlarining umumiy bo'luvchilar soni chekli va chekli to'plam tashkil etadi.

2-ta'rif. a va b sonlarining umumiy bo'luvchilari ichida eng kattasiga, a va b sonlarining eng katta umumiy bo'luvchisi deyiladi va $D(a, b)$ ko'rinishda belgilanadi.

Yuqoridagi misolda $D(16, 28) = 4$ ga teng.

Ikki yoki bir necha sonning har biri bo'linadigan sonlarni shu sonlarning umumiy bo'luvchisi deyiladi va umumiy bo'luvchining eng kattasi eng katta umumiy bo'luvchi deyiladi.

a va b sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisi $D(a, b)$ belgi bilan yoziladi.

Masalan: $D(140, 80, 120) = 20$

7.2. Sonlarning eng kichik umumiy karralisi. Agar a soni b soniga bo'lsa, a soni b ga karrali deyiladi. 0 soni barcha sonlarga bo'lingani uchun 0 soni barcha sonlarga karrali. Biz b soniga karrali deganda, b soniga natural karralini tushunmog'imiz kerak, ya'ni $b, 2b, \dots, nb$ lar b sonining karralilari, bularning eng kichigi b hisoblanadi.

Bo'linuvchanlik munosabati xossalari karralilik xossalari kabi ifodalash ham mumkin.

Masalan, a soni b soniga karrali, b soni esa c ga karrali bo'lsa, a soni c ga karrali bo'ladi. a va b sonlarini olaylik. Agar m soni a sonini ham, b sonini ham karralisi bo'lsa, u holda m soni busonlarning umumiy karralisi deyiladi.

a va b sonlarining umumiy karralisi ularning ko'paytmasi ab hisoblanadi, chunki u a ga ham, b ga ham bo'linadi.

a va b sonlarining umumiy karralisi bo'lgan sonlar to'plami, a va b sonlariga karrali sonlar to'plamining kesishmasidan iborat bo'ladi.

Masalan: 3 ga karrali sonlar to'plami A , 4 ga karrali sonlar to'plami B bo'lsin.
 $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, \dots\}$

$B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, \dots\}$

A va B to'plamlarning kesishmasi

$A \cap B = \{12, 24, 36, \dots\}$

Bu to'plamning barcha sonlari 3 va 4 ga karrali. Bu sonlarning ichida eng kichigi 12 soni.

3-ta'rif. a va b sonlariga umumiy karrali bo'lgan sonlarni ichida eng kichigiga, bu sonlarning eng kichik umumiy karralisi deyiladi va u $K(a, b)$ bilan belgilanadi. Masalan, $K(3, 4) = 12$.

12 va 16 sonlariga 48, 96 va bu sonlarning ko'paytmasi ham bo'linadi va bu ko'paytmaning bir necha marta orttirishdan hosil bo'lgan sonlarning ham barchasi bo'linadi, lekin bu bo'linadigan sonlarning eng kichigi 48, demak.

$K(a, b) = 48$

Masalan: 20, 12, 16 sonlarning eng kichik umumiy karralisini topaylik.

20	2	12	2	16	2
10	2	6	2	8	2
5	5	3	3	4	2
1		1		2	2
				1	

Eng kichik umumiy karralini topishda barcha tub ko'paytuvchilarning yuqori darajalari va umumiy bo'lmagan tub ko'paytiruvchilar ko'paytiriladi

$$K(20, 12, 16) = 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 15 \cdot 2^4 = 30 \cdot 8 = 240$$

Xuddi shu sonlarning eng katta umumiy bo'luvchi (EKUB)ni topmoqchi bo'lsak, yuqoridagi tub ko'paytuvchilarning umimiyklarining kichik darajalisini olib ko'paytiramiz, hosil bo'lgan ko'paytma shu sonlarning Eng katta umumiy bo'luvchi (EKUB)si bo'ladi.

$$\text{ya'ni } D(20, 12, 16) = 2 \cdot 2 = 4$$

7.3. Umumiy karralilik xossalari.

Teorema. Ixtiyoriy ikkita a va b sonlarning umumiy karralisi, u sonlarning eng kichik umumiy karralisiga bo'linadi.

Ta'rif. Ikki sonning eng katta umumiy bo'luvchisi bir bo'lsa, u sonlar o'zaro tub sonlar deyiladi. $D(18, 19) = 1$

Teorema . Agar ikki sonning biri ikkinchisiga bo'linsa, kichik son bu ikki sonning eng katta umimiy bo'luvchisi deyiladi, ya'ni

$$b < a, a / b \text{ bo'lsa } D(a, b) = b$$

$$\text{Masalan: } D(48, 12) = 12$$

Teorema . Agar ikki sonning biri ikkinchisiga bo'linmasa, birinchi sonni ikkinchisiga bo'lgandagi qoldiq bilan kichik sonning eng katta umumiy bo'luvchisi shu ikki sonning ham eng katta umumiy bo'luvchisi bo'ladi:

$$M: D(90, 24) = ? \quad 90 = 24 \cdot 3 + 18$$

$$D(24, 18) = 6. \quad \text{Demak } D(90, 24) = 6$$

7.4. Yevklid algoritmi.

Algoritm ma'lim qoida asosida bajariladigan arifmetik yoki algebrik jarayondir. Yevklid algoritmi ketma – ket bo'lish orqali ikki natural sonning EKUB ini topish bo'lib, quyidagicha ish yuritiladi. Sonning kattasini kichigiga bo'linadi. Keyin kichigini 1 - qoldiqqa, 1 – qoldig'ini 2 – qoldiqqa, 2 – qoldig'ini 3 - qoldiqqa va hakazo to qoldiq 0 hosil bo'lguncha bo'lishni davom ettirish kerak. Ana shu 0 qoldiqdan oldingi qoldiq ya'ni qoldiq 0 bo'lgandagi bo'luvchi berilgan sonlar uchun eng katta umumiy bo'luvchi bo'ladi.

Bo'linuvchi	Bo'luvchi	To'liqsiz bo'linma	Qoldiq	ular bog'lanishi
a	b	q₁	r₁	a = bq₁ + r₁
b	r₁	q₂	r₂	b = r₁q₂ + r₂
r₁	r₂	q₃	r₃	r₁ = r₂q₃ + r₃
r₂	r₃	q₄	r₄	r₂ = r₃q₄ + r₄
.....	...			
r_{n-2}	r_{n-1}	q_n	r_n	r_{n-2} = r_{n-1} · q_n + r_n
r_{n-1}	r_n	q_{n+1}	0	r_{n-1} = r_n · q_{n+1}

Agar ikkita sonning EKUB ni topib, shu son bilan 3 –sonning EKUB topilsa, bu topilgan EKUB uchala sonning EKUB (eng katta umumiy bo'luvchisi) bo'ladi. Shu yo'l bilan ko'p sonlarning ham eng katta umumiy bo'luvchisini topish mumkin.

12 va 16 sonlariga 48, 96 va bu sonlarning ko'paytmasi ham bo'linadi va bu ko'paytmaning bir necha marta orttirishdan hosil bo'lgan sonlarning ham barchasi bo'linadi, lekin bu bo'linadigan sonlarning eng kichigi 48, demak.

$$K(a, b) = 48$$

Eng kichik umumiy karralini topishda barcha tub ko'paytuvchilarning yuqori darajalari va umumiy bo'lmagan tub ko'paytiruvchilar ko'paytiriladi

$$K(20, 12, 16) = 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 15 \cdot 2^4 = 30 \cdot 8 = 240$$

Xuddi shu sonlarning eng katta umumiy bo'luvchi (EKUB)ni topmoqchi bo'lsak, yuqoridagi tub ko'paytuvchilarning umimiylarining kichik darajalisini olib ko'paytiramiz, hosil bo'lgan ko'paytma shu sonlarning Eng katta umumiy bo'luvchi (EKUB)si bo'ladi.

$$\text{ya'ni } D(20, 12, 16) = 2 \cdot 2 = 4$$

MAVZUGA OID TOPSHIRIQLAR

1. Quyidagi sonlarni tub ko'paytuvchilarga kanonik yoyilmasini yozing:

- | | |
|----------------|-------------------|
| a) 1602, 1752; | g) 469, 1053; |
| b) 9295, 2560; | d) 17593, 9660; |
| v) 3463, 5249; | e) 91219, 134427. |

2. Quyidagi sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisini va eng kichik umumiy karralisini bu sonlarni kanonik ko'rinishiga keltirishdan foydalanib toping:

- | | |
|---------------------|--------------------------|
| a) 144 va 360; | d) 1260, 2310 va 1995; |
| b) 512 va 2688; | e) 1980, 720 va 936; |
| v) 1560 va 6160; | j) 1320, 9960 va 660; |
| g) 105, 350 va 455; | i) 238, 266, 413 va 329. |

3. Evklid algoritmidan foydalanib, sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisini toping:

- | | |
|------------------|------------------------|
| a) 360 va 792; | g) 45469 va 41033; |
| b) 1995 va 1260; | d) 17593 va 9660; |
| v) 2263 va 8249; | e) 2993219 va 1114417. |

4. Ikkita ketma – ket natural son o'zaro tub ekanligini isbotlang.

5. n , $n+1$ va $2n+1$ sonlar juft – jufti bilan o'zaro tub ekanligini ko'rsating.

TEST TOPSHIRIQLARIDAN NAMUNALAR

1-MAVZU: TO'PLAM TUSHUNCHASI. TO'PLAMNING ELEMENTLARI. TO'PLAMLARNING BERILISH USULLARI. BO'SHVA TENG TO'PLAMLAR. CHEKLI VA CHEKSIZ TO'PLAMLARGA MISOLLAR. TO'PLAMLAR VA ULAR USTIDA AMALLAR

1. Har qanday ikkita to'plamning barcha elementlaridan, ularni takrorlamasdan, tuzilgan to'plam nima deb nomlanadi?
 - A) To'plamlarning ayirmasi
 - B) To'plamlarning kesishmasi
 - C) * To'plamlarning birlashmasi
 - D) To'plamlarning ko'paytmasi
2. Har qanday ikkita to'plamning barcha umumiy elementlaridan tuzilgan to'plam nima deb nomlanadi?
 - A) To'plamlarning ayirmasi
 - B) *To'plamlarning kesishmasi
 - C) To'plamlarning birlashmasi
 - D) To'plamlarning ko'paytmasi
3. Agar A to'plamning hamma elementlari B to'plamga tegishli bo'lsa, A to'plam B to'plamning nimasi deyiladi?
 - A) To'plamlarning ayirmasi
 - B) To'plamlarning kesishmasi
 - C) *Qism to'plami
 - D) To'plamlarning ko'paytmasi
4. $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_{n-1}, a_n\}$ - n ta elementdan iborat bo'lgan to'plamning qism to'plamlar soni nimaga teng bo'ladi?
 - A) To'plamlarning ayirmasiga
 - B) $n(n-1)$
 - C) Qism to'plamiga
 - D) $*2n$
5. $P = \{30 \text{ ning bo'luvchilari}\}$ va $Q = \{40 \text{ ning bo'luvchilari}\}$ bo'lsin. $P \cup Q$ ni toping?
 - A) $*P \cup Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 20, 30, 40\}$
 - B) $P \cup Q = \{1, 2, 5, 10\}$
 - C) $P \cup Q = \{1, 3\}$
 - D) $P \cup Q = \{3, 6, 15, 30\}$
6. $P = \{30 \text{ ning bo'luvchilari}\}$ va $Q = \{40 \text{ ning bo'luvchilari}\}$ bo'lsin. $P \cap Q$ ni toping?
 - A) $P \cap Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 20, 30, 40\}$
 - B) $*P \cap Q = \{1, 2, 5, 10\}$

- C) $P \cap Q = \{1, 3\}$
 D) $P \cap Q = \{3, 6, 15, 30\}$
7. $A = \{1; 2; 3; 4\}$, $C = \{x: x = 2n - 1, n \in A\}$ bo'lsa, $A \cap C$ to'plamni aniqlang?
 A) $A \cap C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 20, 30, 40\}$
 B) $A \cap C = \{1, 2, 5, 10\}$
 C) $*A \cap C = \{1, 3\}$
 D) $A \cap C = \{3, 6, 15, 30\}$
8. 30 nafar o'quvchidan $3x+1$ nafari rus tilini, $2x-1$ nafari ingliz tilini, $x-1$ nafari rus tilini ham ingliz tilini ham biladi. 5 nafari esa, rus tilini ham ingliz tilini ham bilmaydi. Necha nafar o'quvchi rus tilini biladi?
 A) 13
 B) *19
 C) 11
 D) 17
9. $A = \{1; 3; 5; 6; 8; 10\}$ va $B = \{5; 6; 7; 8; 10\}$ to'plamlar berilgan $A \cup B$ to'plam elementlar sonini toping
 A) *7
 B) 8
 C) 11
 D) 6
10. $A = \{1; 3; 5; 6; 8; 10\}$ va $B = \{5; 6; 7; 8; 10\}$ to'plamlar berilgan $A \cap B$ to'plam elementlar sonini toping?
 A) 6
 B) *4
 C) 11
 D) 7
11. $A = \{1; 3; 5; 6; 8; 10\}$ va $B = \{5; 6; 7; 8; 10\}$ to'plamlar berilgan $A \cup B$ to'plamning qism to'plamlar sonini toping
 A) 256
 B) 11
 C) *128
 D) 6
12. $A = \{x: |x - 2| < 3, x \in N\}$ to'plamning elementlar sonini aniqlang.
 A) 3
 B) 6
 C) *4
 D) 5
13. $A = \{x: |x - 2| < 3, x \in N\}$ to'plamning elementlar sonini aniqlang.
 A) 3
 B) 6
 C) *4
 D) 5

14. $A = \{x: |x - 2| < 3, x \in \mathbb{Z}\}$ to'plamning elementlar sonini aniqlang.
 A) 3
 B) 6
 C) 4
 D) *5
15. $A = \{x: |x - 4| < 8, x \in \mathbb{N}\}$ to'plamning elementlar sonini aniqlang.
 A) *11
 B) 3
 C) 6
 D) 4
16. $A = \{x: |x - 1| < 7, x \in \mathbb{N}\}$ to'plamning elementlar sonini aniqlang.
 A) 8
 B) *7
 C) 6
 D) 4
17. $A = \{x: |x - 1| < 9, x \in \mathbb{N}\}$ to'plamning elementlar sonini aniqlang.
 A) *9
 B) 10
 C) 6
 D) 4
18. $A = \{x: |x - 2| < 4, x \in \mathbb{N}\}$ to'plamning elementlar sonini aniqlang.
 A) 3
 B) 6
 C) 4
 D) *9
19. $A = \{x: |x - 7| < 4, x \in \mathbb{N}\}$ to'plamning elementlar sonini toping.
 A) *7
 B) 3
 C) 6
 D) 4
20. $A = \{1; 3; 5; 6; 8; 10\}$ va $B = \{5; 6; 7; 8; 10\}$ to'plamlar berilgan $A \cap B$ to'plamning qism to'plamlar sonini toping.
 A) *32
 B) 11
 C) 6
 D) 16

**2-MAVZU. TO'PLAMLARNING DEKART KO'PAYTMASI.
 TO'PLAMLARNING O'ZARO KESISHMAYDIGAN**

**TO'PLAMOSTILARIGA (SINFLARGA) AJRATISH TUSHUNCHASI.
MOSLIK VA MUNOSABATLAR. IKKITA TO'PLAM ORASIDAGI
MOSLIK. TENG QUVVATLI TO'PLAMLAR.**

21. Binar so'zi qaysi tildan olingan?

- A) Yunoncha
- B) *Arabcha
- C) Inglizcha
- D) Lotincha

22. Ikki to'plam orasidagi moslikni nuqtalar va yo'nalishli kesmalar (strelkalar) yordamida tasvirlovchi rasmlar nima deyiladi.

- A) *Moslikning grafigi
- B) Moslik
- C) Klassifikatsiya
- D) Binar moslik

23. $A=\{a;b;c\}$ va $B=\{x;y\}$ to'plamlarining dekart ko'paytmasini toping?

- A) $*A \times B = \{ (a;x), (a;y), (b;x), (b;y), (c;x), (c;y) \}$
- B) $A \times B = \{ (a;x), (a;b), (b;x), (b;c), (c;x), (c;a) \}$
- C) $A \times B = \{ (ax;bx), (ay;by), (cx;cy) \}$
- D) $A \times B = \{ (a*x), (a*y), (b*x), (b*y), (c*x), (c*y) \}$

24. $A=\{1;3;5;6;8;10\}$ va $B=\{5;6;7;8;10\}$ to'plamlar berilgan $A \cup B$ to'plam elementlar sonini toping.

- A) 8
- B) 9
- C) *7
- D) 5

25. $A=\{1;3;5;6;8;10\}$ va $B=\{5;6;7;8;10\}$ to'plamlar berilgan $A \cap B$ to'plam elementlar sonini toping.

- A) *4
- B) 9
- C) 11
- D) 8

26. $A=\{1;3;5;6;8;10\}$ va $B=\{5;6;7;8;10\}$ to'plamlar berilgan $A \cup B$ to'plamning qism to'plamlar sonini toping.
- A) 256
 - B) *128
 - C) 11
 - D) 6
27. $A=\{1;3;5;6;8;10\}$ va $B=\{5;6;7;8;10\}$ to'plamlar berilgan $A \cap B$ to'plamning qism to'plamlar sonini toping.
- A) 32
 - B) 11
 - C) 6
 - D) *16
28. $A=\{1;3;5;6;8;10\}$ va $B=\{5;6;7;8;10\}$ to'plamlar berilgan $A \cup B$ to'plamning ikkita kesishmaydigan qism to'plamlar sonini toping.
- A) *64
 - B) 8
 - C) 11
 - D) 6
29. $A=\{1;3;5;6;8;10\}$ va $B=\{5;6;7;8;10\}$ to'plamlar berilgan $A \cap B$ to'plamning ikkita kesishmaydigan qism to'plamlar sonini toping.
- A) 32
 - B) *8
 - C) 64
 - D) 16
30. $A=\{x:|x-2|<3, x \in \mathbb{N}\}$ to'plamning elementlar sonini aniqlang
- A) 23
 - B) *8
 - C) 4
 - D) 14
31. $A=\{x:|x-2|<3, x \in \mathbb{Z}\}$ to'plamning elementlar sonini aniqlang.
- A) *5
 - B) 3
 - C) 6
 - D) 4
32. $A=\{x:|x-4|<8, x \in \mathbb{N}\}$ to'plamning elementlar sonini aniqlang.
- A) 3
 - B) 6
 - C) 4
 - D) *11

33. $A = \{x: |x - 1| < 7, x \in \mathbb{N}\}$ to'plamning elementlar sonini aniqlang.
 A) 8
 B) *7
 C) 6
 D) 4
34. $A = \{x: |x - 1| < 9, x \in \mathbb{N}\}$ to'plamning elementlar sonini aniqlang.
 A) *9
 B) 10
 C) 6
 D) 4
35. $A = \{x: |x - 2| < 4, x \in \mathbb{N}\}$ to'plamning elementlar sonini aniqlang.
 A) 6
 B) 3
 C) *5
 D) 4
36. $A = \{x: |x - 7| < 4, x \in \mathbb{N}\}$ to'plamning elementlar sonini toping.
 A) 6
 B) 4
 C) 3
 D) *7
37. Quydagi javoblardan qaysi biri bo'sh to'plam.
 A) $A = \{x; x^2 \leq x, x \in \mathbb{R}\}$
 B) $*A = \{x; 2 \cdot 3x + 2 = -3, x \in \mathbb{R}\}$
 C) $A = \{x; x^2 \leq 0, x \in \mathbb{R}\}$
 D) $A = \{x; 3x + 5 = 0, x \in \mathbb{R}\}$
38. Chekli to'plamning elementlari soni shu to'plam nima deb ataladi?
 A) *To'plamning quvvati
 B) To'plamning binar mosligi
 C) Dekartma ko'paytmasi

**3-MAVZU. KOMBINATORIKA ELEMENTLARI. KOMBINATORIKA
 MASALALARI: YIG'INDI VA KO'PAYTMA QOIDASI. TAKRORLANADIGAN VA
 TAKRORLANMAYDIGAN O'RINLASHTIRISHLAR VA O'RIN
 ALMASHTIRISHLAR**

39. Savatda 4 ta anor, 5 ta nok va 6 ta olma bor. Savatdan bitta meva tanlashni necha usulda amalga oshirish mumkin? To'plam quvvati
 A) *15
 B) 120
 C) 74
 D) 10

40. Savatda 4 ta anor, 5 ta nok va 6 ta olma bor. Savatdan ikkita turli nomdagi mevani tanlashni necha usulda amalga oshirish mumkin? To‘plam quvvati
- A) 15
 - B) 120
 - C) *74
 - D) 10
41. Savatda 4 ta anor, 5 ta nok va 6 ta olma bor. Savatdan bittadan anor, nok va olmani tanlashni necha usulda amalga oshirish mumkin? To‘plam quvvati
- A) 15
 - B) *120
 - C) 74
 - D) 10
42. Anvar (uyidan maktabga, maktabdan savdo markaziga borishi uchun) yo‘lni necha xil usulda tanlashi mumkin? To‘plam quvvati
- A) 3
 - B) 5
 - C) 2
 - D) *6
43. Bir mamlakatda 4 ta shahar bor ekan: A, B, C va D. A shahardan B ga 5 ta yo‘l, B shahardan C ga 4 ta yo‘l olib borarkan. A dan D ga 6 ta yo‘l, D dan C ga 3 ta yo‘l bilan borish mumkin ekan. A shahardan C shaharga necha xil yo‘l bilan borish mumkin? To‘plam quvvati
- A) *38
 - B) 30
 - C) 18
 - D) 20
44. Dskada 10 ta ot, 6 ta fe‘l va 9 ta sifat yozilgan. Gap tuzish uchun har bir so‘z turkumidan bittadan olish kerak. Buni necha xil usul bilan amalga oshirish mumkin? To‘planning binar mosligi
- A) 325
 - B) 270
 - C) *540
 - D) 600
45. Chorvador 10 ta qo‘y va 15 ta echki sotmoqchi. Xaridor bitta qo‘y va bitta echki olmoqchi. U necha xil usulda sotib olishi mumkin? To‘plam quvvati
- A) *150
 - B) 25
 - C) 50
 - D) 100
46. “MEGA PLANET” gipermarketining „Hammasi uy uchun“ bo‘limida 15 xil piyola, 8 xil vaza, 10 xil choy qoshiq bor. Nazira xola turli nomdagi ikkita buyum sotib olmoqchi. U buni necha xil usulda amalga oshirishi mumkin?

- A) *1200
 - B) 33
 - C) 350
 - D) 500
47. Maktab kutubxonasida 4 xil matematika, 2 xil fizika va 3 xil tarix faniga doir kitoblar bor. Doston turli fanga oid ikkita kitobni uyda o'qish uchun olmoqchi. U buni necha usulda amalga oshirishi mumkin?
- A) 9
 - B) 26
 - C) *24
 - D) 30
48. Maktab oshxonasida oq non, qora non va uch xil kolbasa bor. Ulardan necha xil buterbrod tayyorlash mumkin?
- A) 4
 - B) *5
 - C) 6
 - D) 8
49. Tepalikdagi buloqqa 7 ta yo'l olib boradi. Sayyoh necha xil usulda buloqqa borib kelishi mumkin?
- A) 49
 - B) 36
 - C) *14
 - D) 28
50. Tepalikdagi buloqqa 6 ta yo'l olib boradi. Sayyoh borgan yo'lidan qaytmaslik sharti bilan jami necha usulda buloqqa borib kelishi mumkin?
- A) *36
 - B) 30
 - C) 22
 - D) 11
51. Bir o'quvchida qiziqarli matematikaga oid 7 ta kitob, ikkinchi o'quvchida esa 9 ta badiiy kitob bor. Ular necha xil usul bilan birining bitta kitobini ikkinchisining bitta kitobiga ayirboshlashi mumkin? To'plamning quvvati
- A) 63
 - B) *49
 - C) 81
 - D) 126
52. 40 xil bolt va 13 xil gaykadan bittadan olinib, necha xil juftlik tuzish mumkin?
- A) *520
 - B) 40
 - C) 53
 - D) 27

53. 5 ta oq, 2 ta qizil va 4 ta sariq atirgul bor. Uchta har xil guldandan iborat guldastani necha usulda tuzish mumkin?
- A) *24
 - B) 11
 - C) 18
 - D) 40
54. Kitob javonida matematikadan 8 ta, chet tilidan 6 ta va fizikadan 10 ta kitob turibdi. Javondan bitta kitobni necha usulda tanlash mumkin?
- A) 18
 - B) 24
 - C) 480
 - D) *100
55. Do‘konda 8 xil pidjak, 5 xil shim va 4 xil galstuk sotilmoqda. Pidjak, shim va galstukdan iborat uchlikni (to‘plamni) necha usul bilan sotib olsa bo‘ladi?
- A) 160
 - B) *17
 - C) 28
 - D) 44
56. “Matbuot tarqatuvchi” do‘konida 7 xil konvert va 5 xil marka sotilmoqda. Konvert bilan markani necha usulda sotib olishimiz mumkin?
- A) *12
 - B) 15
 - C) 35
 - D) 42
57. Savatda 5 ta olma va 3 ta nok bor. Savatdan bitta meva tanlashni necha usulda amalga oshirish mumkin?
- A) *8
 - B) 15
 - C) 2
 - D) 7
58. Samarqanddan Toshkentga 4 xil yo‘l bilan kelish mumkin: samolyot, poyezd, avtobus va taksi. Toshkentdan Xo‘jakentga 3 xil transport vositasi olib boradi: poyezd, avtobus, taksi. Samarqanddan Xo‘jakentga necha xil usulda kelish mumkin?
- A) 1
 - B) 7
 - C) 8
 - D) *12

4-MAVZU:

NATURAL SON VA NOL TUSHUNCHASINING VUJUDGA KELISHI. NOMANFIY BUTUN SONLAR TO‘PLAMIDA “TENG”, “KICHIK”, VA “KATTA”

**MUNOSABATLARI. YIG'INDINING TA'RIFI, UNING MAVJUDLIGI VA
YAGONALIGI. QO'SHISH QONUNLARI.**

59. «Natural son» atamasini birinchi bo'lib kim qo'lladi?
- A) *Rimlik olim A.A.Boetsiy
 - B) 0'rta Osiyo matematiklari
 - C) Yevropalik olimlar
 - D) XIX asrda G.Kantor
60. Qaysi davlatda sonlarni yozishning o'nli sistemasi va nol tushunchasi yaratildi?
- A) Rim davlatida
 - B) 0'rta Osiyo davlatlarida
 - C) Yevropa davlatlarida
 - D) *Qadimgi Hindistonda
61. Butun sonlar to'plamini ko'rsating?
- A) $\mathbb{N}$
 - B) $\mathbb{N}_0$
 - C) $\mathbb{Z}$
 - D) $\mathbb{I}_0$
62. Nomanfiy butun sonlar to'plamini ko'rsating?
- A) $\mathbb{N}_0$
 - B) $\mathbb{N}$
 - C) $\mathbb{Z}$
 - D) $\mathbb{I}_0$
63. Qo'shish qonunlari nechta?
- A) 4 ta
 - B) 2 ta
 - C) *3 ta
 - D) 1 ta
64. Agar a va b sonlar teng quvvatli to'plamlar bilan aniqlansa, u holda ular ... deyiladi.?
- A) *teng
 - B) kichik
 - C) katta
 - D) teng emas
65. Agar A to'plam B to'plamning o'z qism to'plami bo'lib, ularning quvvatlari $n(A)=a$; $n(B)=b$ bo'lsa, a son b sonidan deyiladi?
- A) teng
 - B) *kichik
 - C) katta
 - D) teng emas
66. Agar B to'plam A to'plamning o'z qism to'plami bo'lib, ularning quvvatlari $n(A)=a$; $n(B)=b$ bo'lsa, a son b sonidan deyiladi?
- A) teng
 - B) kichik

- C) *katta
D) teng emas
67. Agar $\forall a, b \in \mathbb{N}$ uchun $a = b + c$ bo'ladigan c son topilsa, a soni b sonidan deyiladi?
A) teng
B) *kichik
C) katta
D) teng emas
68. Agar A va B to'plamlar orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatish mumkin bo'lsa, bu to'plamlar deyiladi. $A \sim B$ ko'rinishda yoziladi.
A) teng kuchli
B) *teng quvvatli
C) katta quvvatli
D) ekvivalent
69. Natural son nimaga aytiladi?
A) * bo'sh bo'lmagan chekli teng quvvatli to'plamlar sinfining umumiy xossasiga aytiladi
B) bo'sh bo'lgan chekli teng quvvatli to'plamlar sinfining umumiy xossasiga aytiladi
C) bo'sh bo'lmagan cheksiz teng quvvatli to'plamlar sinfining umumiy xossasiga aytiladi
D) bo'sh bo'lgan chekli teng quvvatli to'plamlar sinfining xossasiga aytiladi
70. 0 soni deb nimaga aytiladi?
A) * Bo'sh to'plamlar sinfining umumiy xossasiga 0 soni deyiladi
B) Bo'sh to'plamlarning kesishmasiga 0 soni deyiladi
C) Bo'sh bo'lmagan to'plamlar xossasiga 0 soni deyiladi
D) Bo'sh to'plamlar sinfining birlashmasiga 0 soni deyiladi
71. Butun nomanfiy a va b sonlarning yig'indisi deb nimaga aytiladi
A) * kesishmaydigan A va B to'plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi
B) kesishmaydigan A va B to'plamlar kesishmasidagi elementlar soniga aytiladi
C) kesishadigan A va B to'plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi
D) kesishadigan A va B to'plamlar kesishmasidagi elementlar soniga aytiladi
72. Yuk mashinasi 40 km/soat tezlik bilan 4 soat yurdi. Yuk mashinasi qancha masofani bosib o'tdi?
A) 500 km
B) 85 km
C) *160 km
D) 180 km
73. Toshkent va Jizzax shaharlari orasidagi masofa 360 km. Avtobus soatiga 60 km tezlik bilan yursa, bu masofani necha soatda o'tadi?
A) 5

- B) *6
C) 3
D) 7
74. Mototsiklchi 240 km masofani 4 soatda bosib o‘tdi. U qanday tezlik bilan yurgan?
A) 45 km/h
B) 50 km/h
C) * 60 km/h
D) 35 km/h
75. To‘g‘ri to‘rtburchakning bo‘yi 45 cm, eni bo‘yidan 4 cm qisqa. Perimetrini toping?
A) * 172
B) 162
C) 170
D) 160
76. Teng yonli uchburchkaning asosi 15 cm, yon tomoni asosidan 5 cm ga ortiq. Uchburchakning perimetrini toping?
A) 50 sm
B) 45 sm
C) * 55 sm
D) 60 sm
77. Taqsimot qonunidan foydalanib hisoblang: $25 \cdot (142 + 210 - 35) =$
A) * 7925
B) 2531
C) 7620
D) 8400
78. Teng yonli uchburchakning asosi yon tomonidan 6 sm ortiq. Agar uchburchakning perimetri 48 sm bo‘lsa, uning yon tomoni toping.
A) 4
B) 8
C) 16
D) * 14

5-MAVZU:

**NOMANFIY BUTUN SONLARNI QO‘SHISH VA KO‘PAYTIRISH
AMALLARINING AKSIOMATIK TA‘RIFLARI. QO‘SHISH VA KO‘PAYTIRISH
QONUNLARI. AYIRISH VA BO‘LISHNING TA‘RIFI. NOLGA BO‘LISHNING
MUMKIN EMASLIGI. QOLDIQLI BO‘LISH.**

79. Qo‘shish amalining ta‘rifi qaysi olim tomonidan berilgan?
A) *German Grossman (1809-1877)
B) XIX asrda G.Kantor
C) Rimlik olim A.A.Boetsiy
D) O‘rta Osiyolik olim matematiklari
80. Nomanfiy butun a va b sonlarning yig‘indisi deb nimaga aytiladi?

- A) *Nomanfiy butun a va b sonlarning yig'indisi deb $n(A)=a$; $n(B)=b$ bo'lib, kesishmaydigan A va B to'plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi
- B) Nomanfiy butun a va b sonlarning yig'indisi deb $n(A)=a$; $n(B)=b$ bo'lib, kesishadigan A va B to'plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi
- C) Nomanfiy butun a va b sonlarning yig'indisi deb $n(A)=a$; $n(B)=b$ bo'lib, birlashadigan A va B to'plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi
- D) Nomanfiy butun a va b sonlarning yig'indisi deb $n(A)=a$; $n(B)=b$ bo'lib, kesishadigan A va B to'plamlar birlashmasiga aytiladi
81. Qo'shish amalining guruhlash (assotsiativlik) xossasini ko'rsating?
- A) * $a+(b+c)=(a+b)+c$
- B) $a+b=b+a$
- C) $a+0=a$
- D) $a+c=b+c \Leftrightarrow a=b$
82. Qo'shish amalining kommutativlik xossasini ko'rsating?
- A) $a+(b+c)=(a+b)+c$
- B) * $a+b=b+a$
- C) $a+0=a$
- D) $a+c=b+c \Leftrightarrow a=b$
83. Qo'shish amalida 0 ni yutish qonunini ko'rsating?
- A) $(\forall a,b,c \in N_0) a+(b+c)=(a+b)+c$
- B) $(\forall a,b \in N_0) a+b=b+a$
- C) * $(\forall a \in N_0) a+0=a$
- D) $(\forall a,b,c \in N_0) a+c=b+c \Leftrightarrow a=b$
84. Qo'shish amalining qisqaruvchanlik xossasini ko'rsating $(\forall a,b,c \in N_0)$?
- A) $a+(b+c)=(a+b)+c$
- B) $a+b=b+a$
- C) $a+0=a$
- D) * $a+c=b+c \Leftrightarrow a=b$
85. Qo'shish amalining monotonlik xossasini ko'rsating $(\forall a,b,c \in N_0)$?
- A) $a+(b+c)=(a+b)+c$
- B) $a+b=b+a$
- C) * $a < b \Rightarrow a+c < b+c$
- D) $a+c=b+c \Leftrightarrow a=b$
86. Ko'paytirish amalining kommutativlik xossasini ko'rsating $(\forall a,b,c \in N_0)$?
- A) * $ab=ba$
- B) $(ab)c=a(bc)$
- C) $(a+b)c=ac+bc$
- D) $(c \neq 0) a > b \Rightarrow ac > bc$
87. Ko'paytirishning qo'shishga nisbatan distributivligini ko'rsating $(\forall a,b,c \in N_0)$?
- A) $ab=ba$
- B) $(ab)c=a(bc)$

- C) $*(a+b)c=ac+bc$
D) $(c \neq 0) \ a > b \Rightarrow ac > bc$
88. Ko'paytirish amalining assotsiativlik xossasini ko'rsating ($\forall a, b, c \in \mathbb{N}_0$)?
A) $ab=ba$
B) $*(ab)c=a(bc)$
C) $(a+b)c=ac+bc$
D) $(c \neq 0) \ a > b \Rightarrow ac > bc$
89. Ko'paytirish amalining monotonlik xossasini ko'rsating ($\forall a, b, c \in \mathbb{N}_0$)?
A) $ab=ba$
B) $(ab)c=a(bc)$
C) $(a+b)c=ac+bc$
D) $*(c \neq 0) \ a > b \Rightarrow ac > bc$
90. Ko'paytirish amalida yutuvchi elementning mavjudligini ko'rsating ($\forall a, b, c \in \mathbb{N}_0$)?
A) $* a \cdot 0 = 0$
B) $(ab)c=a(bc)$
C) $(a+b)c=ac+bc$
D) $(c \neq 0) \ a > b \Rightarrow ac > bc$
91. Ko'paytirish amalining qisqaruvchanlik xossasini ko'rsating ($\forall a, b, c \in \mathbb{N}_0$)?
A) $ab=ba$
B) $(ab)c=a(bc)$
C) $(a+b)c=ac+bc$
D) $*(c \neq 0) \ ac=bc \Rightarrow a=b$
92. Ko'paytirishni kommutativlik xossasini ifodalovchi izohni ko'rsating:
A) $a+b$
B) $* a*b=b*a$
C) $ab=c$
D) $a(a+b)$
93. Ko'paytirishga nisbatan assotsiativlik xossasini izohlang :
A) $* a(bc)=(ab)c$
B) $abc=bca$
C) $a*(b+c)=ab+ac$
D) $abc=(bc)+a$
94. a sonning b soniga ko'paytmasi deb,.....
A) har biri a ga teng bo'lgan b ga teng bo'lmagan qo'shiluvchining yig'indisiga aytiladi.
B) har biri a dan kata bo'lgan b ta qo'shiluvchining yig'indisiga aytiladi.
C) $*$ har biri a ga teng bo'lgan b ta qo'shiluvchining yig'indisiga aytiladi.
D) har biri a ga teng bo'lmagan b ta qo'shiluvchining yig'indisiga aytiladi.
95. Ixtiyoriy natural sonning 2 ga bo'linish alomatini ko'rsating?
A) $*$ uning o'nli yozuvi 0,2,4,6,8 raqamlaridan biri bilan tugashi zarur va yetarli
B) uning o'nli yozuvi 0 yoki 5 raqami bilan tugashi zarur va yetarlidir

- C) uning oʻnli yozuvi oxirgi ikkita raqamidan hosil boʻlgan ikki xonali sonning 4 ga boʻlinishi zarur va yetarlidir
- D) uning oʻnli yozuvidagi raqamlari yigʻindisi 9 ga (3 ga) boʻlinishi zarur va yetarlidir
96. Ixtiyoriy natural sonining 5 ga boʻlinish alomatini koʻrsating?
- A) uning oʻnli yozuvi 0,2,4,6,8 raqamlaridan biri bilan tugashi zarur va yetarli
- B) * uning oʻnli yozuvi 0 yoki 5 raqami bilan tugashi zarur va yetarlidir
- C) uning oʻnli yozuvi oxirgi ikkita raqamidan hosil boʻlgan ikki xonali sonning 4 ga boʻlinishi zarur va yetarlidir
- D) uning oʻnli yozuvidagi raqamlari yigʻindisi 9 ga (3 ga) boʻlinishi zarur va yetarlidir
97. Ixtiyoriy natural sonining 4 ga boʻlinish alomatini koʻrsating?
- A) uning oʻnli yozuvi 0,2,4,6,8 raqamlaridan biri bilan tugashi zarur va yetarli
- B) uning oʻnli yozuvi 0 yoki 5 raqami bilan tugashi zarur va yetarlidir
- C) * uning oʻnli yozuvi oxirgi ikkita raqamidan hosil boʻlgan ikki xonali sonning 4 ga boʻlinishi zarur va yetarlidir
- D) uning oʻnli yozuvidagi raqamlari yigʻindisi 9 ga (3 ga) boʻlinishi zarur va yetarlidir
98. Ixtiyoriy natural sonining 3 va 9 ga boʻlinish alomatini koʻrsating?
- A) uning oʻnli yozuvi 0,2,4,6,8 raqamlaridan biri bilan tugashi zarur va yetarli
- B) uning oʻnli yozuvi 0 yoki 5 raqami bilan tugashi zarur va yetarlidir
- C) uning oʻnli yozuvi oxirgi ikkita raqamidan hosil boʻlgan ikki xonali sonning 4 ga boʻlinishi zarur va yetarlidir
- D) *uning oʻnli yozuvidagi raqamlari yigʻindisi 3 ga (9 ga) boʻlinishi zarur va yetarlidir

6-MAVZU:

KOʻPAYTMANING TAʼRIFI, UNING MAVJUDLIGI VA YAGONALIGI. NOMANFIY BUTUN SONNI NATURAL SONGA BOʻLISHNING TAʼRIFI, UNING MAVJUDLIGI VA YAGONALIGI. QOLDIQLI BOʻLISH.

99. Koʻpaytirish amaliga yigʻindi orqali taʼrif bering?
- A) * $a, b \in \mathbb{N}_0$ boʻlgan, a sonning b soniga koʻpaytmasi deb, har biri a ga teng boʻlgan b ta qoʻshiluvchining yigʻindisiga aytiladi
- B) $a, b \in \mathbb{N}_0$ boʻlgan, a sonning b soniga koʻpaytmasi deb, har biri a ga teng boʻlgan b ta qoʻshiluvchining ayirmasiga aytiladi
- C) $a, b \in \mathbb{N}_0$ boʻlgan, a sonning b soniga koʻpaytmasi deb, har biri a ga teng boʻlgan b ta qoʻshiluvchining boʻlinmasiga aytiladi
- D) $a, b \in \mathbb{N}_0$ boʻlgan, a sonning b soniga koʻpaytmasi deb, har biri a ga teng boʻlgan b ta koʻpaytmaning ayirmasiga aytiladi
100. Boʻlish amali deb nimaga aytiladi?

- A) * Ikki ko'paytuvchining ko'paytmasi va bir ko'paytuvchi berilgan holda ikkinchi ko'paytuvchini topish amali bo'lish amali deyiladi
- B) Ikki ko'paytuvchining yig'indisi va bir ko'paytuvchi berilgan holda ikkinchi ko'paytuvchini topish amali bo'lish amali deyiladi
- C) Ikki ko'paytuvchining ayirmasi va bir ko'paytuvchi berilgan holda ikkinchi ko'paytuvchini topish amali bo'lish amali deyiladi
- D) Ikki ko'paytuvchining ko'paytmasi va ko'paytuvchilar berilgan holda ikkinchi ko'paytuvchini topish amali bo'lish amali deyiladi
- 101.** Agar ikki sonning ayirmasiga ayiriluvchi qo'shilsa, nima hosil bo'ladi?
- A) * kamayuvchi
- B) ayirma
- C) natija
- D) maxraj
- 102.** Berilgan songa ikki sonning ayirmasini qo'shish uchun nima qilish kifoya?
- A) * kamayuvchini qo'shib, ayiriluvchini ayirish kifoya
- B) kamayuvchini ayirib, ayiriluvchini ayirish kifoya
- C) kamayuvchini ko'paytirib, ayiriluvchini ayirish kifoya
- D) kamayuvchini bo'lib, ayiriluvchini ayirish kifoya
- 103.** Agar ikki son yig'indisidan qo'shuvchilardan biri ayirilsa, nima hosil bo'ladi?
- A) * ikkinchi qo'shiluvchi
- B) ikkinchi ayirma
- C) ikkinchi ayiriluvchi
- D) ikkinchi ko'paytma
- 104.** Berilgan sondan yig'indini ayirish uchun nima qilish kifoya?
- A) * bu sondan qo'shiluvchilarni birin-ketin ayirish kifoya
- B) bu songa qo'shiluvchilarni birin-ketin qo'shish kifoya
- C) bu sondan qo'shiluvchilarni birin-ketin bo'lish kifoya
- D) bu songa qo'shiluvchilarni qo'shib, so'ng ayirish kifoya
- 105.** Berilgan sondan ayirmani ayirish uchun nima qilish kifoya?
- A) * kamayuvchini ayirib, ayiriluvchini qo'shish kifoya
- B) kamayuvchini qo'shib, ayiriluvchini qo'shish kifoya
- C) kamayuvchini bo'lib, ayiriluvchini qo'shish kifoya
- D) kamayuvchini bo'lib, ayiriluvchini ayirish kifoya
- 106.** Ko'paytmani noldan farqli biror songa bo'lish uchun nima qilish kifoya?
- A) * ko'paytuvchilardan birini shu songa bo'lib, ikkinchisiga ko'paytirish kifoya
- B) ko'paytuvchilardan birini shu songa qo'shib, ikkinchisiga bo'lish kifoya
- C) ko'paytuvchilardan birini shu songa bo'lib, ikkinchisiga qo'shish kifoya
- D) ko'paytuvchilardan birini shu songa qo'shib, ikkinchisidan ayirish kifoya
- 107.** Biror sonni ikki sonning bo'linmasiga ko'paytirish uchun nima qilish kifoya?

- A) * shu sonni bo'linuvchiga ko'paytirish va hosil bo'lgan ko'paytmani bo'luvchiga bo'lish kifoya
- B) shu sonni bo'linuvchiga bo'lish va hosil bo'lgan ko'paytmani bo'luvchiga qo'shish kifoya
- C) shu sonni bo'linuvchiga bo'lish va hosil bo'lgan ko'paytmani bo'luvchiga qo'shish kifoya
- D) shu sonni bo'linuvchiga ko'paytirish va hosil bo'lgan ko'paytmani bo'luvchidan ayirish kifoya
- 108.** Ixtiyoriy a, b, c natural sonlar ustidagi $a:(b:c)$ ifoda nimaga teng bo'ladi?
- A) $* ac:b$
- B) $a+c:b$
- C) $a+cb$
- D) $a:c*b$
- 109.** Ixtiyoriy a, b, c natural sonlar ustidagi $a:(b \cdot c)$ ifoda nimaga teng bo'ladi?
- A) $*(a:b):c$
- B) $ac:b$
- C) $a+c:b$
- D) $a-c:b$
- 110.** Ixtiyoriy a, b, c - natural sonlar bo'lsa, $(a+b):c$ ifodasi nimaga teng bo'ladi?
- A) $* a:c+b:c$
- B) $a+c:b$
- C) $a:c+b$
- D) $a:b:c$
- 111.** Ixtiyoriy a, b, c - natural sonlar bo'lsa, $(a-b):c$ ifodasi nimaga teng bo'ladi?
- A) $* a:c-b:c$
- B) $ac:b$
- C) $a+c:b$
- D) $a-b:c$
- 112.** Agar a va b ixtiyoriy natural sonlar bo'lsa, u holda $2a + 8b$ ifoda quyidagi sonlarning qaysi biriga qoldiqsiz bo'linadi?
- A) $*2$
- B) 4
- C) 3
- D) 10
- 113.** Hisoblang:
- $$25\frac{7}{9} - 8\frac{3}{4} - 12\frac{5}{12} - 2\frac{11}{18}$$
- A) $1/5$
- B) $5/36$
- C) $*2$
- D) 3
- 114.** Amallarni bajaring:

$$2 : \frac{3}{5} + \frac{3}{5} : 2 + 1\frac{1}{2} : 6 + 6 : 1\frac{1}{2}$$

- A) *13/6
- B) 12
- C) 2/3
- D) 5/12

115. Ratsional sonlar ustidagi amallarni bajaring:

$$\frac{\left(1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} + 3\frac{3}{4}\right) \cdot 3\frac{3}{5}}{14 - 15\frac{1}{8} : 2\frac{1}{5}}$$

- A) 23
- B) 42
- C) 8
- D) * 4

116. Kasrlar nechta turlarga bo'linadi?

- A) 4 ta
- B) * 3 ta
- C) 2 ta
- D) 1 ta

117. To'g'ri kasr deb aytiladi

- A) *Surati mahrajidan kichik bo'lgan kasrga
- B) Mahraji suratidan kichik bo'lgan kasrga
- C) Surati mahrajiga teng bo'lgan kasrga
- D) Butun songa

118. Ifodani hisoblang: $27*23-24*23+21*19-18*19+17*11-14*11$

- A) * 159
- B) 195
- C) 169
- D) 172

7 – MAVZU:

TUB VA MURAKKAB SONLAR. TUB SONLAR TO'PLAMINING CHEKSIZLIGI. SONLARNING ENG KICHIK UMUMIY KARRALISI VA ENG KATTA UMUMIY BO'LUVCHISINI TOPISH. RATSIONAL SONLAR. KASR TUSHUNCHASI. RATSIONAL SONLAR USTIDA ARIFMETIK AMALLAR. QO'SHISH VA KO'PAYTIRISH QONUNLARI.

119. a va b sonlarning EKUB ini toping: $a=2^2*5^3*17$; $b=2*5^2*13$;

- A) 90
- B) 120
- C) *250
- D) 125

120. Agar natural son faqat ikkita bo'luvchiga (sonning o'zi va 1) ega bo'lsa, u deyiladi

- A) * tub son
 - B) murakkab son
 - C) toq son
 - D) juft son
- 121.** Agar natural son ikkitadan ortiq bo'luvchiga ega bo'lsa, bunday son deyiladi.
- A) juft son
 - B) toq son
 - C) * murakkab son
 - D) tub son
- 122.** Natural sonlarni tub ko'paytuvchilarga ajratish - tasvirlash demakdir.
- A) uni juft sonlarning ko'paytmasi shaklida
 - B) uni toq sonlarning ko'paytmasi shaklida
 - C) uni murakkab sonlarning ko'paytmasi shaklida
 - D) * uni tub sonlarning ko'paytmasi shaklida
- 123.** Berilgan 1; 2; 3; 15; 17; 23; 49; 64; 121; 304; 324 sonlari ichida nechta tub son bor?
- A) 3
 - B) *4
 - C) 5
 - D) 7
- 124.** 72 sonining natural bo'luvchilari nechta?
- A) 10
 - B) 9
 - C) 11
 - D) *12
- 125.** 6 va 16 sonlarining umumiy bo'luvchilari nechta?
- A) 4
 - B) 3
 - C) *2
 - D) 5
- 126.** 68 va 82 sonlarining eng kichik umumiy karralisini toping.
- A) 421
 - B) 1250
 - C) *2788
 - D) 462
- 127.** 32 ning nechta tub bo'luvchisi bor?
- A) *1
 - B) 2
 - C) 3
 - D) 4
- 128.** 36 ning nechta tub bo'luvchisi bor?
- E) 1

- F) *2
G) 3
H) 4
129. 42 sonining tub bo'luvchilari yig'indisini toping. A) *12
B) 5
C) 10
D) 9
130. Ushbu 17, 82, 753 sonlardan qaysi biri 3 ga qoldiqsiz bo'linadi?
A) *3
B) 10
C) 5
D) 9
131. Qaysi juftlik o'zaro tub sonlardan iborat?
A) (6; 8)
B) *(9; 25)
C) (12; 15)
D) hammasi
132. EKUB(168, 234, 60) ni toping. A) 168
B) 231
C) 60
D) *6
133. 8 va 10 sonlarining eng kichik umumiy karralisini toping. A) 8
B) 10
C) *40
D) 18
134. EKUB(360, 120) ni toping.
A) * 120
B) 20
C) 40
D) 180
135. EKUK(225, 45, 270) ni toping:
A) *1350
B) 2250
C) 2700
D) 4500
136. 28, 32 va 76 sonlarining eng katta umumiy bo'luvchisini toping?
A) *4
B) 14
C) 7
D) 19
137. 50 va 60 sonlarining eng katta umumiy bo'luvchisini toping.

- A) *10
- B) 25
- C) 12
- D) 30

138. 150 va 125 sonlarining eng katta umumiy bo'luvchisini toping.

- A) 10
- B) *25
- C) 12
- D) 30

139. 15, 24 va 28 sonlarining eng kichik umumiy karralisini toping?

- A) * 60
- B) 30
- C) 120
- D) 180

YOZMA ISH UCHUN VARIANTLARDAN NAMUNALAR

1-variant

1. *Kombinatorikada yig'indi qoidasi.*
2. *Natural sonlarni qo'shish va uning xossalari*
3. *Zavodning uchta sexda 1274 kishi ishlaydi. Ikkinchi sexda birinchisidagidan 70 kishi ortiq, uchinchi sexda ikkinchisidagidan 84 kishi ortiq ishlaydi. Har qaysi sexda qancha ishchi ishlaydi?*

2-variant

1. *Kombinatorikada ko'paytma qoidasi*
2. *O'rinalmashtirish qonuni:*
3. *Kinoteatrning bir kassasida ikkinchisiga qaraganda 86ta ortiq bilet sotildi. Agar xammasi bulib 792 ta bilet sotilgan bo'lsa, har bir kassada nechta bilet sotilgan?*

3-variant

1. *Kombinatorikaning asosiy qoidasi.*
2. *Guruhlash qonuni:*
3. *Ifodani soddalashtiring: $3(2a+4b)+5(7a+b)$.*

4-variant

1. *Nomanfiy butun sonlar to'plami*
2. *Butun nomanfiy a va b sonlarning yig'indisi*
3. *Ifodaning soddalashtiring: $4(3x-5y)+6(x-y)$*

5-variant

1. *Kombinatorika masalalari*
2. *Natural son tushunchasi.*
3. *Teng yonli uchburchakning asosi yon tomonidan 7 sm ortiq. Agar uchburchakning perimetri 43 sm bo'lsa, uning yon tomoni toping*

6-variant

1. *Guruhlash (assotsiativlik) xossasi*
2. *Umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish.*
3. *G'orning 7 ta eshigi bor, sayyoh bu g'orga necha usul bilan kirib, yana qaytib chiqishi mumkin?*

7-variant

1. *Tartib munosabati*
2. *Mulohazalar haqida umumiy tushuncha*
3. *1,2,3,4 raqamlaridan foydalanib nechta uch xonali son yozish mumkin?*

8-variant

1. *Mulohaza inkori*
2. *Bir yoki bir necha qo'shiluvchini yaxlitlash*
3. *Quyidagi gaplar ichidan mulohazalarni ajrating va ularning rost yoki yolg'on ekanligini aniqlang: a) Sirdaryo Orol dengiziga quyiladi.
b) Siz qaysi oliygohda o'qiydiz ?*

9-variant

1. *Xona birliklari bo'yicha qo'shish.*
2. *Kasr tushunchasini vujudga kelishi haqida qisqacha tarixiy ma'lumotlar*
3. *Stolda 3 ta olma va 5 ta nok bor, stoldan bitta mevani necha xil usulda tanlab olish mumkin?*

10- variant

1. “Negiz” son atrofida guruhlash.
2. Manfiy son tushunchasini vujudga kelishi haqida qisqacha tarixiy ma’lumot
3. 6 raqamli barcha telefon nomerlari sonini toping

11- variant

1. Nomanfiy butun son tushunchasi
2. Ulush tushunchasi
3. Kompleks son tushunchasiga misollar

12- variant

1. Nomanfiy butun sonlarni taqqoslash
2. Kasr tushunchasi
3. $(13 - 7i) - (-5 + 4i)$ ni hisoblang

13- variant

1. Nomanfiy butun sonlarni qo‘shish
2. Son tushunchasini dastlabki kengaytirish
3. $(3 + 2i) \cdot (7 + 6i)$ ni hisoblang

14- variant

1. «0» soni haqida tushuncha
2. Kasr tushunchasi
3. Fermer bozorda 15kg olmani 0,6 so‘mdan va 35kg ini 0,7 so‘mdan sotdi.
4. Fermer olmalari qancha pul bo‘lgan ?

15- variant

1. Manfiy sonlarning kiritilishi
2. Butunning ulushi
3. Birinchi kuni do‘konda 54,4 kg, ikkinchi kuni esa 1,7 marta kam , uchinchi kuni esa ikkinchi kungiga qaraganda 19,6 kg ko‘p olma sotildi. Uch kunda necha kg olma sotilgan ?

16- variant

1. Musbat butun sonlar
2. Miqdorlarning ulushlari bilan tanishtirish metodikasi
3. Do‘kondan 1,4kg konfet 9800 so‘mdan va 0,8kg dan pishiriqni 3450 so‘mdan. 18000 so‘m pul yetadimi?

17- variant

1. Butun sonlar to‘plami
2. Kasrlarni o‘rganish metodikasi
3. Sonlarni taqqoslang:
 - 1) 0,35 va 0,(35);
 - 2) 1,03 va 1,0(3);
 - 3) 2,41 va 2,4(1);
 - 4) 3,7(2) va 3,72

18- variant

1. Butun sonlar to‘plamining xossalari
2. Kasrlarni o‘rganish metodikasi
3. Hisoblang: $-\frac{5}{14} + \frac{3}{7}$

19- variant

1. Butun sonlar ustida amallar
2. Yig‘indining bo‘linuvchanligi haqida teorema.
3. Hisoblang: $2\frac{9}{13} + (-3\frac{4}{13})$

20- variant

1. Butun sonlarni qo'shish
2. Ayirmaning bo'linuvchanligi haqida teorema.
3. Hisoblang: $\frac{2}{3} - \frac{1}{5} + \frac{4}{15}$

21- variant

1. Haqiqiy sonlar
2. Yig'indining bolinuvchanligi haqida umumlashgan teorema
3. Hisoblang: $(34+125 + 376 + 1024)/ 2$

22- variant

1. Ratsional sonlar
2. Ko'paytmaning bo'linishi haqida umumlashgan teorema
3. Hisoblang: $(2 - i) + (3 + 4i)$

23- variant

1. Ratsional sonlar yig'indisi
2. O'nli kasr
3. Hisoblang: $(13 + (-17)) + (-16)$

24- variant

1. Aralash sonlarni qo'shish
2. To'g'ri kasr
3. Hisoblang: $3,5 + (-2,6) + 4,6 + (-5,9)$

25- variant

1. Aralash sonlarni ayirish
2. Noto'g'ri kasr
3. Hisoblang: $13,5 \cdot 5,8 - 8,3 \cdot 4,2 - 5,8 \cdot 8,3 + 4,2 \cdot 13,5$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Abdullayeva B.S., Sadikova A.V., Xamedova N.A., Muhitdinova N.M., Toshpo‘latova M. I. Matematika. Toshkent 2018
2. Nusratova D., Shamshiyev A. Boshlang‘ich matematika kursi nazariyasi. Toshkent 2021
3. Stoylova L.P., Pishkalo A.M. Boshlang‘ich matematika kursi asoslari. “O‘qituvchi”, Toshkent 1991.
4. Jumayev M.Y. “Matematika o‘qitish metodikasi” – T: Turon iqbol, 2005 y.
5. Jumayev M., Tadjieva Z.G‘. Boshlang‘ich sinflarda matematika o‘qitish metodikasi. (OO‘Yu uchun darslik.) “Fan va texnologiya”, Toshkent, 2005 yil.
6. Jumaev M.E. “Matematika o‘qitish metodikasidan praktikum.”. – T: “O‘qituvchi”, 2004 yil.
7. Jumaev M. Boshlang‘ich sinflarda matematika o‘qitish metodikasidan laboratoriya mashg‘ulotlari. (OO‘Yu uchun o‘quv qo‘llanma). “Yangi asr avlodi”, Toshkent. 2006 yil.